

NGHIÊN CỨU THIẾT LẬP VÀ GIẢI MÔ HÌNH TOÁN TRUYỀN NHIỆT – TÁCH ẤM ĐỒNG THỜI TRONG ĐIỀU KIỆN SẤY THĂNG HOA (STH)

Nguyễn Tấn Dũng⁽¹⁾, Trịnh Văn Dũng⁽²⁾, Trần Đức Ba⁽³⁾

(1) Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Tp.HCM,

(2) Trường Đại học Bách Khoa, ĐHQG-HCM

(3) Trường Đại học Công Nghiệp Tp.HCM

(Bài nhận ngày 28 tháng 11 năm 2008, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 23 tháng 07 năm 2009)

TÓM TẮT: Khi nghiên cứu ứng dụng STH trong bảo quản các sản phẩm có giá trị kinh tế thì việc xây dựng mô hình toán và giải bài toán truyền nhiệt – truyền khối đồng thời trong điều kiện STH, từ đó làm cơ sở để xác định chế độ công nghệ là rất quan trọng. Ở bài viết này chúng tôi sẽ trình bày kết quả nghiên cứu thiết lập mô hình toán và giải bài toán truyền nhiệt – tách ẩm đồng thời ở dạng trụ trong điều kiện STH, kết quả thu được sẽ ứng dụng STH trong bảo quản sản phẩm thủy hải sản nhóm giáp xác (tôm sú, tôm bạc và tôm thẻ) có giá trị kinh tế.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Thực tế cho thấy việc ứng dụng STH trong bảo quản các sản phẩm thực phẩm có giá trị kinh tế thì vấn đề đặt ra cần phải xác định cho được chế độ công nghệ thích hợp, vì STH sấy ở điều kiện áp suất thấp và nhiệt độ thấp và nhỏ hơn trạng thái ba thể $O(4,58\text{mmHg}, 0.0098^\circ\text{C})$ của ẩm bên trong vật liệu ẩm (VLA) và đây là kỹ thuật chế biến tiên tiến nhất hiện nay, sản phẩm được chế biến bằng kỹ thuật này sẽ giữ được gần như hoàn toàn các tổ chất tự nhiên ban đầu của chúng. Tuy nhiên, kỹ thuật STH khá phức tạp, việc xác định chế độ công nghệ thích hợp để đưa vào ứng dụng không gặp ít muộn và khó khăn. Chính vì vậy, bài toán đặt ra ở đây là cần phải nghiên cứu thiết lập mô hình toán và giải bài toán truyền nhiệt – tách ẩm khối đồng thời của VLA ở dạng trụ trong điều kiện STH, từ đó làm cơ sở cho việc xác lập chế độ công nghệ STH và ứng dụng công nghệ này trong việc bảo quản các sản phẩm thủy hải sản nhóm giáp xác (tôm sú, tôm bạc và tôm thẻ) có giá trị kinh tế.

2. NỘI DUNG

2.1. Mô tả quá trình STH

Quá trình STH gồm 3 giai đoạn nối tiếp nhau [3], [4], [5], [6]:

▪ **Giai đoạn 1:** lạnh đông VLA đến nhiệt độ lạnh đông tối ưu, nước trong VLA đóng băng hoàn toàn.

▪ **Giai đoạn 2:** STH, kết thúc giai đoạn này nhiệt độ VLA vượt qua nhiệt độ kết tinh, nhưng ở lân cận điểm kết tinh và còn lại là pha lỏng.

▪ **Giai đoạn 3:** Sấy chân không (SCK) để tách lượng ẩm còn lại.

Về mặt thiết bị có thể tham khảo tài liệu [4].

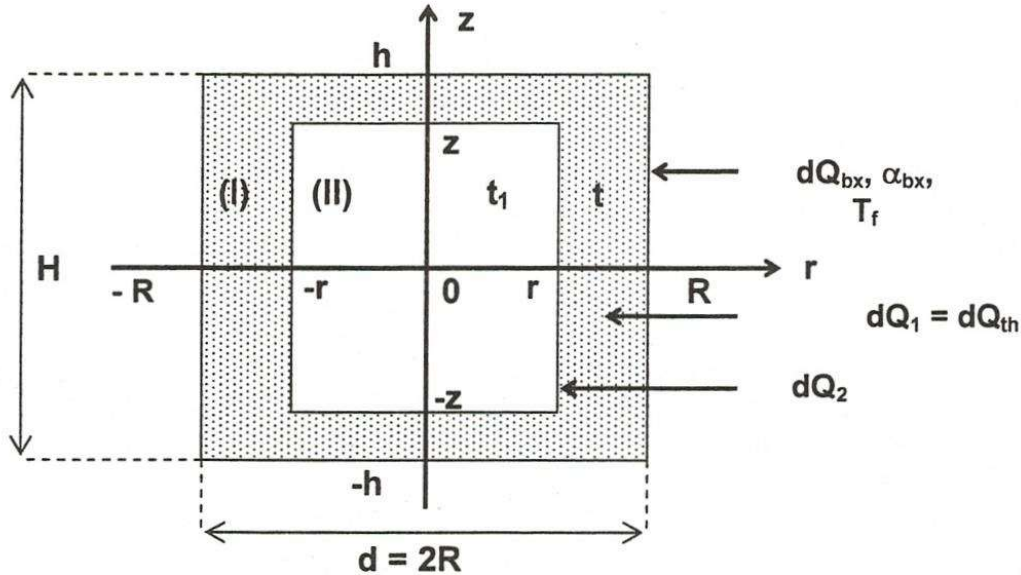
2.2. Các giả thiết ban đầu

i) VLA nghiên cứu là các loại thực phẩm dạng trụ có bán kính R ($d = 2R$), chiều cao là $H = 2h$. Chẳng hạn: thủy hải sản nhóm giáp xác như: tôm sú, tôm bạc, tôm thẻ bóc vỏ, cắt bỏ đầu và đuôi xem gần đúng hình trụ có kích thước: $D = 2R = 2 \times 4.5 \times 10^{-3}$ [m], $H = 75 \times 10^{-3}$ [m], xem mô tả ở hình 1.

ii) Xem các thông số nhiệt vật lý: $\rho_i, C_{pi}, \lambda_i, a_i, \dots$ là hằng số lấy trung bình theo nhiệt độ, ẩn nhiệt thăng hoa r_{th} và ẩn nhiệt hóa hơi r_{hh} gọi chung là L_0 xem là hằng số.

iii) Vì trong điều kiện STH thì áp suất thẳng hoa của ẩm đóng băng và nhiệt độ của chúng nhỏ hơn điểm ba thể O(4.58mmHg, 0.0098°C) nên trao đổi nhiệt trong điều kiện STH chủ yếu là trao đổi nhiệt bức xạ từ nguồn bức xạ đến bề mặt VLA, sau đó dẫn truyền từ bề mặt vào các lớp bên trong để thực hiện thẳng hoa ẩm đóng băng. Vì vậy, hệ số tỏa nhiệt: đối lưu $\alpha_{dl} = 0$, bức xạ $\alpha_{bx} \neq 0$.

iv) Xem hàm ẩm phân bố đều trong hình trụ và có các mặt đẳng nhiệt đồng tâm, đồng thời xem vùng (I) là lớp khô ẩm đã thẳng hoa, vùng (II) là lớp ẩm đóng băng chưa thẳng hoa.



