

## PHÂN TÍCH VÀ CHẨN ĐOÁN DÀM ĐÀN HỒI CÓ NHIỀU VẾT NỨT

Lê Xuân Hàng, Nguyễn Thị Hiền Lương  
 Trường Đại Học Bách Khoa, ĐHQG-HCM

(Bài nhận ngày 06 tháng 10 năm 2008, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 15 tháng 04 năm 2009)

**TÓM TẮT:** Bài báo này trình bày cách xác định vị trí và chiều sâu các vết nứt trong dầm công xôn bằng thuật toán di truyền (TTDT) trên cơ sở dấu hiệu chẩn đoán vết nứt là tần số dao động riêng của dầm. Ma trận độ cứng của phần tử dầm có vết nứt được xây dựng dựa trên giả thuyết độ mềm cục bộ tăng lên do sự xuất hiện của vết nứt. Vị trí và chiều sâu vết nứt được xác định bằng cách cực tiểu hóa hàm mục tiêu biểu diễn sự chênh lệch giữa tần số riêng tính toán và đo được. Kết quả nhận được cho thấy phương pháp này cho giá trị chẩn đoán có độ chính xác và tốc độ hội tụ cao.

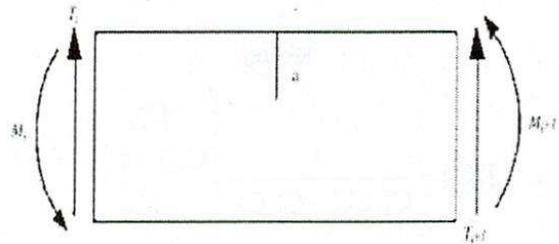
## 1. GIỚI THIỆU

Khuyết tật công trình là một vấn đề mà chúng ta phải đối mặt trong suốt quá trình tồn tại của công trình. Đây là một vấn đề cần được quan tâm. Chúng ta sẽ tiết kiệm rất nhiều nhân lực, vật lực khi phát hiện và ngăn ngừa kịp thời các hư hỏng có thể gây nguy hại cho công trình. Việc sử dụng các dữ liệu dao động để phát hiện vết nứt đã được nghiên cứu rộng rãi trong nhiều năm và thu được những bước phát triển quan trọng [1-7]. Rizos và các đồng sự [1] xây dựng ma trận độ cứng tại tiết diện nứt bằng cách xem vết nứt như là một lò xo tương đương. Qian và các đồng sự [2] đưa ra phương pháp phát hiện vết nứt trong dầm dựa vào sự thay đổi của tần số riêng và dạng dao động. Patil và Maiti [5] đưa ra phương pháp dựa trên cách tiếp cận gần đúng của Hu và Liang [6] kết hợp với mô hình dao động ngang của dầm có nhiều vết nứt bằng phương pháp ma trận chuyển và mô tả vết nứt như là một lò xo xoay. N. T. Khiêm và T. V. Liên [8] mô phỏng dầm có nhiều vết nứt bằng phương pháp ma trận độ cứng động lực và giải bài toán chẩn đoán bằng phương pháp quy hoạch phi tuyến. Horibe [9] chẩn đoán dầm có một vết nứt bằng phương pháp giải tích kết hợp Thuật toán Di truyền (TTDT).

Bài báo này trình bày một cách xác định mới vị trí và chiều sâu các vết nứt trong dầm công xôn bằng phương pháp Phần tử Hữu hạn

(PTHH) kết hợp TTDT, dựa trên cơ sở dấu hiệu chẩn đoán vết nứt là tần số dao động riêng của dầm. Ma trận độ cứng phần tử dầm có vết nứt được thiết lập với giả thuyết độ mềm cục bộ tăng lên do sự xuất hiện của vết nứt. Thông qua ví dụ dầm có hai vết nứt, dựa vào kết quả của bài toán thuận - nghiên cứu ảnh hưởng của các vết nứt đến tần số riêng của dầm, ta lựa chọn một bộ các thông số thích hợp của TTDT cho bài toán ngược - chẩn đoán vết nứt trong dầm, từ đó xác định vị trí và chiều sâu của các vết nứt trong dầm.