Hình 1. Mô hình nghiên cứu dạng hình trụ hữu hạn

Vùng (I): lớp khô, ẩm đã thẳng hoa.
 Vùng (II): lớp chưa khô, ẩm chưa thẳng hoa

2.3. Lập mô hình toán truyền nhiệt – tách ẩm trong điều kiện STH

2.3.1. Phương trình truyền nhiệt [2]

- Từ các giả thiết đặt ra và mô hình nghiên cứu thì chúng ta có thể viết phương trình vi phân dẫn nhiệt không ổn định dưới dạng tổng quát sau:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w \cdot \text{grad}t = \frac{q_v}{c_p \rho} + a \cdot \nabla^2 t \tag{1}$$

- Xem mô hình nghiên cứu dạng hình trụ có $d = 2R$; $H = 2h$, không có nguồn nhiệt bên trong ($q_v = 0$), VLA rắn nên $\vec{w} = 0$, đồng thời xem các mặt đẳng nhiệt là các mặt trụ đồng tâm, do đó phương trình vi phân dẫn nhiệt (1) được viết như sau:

$$\frac{\partial t(r, z, \tau)}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t(r, z, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t(r, z, \tau)}{\partial r} + \frac{\partial^2 t(r, z, \tau)}{\partial z^2} \right), \tau \geq 0 \tag{2}$$

▪ Đối với vùng (I):

$$\begin{cases} \frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \\ r^- \leq r \leq R, z^- \leq z \leq h \\ \tau \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

▪ Đối với vùng (II):

$$\begin{cases} \frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a_1 \left(\frac{\partial^2 t_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 t_1}{\partial z^2} \right) \\ 0 \leq r \leq r^+, 0 \leq z \leq z^+, \tau \geq 0 \\ t_1(r, z, \tau) = T_{th} = \text{const} \end{cases} \quad (4)$$

▪ Các điều kiện đơn trị để giải bài toán (3) và (4)

Điều kiện đầu:

$$\tau = 0 \text{ thì } t(r, z, 0) = t(R, z, 0) = t(r, h, 0) = T_w = T_{th} = \text{const} \quad (5)$$

$$t_1(r, z, 0) = t_1(0, 0, 0) = T_{th} = \text{const} \quad (6)$$

$$T_f = \text{const} : \text{nhiệt độ môi trường bức xạ.} \quad (7)$$

$$T_w : \text{nhiệt độ bề mặt của VLA} \quad (8)$$

Điều kiện biên:

$$\left. \frac{\partial t(r, z, \tau)}{\partial r} \right|_{r=R} = -\frac{\alpha_{bx}}{\lambda} (T_f - t(R, z, \tau)); \quad \left. \frac{\partial t_1(r, z, \tau)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (9a)$$

$$\left. \frac{\partial t(r, z, \tau)}{\partial z} \right|_{z=h} = -\frac{\alpha_{bx}}{\lambda} (T_f - t(r, h, \tau)); \quad \left. \frac{\partial t_1(r, z, \tau)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (9b)$$

Tại bề mặt lớp khô tiếp với lớp đóng băng:

$$t_1(r^+, z, \tau) = t_1(r, z^+, \tau) = T_{th} = \text{const}; \quad q_R = -\lambda_1 \left(\frac{\partial t_1}{\partial r} \right)_{r=r^-} = -\lambda_2 \left(\frac{\partial t_2}{\partial r} \right)_{r=r^+} = \alpha_{bx} \Delta t_R \quad (10a)$$

$$t(r^-, z, \tau) = t(r, z^-, \tau) = T_{th} = \text{const}; \quad q_h = -\lambda_1 \left(\frac{\partial t_1}{\partial z} \right)_{z=z^-} = -\lambda_2 \left(\frac{\partial t_2}{\partial z} \right)_{z=z^+} = \alpha_{bx} \Delta t_h \quad (10b)$$

2.3.2. Phương trình truyền nhiệt – tách ẩm trong điều kiện STH

▪ Phương trình này được thiết lập từ phương trình cân bằng nhiệt trong điều kiện STH:

$$dQ_{bx} = dQ_1 + dQ_2 \quad (11)$$

Với: dQ_{bx} [kJ]: lượng nhiệt bức xạ cấp vào trong thời gian $d\tau$ [s] để thực hiện thăng hoa ẩm đóng băng và nung nóng lớp khô mà ẩm đã thăng hoa. Lượng nhiệt này được xác định theo

$$\text{phương trình: } dQ_{bx} = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=R} 2\pi R H d\tau - \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)_{z=h} \pi R^2 d\tau \quad (11a)$$

dQ_1 [kJ]: lượng nhiệt cần thiết cho thăng hoa làm tách lượng ẩm đóng băng ở vùng (I)

$$dQ_1 = L_0 dG_{ndth} = -L_0 G dW = -L_0 \rho_1 \pi R^2 H dW \quad (11b)$$

dQ_2 [kJ]: lượng nhiệt dẫn truyền qua lớp khô (ấm đã thăng hoa) nung nóng lớp khô có bề dày $(R - r)$ và $(h - z)$ trong thời gian $d\tau$. Xác định theo phương trình sau:

$$dQ_2 = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=r} 2\pi r H d\tau - \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)_{z=z} \pi r^2 d\tau \quad (11c)$$

▪ Khai triển phương trình (11) sẽ thu được phương trình truyền nhiệt – tách ẩm trong điều kiện STH như sau:

$$-L_0 \rho_1 R^2 H \frac{dW}{d\tau} = \left[-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=R} 2R + \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=r^-} 2r \right] H + \left[-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)_{z=h} R^2 + \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)_{z=z^-} r^2 \right] \quad (12)$$

Với λ : hệ số dẫn nhiệt của lớp khô ấm đã thăng hoa, [W/(mK)].

ρ_1 : khối lượng riêng lớp đóng băng của VLA, [kg/m³].

W: độ ẩm của VLA [%], L_0 ký hiệu chung cho ẩn nhiệt thăng hoa (r_{th}) hoặc hóa hơi (r_{hh}) [kJ/kg].

▪ Ở giai đoạn 2 sấy thăng hoa $L_0 = r_{th}$

$$\left\{ \begin{aligned} -r_{th} \rho_1 R^2 H \frac{dW}{d\tau} &= \left[-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=R} 2R + \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=r^-} 2r \right] H + \left[-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)_{z=h} R^2 + \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)_{z=z^-} r^2 \right] \end{aligned} \right. \quad (13)$$

$$t_1(r^+, z, \tau) = t_1(r^-, z, \tau) = t_1(r, z^+, \tau) = t_1(r, z^-, \tau) \leq T_{kt}; \tau = \tau_{th}$$

▪ Ở giai đoạn 3 sấy chân không $L_0 = r_{hh}$

$$\left\{ \begin{aligned} -r_{hh} \rho_2 R^2 H \frac{dW}{d\tau} &= \left[-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=R} 2R + \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=r^-} 2r \right] H + \left[-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)_{z=h} R^2 + \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)_{z=z^-} r^2 \right] \end{aligned} \right. \quad (14)$$

$$t_1(r^+, z, \tau) = t_1(r^-, z, \tau) = t_1(r, z^+, \tau) = t_1(r, z^-, \tau) > T_{kt}; \tau = \tau_{ck}$$

Với: T_{kt} [°C]: nhiệt độ kết tinh của ẩm; ρ_2 [kg/m³]: khối lượng riêng VLA chưa đóng băng.

2.4. Giải mô hình toán

a) Vì $t_1(r^+, z, \tau) = t_1(r, z^+, \tau) = T_{th} = \text{const}$ nên phương trình (4) đúng nghiệm.

b) **Giải phương trình (3):** bằng phương pháp phân ly biến số Fourier. Các hằng số tích phân được xác định từ điều kiện biên (5), (6), (7), (8), (9a,b) và (10a,b), qua biến đổi sẽ thu được nghiệm tổng quát:

$$t(r, z, \tau) = T_f + (T_{th} - T_f) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n A_m J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) \cos \left(\mu_m \frac{z}{h} \right) \exp \left[- \left(\frac{a\tau}{\eta} \right) \right] \quad (15)$$

$$\text{Với: } A_n = \frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n [J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)]}; \quad A_m = \frac{2 \sin \mu_m}{[\mu_m + \sin \mu_m \cos \mu_m]}; \quad \frac{1}{\eta} = \frac{\mu_n^2}{R^2} + \frac{\mu_m^2}{h^2}$$

$T_f = \text{const}$: nhiệt độ môi trường bức xạ; $0 \leq r \leq R, 0 \leq z \leq h, \tau \geq 0$

T_{th} : nhiệt độ thăng hoa của ẩm trong VLA

μ_n : là nghiệm của phương trình đặc trưng:
$$\frac{J_0(\mu_n)}{J_1(\mu_n)} = \frac{\mu_n}{Bi_R} \quad (16)$$

μ_m : là nghiệm của phương trình đặc trưng:
$$\cot g\mu_m = \frac{\mu_m}{Bi_h} \quad (17)$$

Bi_h : chuẩn số Bio vùng I theo phương z:
$$Bi_h = \frac{\alpha_{bx} h}{\lambda} \quad (18)$$

FO_h : chuẩn số Fourier vùng I theo phương z:
$$FO_h = \frac{a\tau}{h^2} \quad (19)$$

Bi_R : chuẩn số Bio vùng I theo phương r:
$$Bi_R = \frac{\alpha_{bx} R}{\lambda} \quad (20)$$

FO_R : chuẩn số Fourier vùng I theo phương r:
$$FO_R = \frac{a\tau}{R^2} \quad (21)$$

$a [m^2s^{-1}]$: hệ số dẫn nhiệt của lớp khô tuyệt đối:
$$a = \frac{\lambda}{c_{ck}\rho_{ck}} \quad (22)$$

$\lambda[W/(mK)]$, $a[m^2/s]$: hệ số dẫn nhiệt và hệ số dẫn nhiệt độ của lớp khô.

$R[m]$: bán kính hình trụ của mô hình nghiên cứu.

$J_0(\mu_n)$, $J_1(\mu_n)$: là các hàm Bessel loại 1 bậc 0, 1; *TLTK* [7], với:

$$J_0(x) = 1 - \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^4}{1^2 \cdot 2^2} - \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^6}{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2} + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^8}{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2} - \dots;$$

$$J_1(x) = -J_0'(x) = \frac{1}{2}x - \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^3}{1^2 \cdot 2} + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^5}{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3} - \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^7}{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 4} + \dots$$

c) Hệ số tỏa nhiệt bức xạ được xác định theo phương trình [7], [8], [9]:

$$\alpha_{bx} = C_0 k \epsilon_{qd} 10^{-8} (T_f^2 + T^2)(T_f + T) \quad [W/(m^2K)] \quad (24)$$

Với: $T_f = \text{const}$: nhiệt độ nguồn bức xạ. Hệ số bức xạ trung bình xác định theo nhiệt độ xem như không thay đổi trong quá trình cấp nhiệt được xác định theo phương trình sau:

$$\bar{\alpha}_{bx} = C_0 k \epsilon_{qd} \cdot 10^{-8} \frac{1}{T_f - T_{th}} \int_{T_{th}}^{T_f} (T_f^2 + T^2)(T_f + T) dT \quad [W/(m^2K)] \quad (25)$$

Với: $C_0 = 5.67 [W/(m^2K^4)]$ hệ số bức xạ của vật đen tuyệt đối; $\epsilon_{qd} = 1 / \left(\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1\right)$: độ đen quy dẫn; $\epsilon_1 = 0.96$, $\epsilon_2 = 0.9$: độ đen của vật bức xạ và VLA. Như vậy: $\epsilon_{qd} = 0.867$

2.4.1. Xác định phương trình biến thiên hàm âm theo thời gian trong điều kiện STH

- Thay phương trình (15) vào (12) sau đó biến đổi lấy độ âm trung bình của VLA theo thể tích sẽ nhận được:

$$\begin{aligned} \bar{W}(\tau) = W_0 - \frac{c_{ck} \rho_{ck}}{2L_0 \rho_l R^4 h^2} & \left(\left[4h^2 R^2 (T_{th} - T_f) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n A_m \frac{\mu_n \eta}{\mu_m} J_1(\mu_n) \sin(\mu_m) \left(1 - \exp\left(-\frac{a\tau}{\eta}\right) \right) \right. \right. \\ & - 4 \frac{h^2}{R} (T_{th} - T_f) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n A_m \frac{\mu_n \eta}{\mu_m} \left(\int_0^R 2r^2 J_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) dr \right) \sin(\mu_m) \left(1 - \exp\left(-\frac{a\tau}{\eta}\right) \right) \left. \right] \\ & + \left[R^2 (T_{th} - T_f) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n A_m \mu_m \eta \left(\int_0^R 2r J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) dr \right) \sin(\mu_m) \left(1 - \exp\left(-\frac{a\tau}{\eta}\right) \right) \right. \\ & \left. \left. - (T_{th} - T_f) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n A_m \eta \left(\int_0^R 2r^3 J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) dr \right) (1 - \cos(\mu_m)) \left(1 - \exp\left(-\frac{a\tau}{\eta}\right) \right) \right] \right) \end{aligned} \quad (26)$$