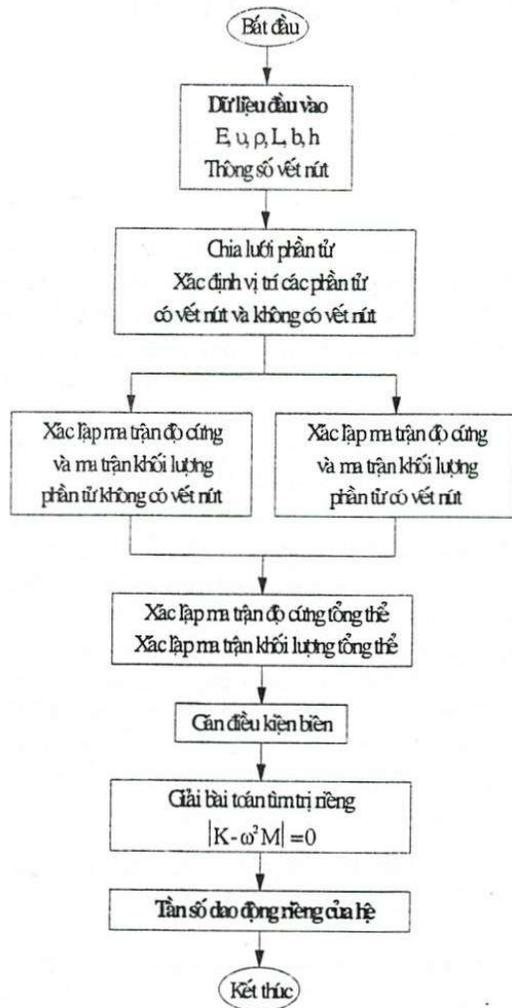
## 2. MÔ HÌNH PHẦN TỬ HỮU HẠN (PTHH) CỦA DÀM CÓ VẾT NỨT



Hình 1. Mô hình phần tử dầm phẳng có vết nứt

Giả sử phần tử dầm Euler-Bernoulli có vết nứt ngang chịu tác dụng của mômen uốn và lực cắt (bỏ qua lực dọc) như trên Hình 1, điều kiện cân bằng của phần tử có vết nứt được biểu diễn như sau:

$$\begin{pmatrix} T_i & M_i & T_{i+1} & M_{i+1} \end{pmatrix}^T = [T] \begin{pmatrix} T_{i+1} & M_{i+1} \end{pmatrix}^T \quad (1)$$



Hình 2. Sơ đồ khối bài toán tìm tần số dao động riêng

Trong đó [T] là ma trận chuyển đổi:

$$[T] = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

Áp dụng nguyên lý công ảo, ma trận độ cứng của phần tử có vết nứt được Meirovitch [4] định nghĩa như sau:

$$[K_c^e] = [T]T[C]-1[T] \quad (3)$$

Các thành phần của ma trận độ mềm [C]:

$$C_{11}^e = \frac{l^3}{3EI} + 2B_1[9l^2B_2 + h^2B_3]$$

$$C_{12}^e = C_{21}^e = \frac{l^2}{2EI} + 36lB_2B_2$$

$$C_{22}^e = \frac{1}{EI} + 72B_1B_2 \quad (4)$$

Trong đó:

$$B_1 = \frac{\pi(1-\nu^2)}{Ebh^2}, \quad B_2 = \int_0^l sF_1(s)ds$$

$$B_3 = \int_0^l sF_{II}(s)ds \quad (5)$$

Từ phương trình (3) thì ma trận độ cứng của phần tử có vết nứt trở thành:

$$[K_c^e] = \frac{1}{C_{11}^e C_{22}^e - C_{12}^e C_{21}^e} \begin{bmatrix} C_{22}^e & C_{22}^e l - C_{21}^e & -C_{22}^e & C_{21}^e \\ C_{22}^e l - C_{21}^e & C_{22}^e l^2 - C_{21}^e l - C_{12}^e l + C_{11}^e & -C_{22}^e l + C_{12}^e & C_{21}^e l - C_{11}^e \\ -C_{22}^e & -C_{22}^e l + C_{12}^e & C_{22}^e & -C_{21}^e \\ C_{21}^e & C_{21}^e l - C_{11}^e & -C_{12}^e & C_{11}^e \end{bmatrix} \quad (6)$$

Ma trận độ cứng của phần tử không có vết nứt [10]:

$$[K^e] = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Ma trận độ cứng tổng thể:

$$K = \sum_e K^e + \sum_e K_c^e \quad (8)$$

Ma trận khối lượng của phần tử có vết nứt được xem như không thay đổi so với phần tử không có vết nứt [10]:

$$M_c^e = M^e =$$

$$\frac{ml}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Ma trận khối lượng tổng thể:

$$M = \sum_e M^e + \sum_e M_c^e \quad (10)$$

Tần số riêng của dầm công xôn có vết nứt được tính dựa vào công thức:

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (11)$$

Sơ đồ khối bài toán tìm tần số dao động riêng xem Hình 2.

### 3. ẢNH HƯỞNG CỦA VẾT NỨT ĐẾN TẦN SỐ RIÊNG CỦA DÀM

Các đặc trưng hình học, vật liệu sử dụng cho bài toán thuận được chọn như sau: môđun đàn hồi của vật liệu  $E = 2.8 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ , trọng lượng riêng của vật liệu  $\rho = 2350 \text{ kg/m}^3$ , hệ số Poisson  $\nu = 0.3$ , chiều dài cấu kiện dầm  $L_{\text{dam}} = 10 \text{ m}$ , chiều rộng của tiết diện  $b = 0.2 \text{ m}$  và chiều cao của tiết diện  $h = 0.6 \text{ m}$ . Sau khi mô phỏng kết cấu dầm công xôn có một vết nứt bằng phương pháp PTHH và sử dụng chương trình viết trên Matlab, ta tiến hành khảo sát ảnh hưởng của vị trí và chiều sâu của các vết nứt đến tần số riêng của dầm. Đặt  $p^4 = \frac{\rho A \omega^2}{EJ}$ , ta so sánh giá trị pL tính được với các kết quả trong tài liệu [5].

**Bảng 1.** So sánh kết quả tần số thứ nhất

x1=0.1L d1=0.1h	Tần số thứ nhất (pL)				
	Vị trí vết nứt thứ hai x2/L (d2=0.1h)				
	0.11	0.2	0.4	0.6	0.8
Patil, Maiti	1.8468	1.8504	1.8564	1.8595	1.8604
PTHH	1.8641	1.8656	1.8679	1.8691	1.8694
Sai số (%)	0.9368	0.8214	0.6195	0.5163	0.4838

**Bảng 2.** So sánh kết quả tần số thứ hai

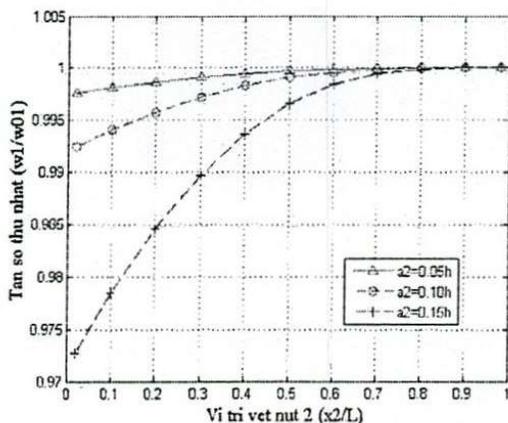
x1=0.1L d1=0.1h	Tần số thứ hai (pL)				
	Vị trí vết nứt thứ hai x2/L (d2=0.1h)				
	0.11	0.2	0.4	0.6	0.8
Patil, Maiti	4.6707	4.6807	4.6634	4.6577	4.6763
PTHH	4.6848	4.6888	4.6823	4.6801	4.6872
Sai số (%)	0.3019	0.1731	0.4053	0.4809	0.2331

**Bảng 3.** So sánh kết quả tần số thứ ba

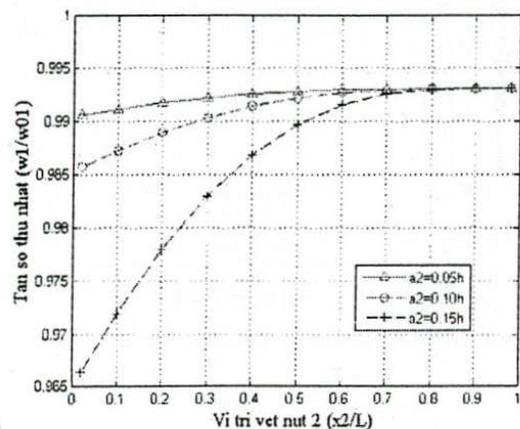
x1=0.1L d1=0.1h	Tần số thứ ba (pL)				
	Vị trí vết nứt thứ hai x2/L (d2=0.1h)				
	0.11	0.2	0.4	0.6	0.8
Patil, Maiti	7.8488	7.8373	7.8322	7.8278	7.8199
PTHH	7.8523	7.8481	7.846	7.8443	7.8415
Sai số (%)	0.0446	0.1378	0.1762	0.2108	0.2762

Kết quả khảo sát ảnh hưởng vị trí, chiều sâu của vết nứt đến các tần số riêng của dầm công xôn thể hiện ở các Hình 3-10. Khi vết nứt xuất hiện, độ mềm cục bộ của dầm tại vị trí vết nứt gia tăng làm giảm giá trị tần số riêng. Khi chiều sâu vết nứt tăng, tần số riêng giảm đi, ảnh hưởng vết nứt đến tần số riêng cũng phụ thuộc vào dạng dao động.