• Ở giai đoạn 2 sấy thẳng hoa

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{W}(\tau) = W_0 - \frac{c_{ck} \rho_{ck}}{2r_{th} \rho_l R^4 h^2} & \left(\left[4h^2 R^2 (T_{th} - T_f) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n A_m \frac{\mu_n \eta}{\mu_m} J_1(\mu_n) \sin(\mu_m) \left(1 - \exp\left(-\frac{a\tau}{\eta}\right) \right) \right. \right. \\ & - 4 \frac{h^2}{R} (T_{th} - T_f) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n A_m \frac{\mu_n \eta}{\mu_m} \left(\int_0^R 2r^2 J_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) dr \right) \sin(\mu_m) \left(1 - \exp\left(-\frac{a\tau}{\eta}\right) \right) \left. \right] \\ & + \left[R^2 (T_{th} - T_f) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n A_m \mu_m \eta \left(\int_0^R 2r J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) dr \right) \sin(\mu_m) \left(1 - \exp\left(-\frac{a\tau}{\eta}\right) \right) \right. \\ & \left. \left. - (T_{th} - T_f) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n A_m \eta \left(\int_0^R 2r^3 J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) dr \right) (1 - \cos(\mu_m)) \left(1 - \exp\left(-\frac{a\tau}{\eta}\right) \right) \right] \right) \\ t_l(r^+, z, \tau) = t_l(r, z^+, \tau) = t_l(r^-, z, \tau) = t_l(r, z^-, \tau) = T_{th} \leq T_{kt} \\ \tau = \tau_{th}; \bar{W}(\tau_{th}) = W_{01} \end{aligned} \right. \quad (27)$$

▪ Ở giai đoạn 3 sấy chân không

$$\left. \begin{aligned} \bar{W}(\tau) = W_{01} - \frac{c_{ck}\rho_{ck}}{2\bar{t}_{hh}\rho_2R^4h^2} & \left[4h^2R^2(T_{th} - T_f) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n A_m \frac{\mu_n \eta}{\mu_m} J_1(\mu_n) \sin(\mu_m) \left(1 - \exp\left(-\frac{a\tau}{\eta}\right) \right) \right. \\ & - 4\frac{h^2}{R}(T_{th} - T_f) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n A_m \frac{\mu_n \eta}{\mu_m} \left(\int_0^R 2r^2 J_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) dr \right) \sin(\mu_m) \left(1 - \exp\left(-\frac{a\tau}{\eta}\right) \right) \\ & + \left[R^2(T_{th} - T_f) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n A_m \mu_m \eta \left(\int_0^R 2r J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) dr \right) \sin(\mu_m) \left(1 - \exp\left(-\frac{a\tau}{\eta}\right) \right) \right. \\ & \left. \left. - (T_{th} - T_f) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n A_m \eta \left(\int_0^R 2r^3 J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) dr \right) (1 - \cos(\mu_m)) \left(1 - \exp\left(-\frac{a\tau}{\eta}\right) \right) \right] \right] \\ t_1(r^+, z, \tau) = t_1(r, z^+, \tau) = t(r^-, z, \tau) = t(r, z^-, \tau) & > T_{kt} \\ \tau = \tau_{ck}; \bar{W}(\tau_{ck}) = W_{yc} & \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

2.4.2.. Xác định điểm kết thúc giai đoạn sấy thăng hoa chuyển sang sấy chân không

- Kết thúc giai đoạn sấy thăng hoa khi đó: $\bar{t}(r, z, \tau_{th}) = T_{kt}$ thay vào (15) sau khi lấy nhiệt độ trung bình theo thể tích để tìm thời gian sấy thăng hoa theo phương trình sau:

$$\begin{aligned} \bar{\theta} = \bar{\theta}_r \bar{\theta}_z = \frac{T_{kt} - T_f}{T_{th} - T_f} & = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4J_1^2(\mu_n)}{\mu_n^2 [J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)]} \right) \rightarrow \\ & \rightarrow \left(\frac{2 \sin^2 \mu_m}{\mu_m^2 + \mu_m \sin \mu_m \cos \mu_m} \right) \exp \left[- \left(\mu_n^2 \frac{a\tau_{th}}{R^2} + \mu_m^2 \frac{a\tau_{th}}{h^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

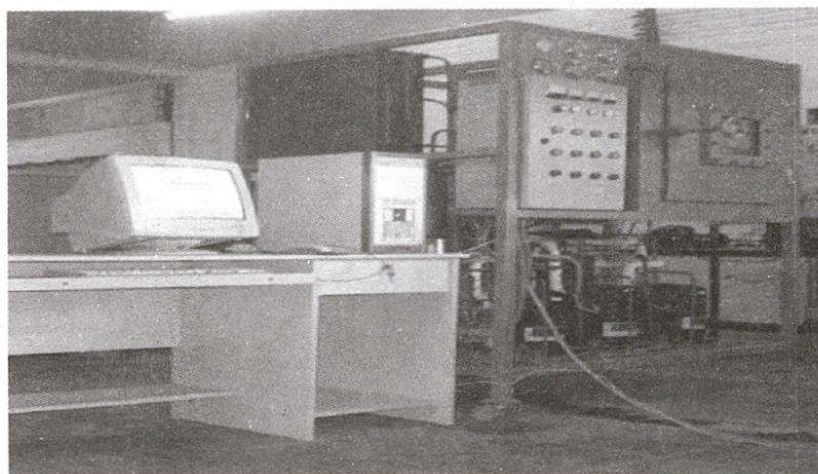
- Phương trình (29) là cơ sở xác định thời gian sấy giai đoạn 2: sấy thăng hoa.

2.5. Dụng cụ thiết bị, đối tượng và phương pháp nghiên cứu để kiểm chứng mô hình toán

2.5.1. Thiết bị dụng cụ thí nghiệm

▪ Thiết bị, dụng cụ thực nghiệm gồm: Hệ thống sấy thăng hoa DS-3 có giai đoạn lạnh đông ngay trong buồng thăng hoa do chúng tôi tự thiết kế, chế tạo, xem hình 2.

▪ Hệ thống STH DS-3 có gắn các cảm biến nhiệt độ, độ ẩm và áp suất đo lường và điều khiển, rất thuận lợi cho việc thực nghiệm.



Hình 2. Hệ thống sấy thăng hoa DS-3 tự lạnh đông (-50 ± - 45)⁰C

2.5.2. Nguyên vật liệu nghiên cứu

Đối tượng nghiên cứu là loại thực phẩm thủy hải sản nhóm giáp xác: tôm sú, tôm bạc và tôm thẻ bóc vỏ bỏ đầu, cắt bỏ đầu và đuôi để tạo hình gần đúng với hình trụ cần nghiên cứu, có kích: $H = 75 \times 10^{-3} \text{m}$, $R = 4.5 \times 10^{-3} \text{m}$.

2.5.3. Phương pháp nghiên cứu

Phương pháp nghiên cứu: thiết lập và giải mô hình toán, kiểm chứng mô hình toán bằng thực nghiệm.

3. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU VÀ THẢO LUẬN

3.1. Xác định nghiệm của phương trình đặc trưng (16), (17)

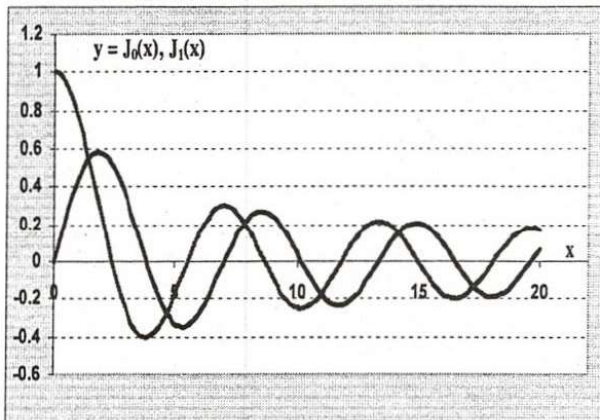
Các thông số vật lý và nhiệt - vật lý của vật liệu nghiên cứu

Các thông số vật lý và nhiệt - vật lý của vật liệu nghiên cứu thủy hải sản nhóm giáp xác (tôm sú, tôm bạc và tôm thẻ) *TLTK [1]*. Để kiểm chứng mô hình toán đã thiết lập, chúng tôi đã thực nghiệm trên nguyên vật liệu nghiên cứu đại diện cho nhóm này là tôm sú.

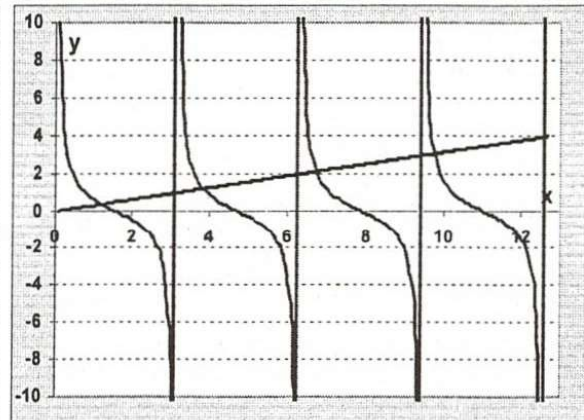
Bảng 1. Ký hiệu và giá trị các thông số nhiệt - vật lý của tôm sú

Ký hiệu	Giá trị	Thông số nhiệt - vật lý	Tham khảo
W_0	0.7467	Độ ẩm ban đầu của VLA	Experiment (2007)
$T_{kt} [^{\circ}\text{C}]$	-1.21	Nhiệt độ kết tinh của ẩm bên trong VLA	Experiment (2007)
$T_f [^{\circ}\text{C}]$	35	Nhiệt độ nguồn bức xạ nhiệt.	Experiment (2007)
$T_{th} [^{\circ}\text{C}]$	-25.11	Nhiệt độ thăng hoa	Experiment (2007)
$r_{hh} [\text{kJkg}^{-1}]$	2569.4196	Ẩn nhiệt hóa hơi của nước	Perry et al. (1992)
$r_{th} [\text{kJkg}^{-1}]$	3230.875	Ẩn nhiệt thăng hoa của nước	Perry et al. (1992)
$\rho_1 [\text{kgm}^{-3}]$	838.48	Khối lượng riêng của VLA đóng băng hoàn toàn.	Experiment (2007)
$\rho_2 [\text{kgm}^{-3}]$	839.34		Experiment (2007)
$\rho [\text{kgm}^{-3}]$	364.03	Khối lượng riêng của VLA không đóng băng.	Experiment (2007)
$\rho_{ck} [\text{kgm}^{-3}]$	112.32	Khối lượng riêng của VLA với $W = 0.08 - 0.1$	Experiment (2007)
$c [\text{kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}]$	1.7454	Khối lượng riêng chất khô tuyệt đối trong	Experiment (2007)

l]	0.0507	VLA	Experiment (2007)
λ [$Wm^{-1}K^{-1}$]	1.084	Nhiệt dung riêng của lớp khô	Experiment (2007)
l]	4.9×10^{-3}	Hệ số dẫn nhiệt của lớp khô	Experiment (2007)
λ_1 [$Wm^{-1}K^{-1}$]	37.5×10^{-3}	Hệ số dẫn nhiệt của VLA	Calculation
l]	7.98×10^{-8}	Bán kính hình trụ	Stefan Boltzmann
R [m]	5.67	Nửa chiều cao hình trụ	Liapis and Bruttini (1994)
h [m]	0.96	Hệ số dẫn nhiệt độ	Luikov (1966)
$a = \lambda(cp)$ [m^2s^{-1}]	0.9	Hệ số bức xạ của vật đen tuyệt đối	Calculation (25)
C_0 [$Wm^{-2}K^{-4}$]	0.867	Độ đen của vật bức xạ	Calculation (22)
ϵ_1	0.957	Độ đen của VLA	Calculation (22)
ϵ_2	4.3088	Độ đen quy dẫn	
ϵ_{qd}	0.3824	Hệ số hứng bức xạ của bề mặt diện tích trao đổi nhiệt	
k	3.187	Hệ số tỏa nhiệt bằng bức xạ tại $P_{th} = 0.1 \text{ mmHg}$	
α_{bx} [$Wm^{-2}K^{-1}$]		Chuẩn số Bio theo phương bán kính R	
Bi_R		Chuẩn số Bio theo phương chiều cao h	
Bi_h			



Hình 3. Đồ thị biểu diễn sự biến thiên của hàm điều hòa Bessel loại 1, bậc 0 và 1



Hình 4. Đồ thị biểu diễn nghiệm của phương trình đặc trưng (16), (17)