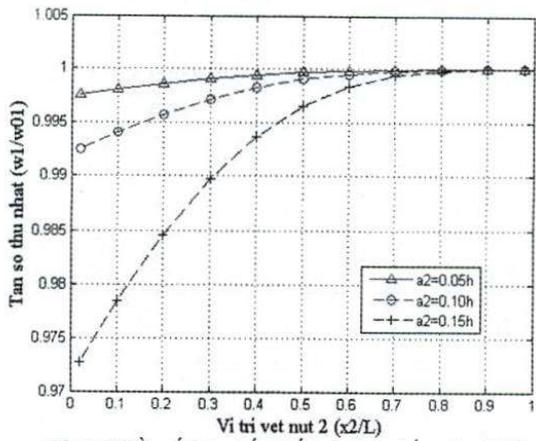
Kết quả tính từ mô hình PTHH phù hợp với kết quả thực nghiệm, sai số nhỏ hơn 1%. Như vậy, đây là mô hình đáng tin cậy, có thể sử dụng để mô phỏng dầm có nhiều vết nứt để khảo sát ảnh hưởng của vết nứt đến tần số riêng và sử dụng trong bài toán chẩn đoán vết nứt.



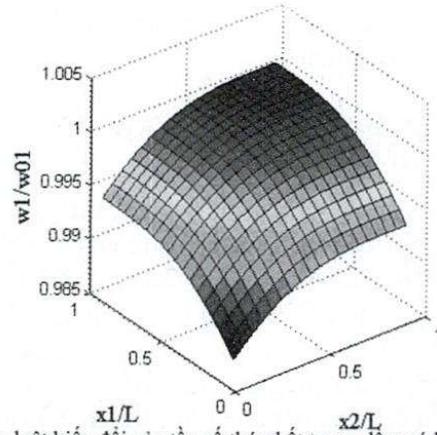
**Hình 3.** Tần số thứ nhất (dầm có một vết nứt)



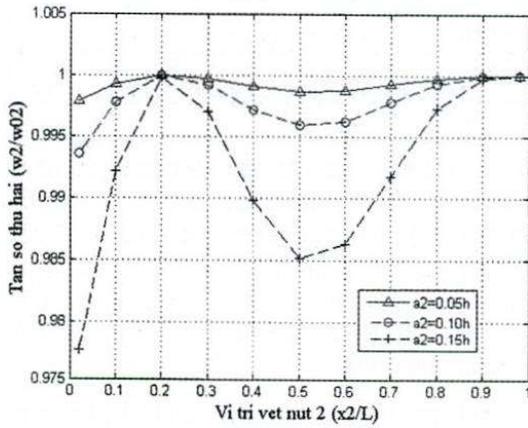
**Hình 4.** Tần số thứ nhất (vết nứt thứ nhất: x1 =0.05L, d1 =0.1h)



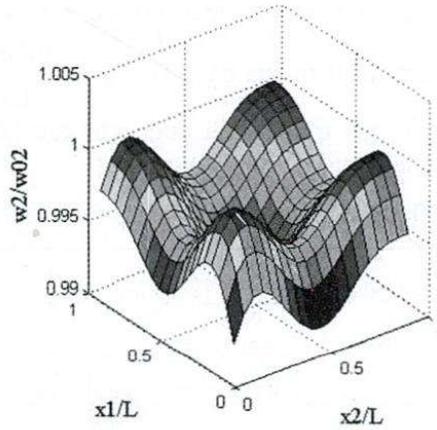
Hình 5. Tần số thứ nhất (vết nứt thứ nhất:  $x_1 = 0.95L$ ,  $d_1 = 0.1h$ )



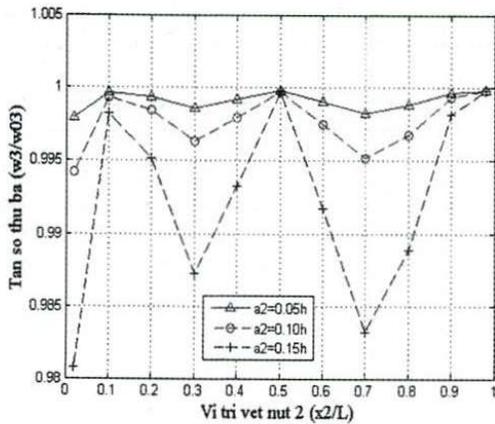
Hình 6. Quy luật biến đổi của tần số thứ nhất trong dầm có hai vết nứt