Nhìn vào đồ thị ở hình 4 rõ ràng phương trình đặc trưng (16), (17) có vô số nghiệm μ_n, μ_m với $(n = 1 \rightarrow \infty; m = 1 \rightarrow \infty)$. Vì vậy, phải chọn n, m sao cho chuỗi (15) hội tụ nhanh, có nghĩa các số hạng của chuỗi (15) tiếp theo n, m là i, j đã chọn vô cùng bé, nên có thể loại bỏ ($\delta_{ij} < 0.0001$): với:

$$\delta_{ij} = A_i A_j J_0\left(\mu_i \frac{r}{R}\right) \cos\left(\mu_j \frac{z}{h}\right) \exp\left[-\left(\mu_i^2 Fo_R + \mu_j^2 Fo_h\right)\right] \quad (30)$$

Giải phương trình (16), (17) kèm theo điều kiện (30) bằng lập trình trên máy tính sẽ thu được nghiệm như sau, có thể xem bảng 2:

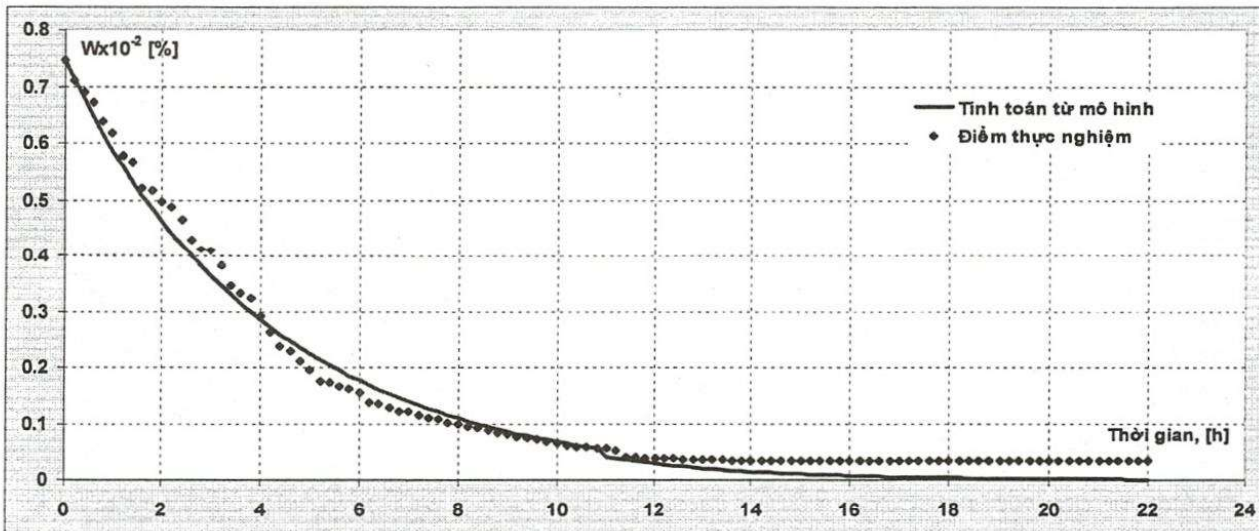
Bảng 2. Nghiệm của phương trình đặc trưng ở điều kiện áp suất thăng hoa $P_{th} = 0.01$ mmHg

Tôm sú	μ_{ni} (16)	0.8344	3.9299	7.0698	13.3524			
	μ_{mj} (17)	1.2084	3.835	6.7257	9.741	12.8102	15.9057	19.0156
	n	4						
	m	7						

Như vậy, phương trình (16) có 4 nghiệm ($n = 4$), phương trình (17) có 7 nghiệm ($m = 7$) thỏa điều kiện (30)

3.2. Thực nghiệm để kiểm chứng mô hình toán đã thiết lập

Thay các thông số nhiệt - vật lý ở *bảng 1* và nghiệm phương trình đặc trưng ở *bảng 2* vào phương trình (27) và (28) rồi viết chương trình trên máy tính sẽ tính toán và mô phỏng đường cong sấy lý thuyết, đồng thời thực nghiệm và mô phỏng đường cong sấy thực nghiệm đối với VLA tôm sú, điều kiện STH ở áp suất $P_{th} = 0.01$ mmHg, kết quả nhận được có thể *xem hình 5*. Rõ ràng, đường cong sấy tính toán từ mô hình và đường cong sấy thực nghiệm có dạng gần giống nhau.



Hình 5. Mô phỏng đường cong STH ở $P_{th} = 0.01$ mmHg, $\alpha_{bx} (Opt) = 4.3088 [Wm^{-2}K^{-1}]$

Sai số giữa số liệu tính toán từ mô hình so với số liệu thực nghiệm được xác định theo phương trình sau:

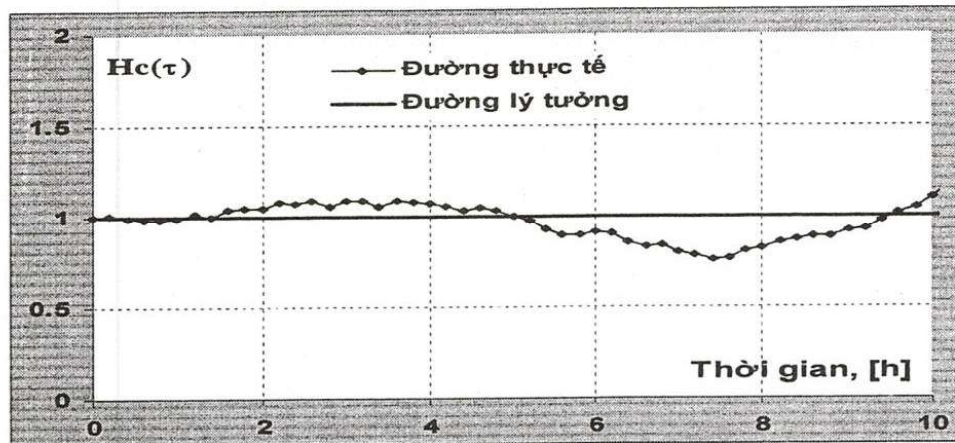
$$SS(W(\tau)) = \frac{\sum_{i=1}^n |W_{tn}(\tau) - \bar{W}_{lt}(\tau)| \Delta\tau}{\sum_{i=1}^n \bar{W}_{lt}(\tau) \Delta\tau} \times 100\% = \frac{\left| \int_0^{\tau} W_{nt}(\tau) d\tau - \int_0^{\tau} W_{lt}(\tau) d\tau \right|}{\int_0^{\tau} W_{lt}(\tau) d\tau} \times 100\% \quad (31)$$

Từ phương trình (31) sau khi tính toán bằng chương trình được viết trên máy tính sẽ nhận được kết quả: $SS(W(\tau)) = 9.13\%$. Vì vậy, có thể khẳng định rằng: mô hình toán truyền nhiệt - tách ẩm mà chúng tôi thiết lập có thể hoàn toàn chấp nhận được cho những VLA tôm sú STH nói riêng và VLA hình trụ STH nói chung.

Để làm tăng thêm độ chính xác của mô hình toán khi ứng dụng mô hình toán truyền nhiệt - tách ẩm này vào thực tế để tính toán thiết kế, cũng như xác định chế độ công nghệ thì cần phải nhân thêm hệ số hiệu chỉnh trong mô hình toán, hệ số hiệu chỉnh được xác định như sau:

Gọi: $H_c(\tau) = \frac{W_{tn}}{W_{lt}}$ (32), biểu diễn hàm (32) trên đồ thị, xem hình 6, trong đó: W_{tn} : độ ẩm

VLA trong quá trình sấy đo đạc bằng thực nghiệm, W_{lt} : độ ẩm VLA tính toán từ mô hình.



Hình 6. Đồ thị biểu diễn quan hệ H_c và thời gian: $H_c(\tau) = \frac{W_{tn}}{W_{lt}} = f(\tau)$

Nếu $H_c(\tau) = 1$ có nghĩa là đường cong sấy tính toán từ mô hình trùng với đường thực nghiệm, điều này chúng ta luôn mong muốn và mô hình toán thiết lập rất chính xác, trên đồ thị hình 6 ta thấy $H_c(\tau)$ biến thiên xung quanh đường $H_c(\tau) = 1$, do đó mô hình toán được thiết lập chưa đúng với thực tế. Vì vậy, cần phải nhân thêm hệ số hiệu chỉnh, giá trị hệ số hiệu chỉnh chính là diện tích trung bình của hình thang cong biểu diễn ở hình 6, được xác định theo phương trình sau:

$$A = \sum_{i=0}^n \frac{1}{\tau_{i+1} - \tau_i} \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} H_c(\tau) d\tau = \sum_{i=0}^n \frac{1}{\tau_{i+1} - \tau_i} \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \frac{W_{tn}}{W_{lt}} d\tau \quad (37)$$

Từ phương trình (37) sau khi tính toán bằng chương trình được viết trên máy tính, sẽ nhận được kết quả: $A = 1.0913$. Như vậy: $W_{tn} = A W_{lt} = 1.0913 W_{lt}$

3.3. Xác định thời gian sấy lý thuyết của giai đoạn STH và SCK

Khi sấy ở nhiệt độ bức xạ $T_f = 35^\circ\text{C}$ và áp suất buồng thăng hoa $P_{th} = 0.01 \text{ mmHg}$ thì thời gian sấy được xác định qua hai giai đoạn như sau:

Ở giai đoạn sấy thăng hoa: khi kết thúc giai đoạn STH thì nhiệt độ VLA $\bar{t}(r, z, \tau_{th}) = T_{kt}$ bắt đầu vượt qua nhiệt độ kết tinh $T_{kt} = -1.21^\circ\text{C}$, bởi vì lúc đó ẩm đóng băng chưa thăng hoa hết sẽ chuyển sang pha lỏng thực hiện giai đoạn sấy chân không. Từ phương trình (29)

Thay các giá trị ở bảng 1 và 2 vào phương trình (29) sẽ xác định được: $\tau_{th} = 10.975\text{h}$; khi đó độ ẩm vật liệu khi kết thúc STH xác định từ phương trình (27) là: $W_{th} = W_{01} = 0.0533 = 5.33\%$

▪ **Ở giai đoạn sấy chân không:** khi kết thúc giai đoạn sấy chân không thì độ ẩm cuối cùng đạt độ ẩm yêu cầu $W_{yc} = 0.035 = 3.5\%$. Thay vào phương trình (31) sẽ xác định được: $\tau_{ck} = 8.05\text{h}$, tổng thời gian quá trình sấy: $\tau = \tau_{th} + \tau_{ck} = 10.975 + 8.015 = 18.99\text{h}$

3.5. Bàn luận

Qua thực nghiệm đã kiểm chứng, có thể khẳng định rằng mô hình toán đã được thiết lập là phù hợp cho các loại VLA dạng trụ trong điều kiện STH, tuy nhiên giữa đường tính toán từ mô hình và đường thực nghiệm có sự khác biệt nhau đáng kể trong STH là do một số nguyên nhân sau:

- Ban đầu ẩm đóng băng có hàm lượng lớn nhất nên quá trình thăng hoa xảy ra mảnh liệt, [7], [8], [9] tuy nhiên quá trình thăng hoa ẩm băng từ các lớp bên trong không trực tiếp ra ngoài môi trường, mà thực tế ở đây phải xảy ra quá trình khuếch tán nội, từ bên trong ra bên ngoài bề mặt sau khi thăng hoa, sau đó khuếch tán ra ngoài môi trường, đây là nguyên nhân làm chậm quá trình bay hơi.

- Mặt khác ẩm trong VLA không phải là ẩm nguyên chất, ẩn nhiệt thăng hoa và ẩn nhiệt hóa hơi không phải là hằng số mà chúng luôn phụ thuộc vào nhiệt độ đây cũng là nguyên nhân ảnh hưởng quá trình thăng hoa.

- Tôm sú được giả thiết là hình trụ có kích thước $H = 75 \times 10^{-3} \text{ m}$, $R = 4.5 \times 10^{-3} \text{ m}$, thực tế tôm sú chỉ gần đúng với hình trụ, hơn nữa khi STH xảy ra hiện tượng biến dạng bề mặt, đây là nguyên nhân dẫn đến sai số.

- Hàm ẩm trong VLA tôm sú được giả thiết là phân bố đều, truyền nhiệt không ổn định theo 2 phương r, z có các mặt đẳng nhiệt đồng tâm để đơn giản hóa bài toán khi giải, nhưng thực tế hàm ẩm không phân bố đều và truyền nhiệt theo 3 phương r, z và góc φ .

- Các thông số nhiệt - vật lý được lấy trung bình và xem là hằng số, nhưng thực tế các thông số nhiệt - vật lý này phụ thuộc vào nhiệt độ.

Một điều đáng chú ý ở đây là đường cong STH tính toán từ mô hình: tại thời điểm cuối giai đoạn 2 STH và đầu giai đoạn 3 sây chân không có bước nhảy là do: nhiệt độ VLA vượt qua nhiệt độ kết tinh nên ẩm bên trong VLA thăng hoa không hết không còn tồn tại ở pha rắn nữa mà chuyển hết sang pha lỏng, cơ chế thăng hoa và cơ chế bay hơi khác nhau, ẩn nhiệt thăng hoa $r_{th}[\text{kJ/kg}]$ và ẩn nhiệt hóa hơi của ẩm khác nhau, tốc độ bốc hơi cuối giai đoạn thăng hoa bão hòa, tốc độ bốc hơi đầu giai đoạn thăng hoa lớn hơn nhiều. Do đó khi tính toán sẽ tạo ra bước nhảy. Tuy nhiên ở đường cong STH thực nghiệm thì bước nhảy này không thể hiện rõ ràng: nguyên nhân khi kết thúc giai đoạn 2 STH hàm ẩm còn lại trong VLA ít và tốc độ hóa hơi của ẩm đầu giai đoạn 3 không lớn vì xảy ra khuếch tán nội.

Đường cong STH tính toán từ mô hình và thực nghiệm ở hình 5 được xác định ở điều kiện áp suất buồng thăng hoa $P_{th} = 0.01 \text{ mmHg}$, tuy nhiên khi áp suất P_{th} thay đổi dẫn đến nhiệt độ bề mặt VLA $t(R, h, \tau)$ thay đổi, hệ số tỏa nhiệt bức xạ $\alpha_{bx} [\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}]$ thay đổi, chuẩn số Bio và nghiệm phương trình đặc trưng (16), (17) μ_n, μ_m thay đổi theo, cuối cùng dẫn đến đường cong sây thay đổi, vấn đề này phải có những nghiên cứu riêng. ở bài viết tiếp theo chúng tôi sẽ công bố kết quả nghiên cứu thiết lập mối quan hệ giữa hệ số tỏa nhiệt bức xạ $\alpha_{bx} [\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}]$ với áp suất STH và việc ứng dụng mô hình này để thiết lập chế độ sây thích hợp.

4. KẾT LUẬN

Mô hình toán truyền nhiệt - tách ẩm đã được thiết lập ở (27), (28), (29), qua kiểm chứng bằng thực nghiệm chúng tôi khẳng định rằng mô hình toán truyền nhiệt - tách ẩm với sai số: $SS(W(\tau)) = 9.13\%$. Với hiệu số hiệu chỉnh cho VLA tôm sú $A = 1.0913$, do đó có thể chấp nhận được và việc ứng dụng mô hình toán này để tính toán thiết kế, cũng như xác lập chế độ công nghệ trong bảo quản các sản phẩm thực phẩm dạng trụ nói chung và thủy hải sản nhóm giáp xác (tôm sú, tôm bạc và tôm thẻ) nói riêng có giá trị kinh tế hoàn toàn phù hợp.

Thời gian STH cũng được xác định từ phương trình (29) $\tau = \tau_{th} + \tau_{ck} = 10.975 + 8.015 = 18.99h$ hoàn toàn phù hợp với thực tế sản xuất. Tuy nhiên, ở đây chúng tôi cấp nhiệt bằng trở nhiệt bức xạ nên thời gian rút ngắn xuống còn (14-19)h tùy theo độ ẩm VLS yêu cầu cuối cùng, trong thực tế sản xuất cấp nhiệt STH bằng nước nóng thì thời gian sấy kéo dài từ (22 - 25)h. Có thể nói cấp nhiệt bằng bức xạ nhiệt làm tăng hiệu quả kinh tế.

Tóm lại mô hình toán truyền nhiệt - tách ẩm đã được thiết lập ở (27), (28), (29) có tính gọi mở, không chỉ ứng dụng cho VLA thủy hải sản nhóm giáp xác (tôm sú, tôm bạc và tôm thẻ) mà còn có thể ứng dụng cho tất cả các loại VLA có kích thước hình học là hình trụ có bán kính R và chiều cao là H. Tuy nhiên, do tính chất nhiệt - vật lý khác nhau thì đường cong STH và thời gian STH sẽ khác nhau.

RESEARCH FOR THE ESTABLISHMENT AND SOLUTION MATHEMATICAL MODEL OF HEAT AND MASS TRANSFER AT THE SAME TIME IN PROCESSING FREEZE - DRYING

Nguyen Tan Dung⁽¹⁾, Trinh Van Dung⁽²⁾, Tran Duc Ba⁽³⁾

(1)Ho Chi Minh City of University Technical Education

(2)University of Technology, VNU-HCM

(3)University of Industry Ho Chi Minh City

ABSTRACT: *When applied technology Freeze - Drying in preserving foods had economy value, it seems that establishment and solution mathematical model heat and mass transfer at the same time in conditional processing freeze - drying is very important problem. From that point it is basis of science to determine regime technology Freeze - Drying. In this article, we will publish result research to set up and solve mathematical model heat and mass transfer at the same time of cylinder form in conditional freeze - drying. Result research will apply for preserving fishery foods crustacean group (PENAEUS MONODON, PENAEUS MERGUIENSIS, PENAEUS VANNAMEI) has economy value.*

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Nguyễn Tấn Dũng - Trịnh Văn Dũng - Trần Đức Ba, *Nghiên cứu khảo sát các tính chất nhiệt - vật lý của thủy hải sản nhóm giáp xác (tôm sú, tôm bạc và tôm thẻ) ảnh hưởng đến quá trình cấp nhiệt - tách ẩm trong sấy thăng hoa*, Tạp chí khoa học và Công nghệ thủy hải sản, (2008).
- [2]. Nguyễn Tấn Dũng - Trần Đức Ba, *Công nghệ lạnh, Tập 1*, NXB ĐHQG Tp.HCM, Năm 2007.
- [3]. Phạm Văn Bôn, *Truyền nhiệt và thiết bị truyền nhiệt, Tập 5, Quyển 1, 2*, NXB ĐHQG Tp.HCM, (2004).
- [4]. Nguyễn Tấn Dũng, *Nghiên cứu tính toán thiết kế, chế tạo hệ thống sấy thăng hoa DS-3 phục vụ cho sản xuất các loại thực phẩm cao cấp (Đề tài NCKH cấp bộ)*, Tạp chí Giáo dục khoa học kỹ thuật, số 3(1), (2007).
- [5]. Gebhart B., *Heat Conduction and Mass Diffusion*, McGraw - Hill, New York, (1992).

- [6]. Holman J., *Heat Transfer*, McGraw – Hill, New York, (1992).
- [7]. Luikov, A.V., *Systems of differential equations of heat and mass transfer in capillary-porous bodies*. International Journal of Heat and mass transfer, (1975).
- [8]. Pikal, M.J.; M.L.; Shah, S. *Mass and Heat transfer in vial freeze – drying of pharmaceuticals: role of the vial*. J. Pharm. Sci. (1984).
- [9]. Liapis, A.I., Bruttini, R. and Pikal, M.J. Research and development needs and opportunities in freeze – drying. Drying Technology, (1996).
- [10]. Murray R. Spiegel, *Các công thức và các bảng toán học cao cấp (người dịch: Ngô Ánh Tuyết)*, NXB Giáo dục, (1997).