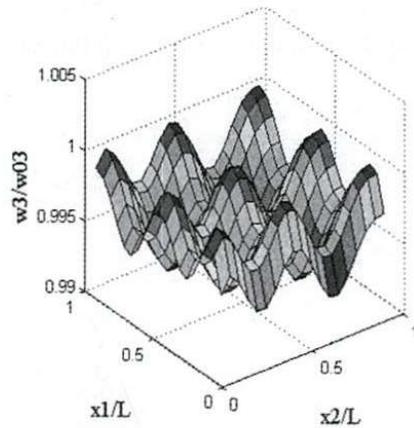
Hình 7. Tần số thứ hai (dầm có một vết nứt)



Hình 8. Quy luật biến đổi của tần số thứ hai trong dầm có hai vết nứt



Hình 9. Tần số thứ ba (dầm có một vết nứt)



Hình 10. Quy luật biến đổi của tần số thứ ba trong dầm có hai vết nứt

#### 4. XÁC ĐỊNH VẾT NỨT TRONG DÀM SỬ DỤNG TTDT

Mục tiêu của bài toán là xác định vị trí và chiều sâu của các vết nứt trong dầm bằng TTDT. Sơ đồ khối bài toán xác định vị trí, chiều sâu của các vết nứt xem Hình 11. Để đơn giản quá trình tính toán nhưng không làm mất tính tổng quát của bài toán, ta giả sử dầm chỉ có 2 vết nứt; do đó bài toán khảo sát sẽ có 4 biến  $x_i$  với  $i=1 \div 4$ .

Hàm mục tiêu của bài toán tối ưu được thiết lập như sau [9]:

$$\text{fitness} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{f_i}{\bar{f}_i}\right)} \quad (12)$$

Trong đó:  $n = 6$ ,  $f_i$  là các tần số riêng tính toán,  $\bar{f}_i$  là các tần số riêng đầu vào. Bằng cách cực tiểu hóa hàm mục tiêu, đảm bảo cho các

$$0 \leq x(1) \leq L_{\text{dam}} \Leftrightarrow \begin{cases} -x(1) \leq 0 \\ x(1) - L_{\text{dam}} \leq 0 \end{cases}, \quad 0 \leq x(2) \leq 0.2h \Leftrightarrow \begin{cases} -x(2) \leq 0 \\ x(1) - 0.2h \leq 0 \end{cases},$$

$$0 \leq x(3) \leq L_{\text{dam}} \Leftrightarrow \begin{cases} -x(3) \leq 0 \\ x(3) - L_{\text{dam}} \leq 0 \end{cases}, \quad 0 \leq x(4) \leq 0.2h \Leftrightarrow \begin{cases} -x(4) \leq 0 \\ x(4) - 0.2h \leq 0 \end{cases},$$

$$x(1) < x(3) \Leftrightarrow x(1) - x(3) < 0 \quad (13)$$

#### Thiết lập các thông số hợp lý cho TTDT

Sau khi khảo sát và phân tích sự ảnh hưởng của các thông số trong TTDT đến kết quả tính toán, ta chọn một bộ các thông số thích hợp đem lại kết quả tốt nhất cho bài toán: số cá thể trong quần thể: 30, số thế hệ tính toán: 100, khoảng chênh lệch ban đầu: [0 0 0 0; 0.1 0.01 0.1 0.01], số cá thể được chọn lọc tinh hoa: 3, hướng di trú: 'forward', số thế hệ sau 1 lần di trú: 30, đánh giá độ thích nghi: theo phương pháp xếp hạng (rank), lựa chọn cá thể: vòng quay Roulette, lai tạo: rải rác (scattered), xác suất lai tạo: 0.8, đột biến: Gaussian với Scale = 1 và Shrink = 1.

Xử lý các ràng buộc: phương pháp hàm phạt dạng

$$fval_{(\text{ctr})} = fval_{(\text{ctr})} + \mu \sum_{i=0}^{ncon} \text{con}_i^2 \quad \text{với} \quad \text{cons}(i) > 0 \quad (14)$$

Trong đó:  $\mu = 10$ : thông số phạt thay đổi trong quá trình tính toán,  $\mu_{(\text{ctr}+1)} = \mu_{(\text{ctr})} \times Pstep$ ,  $\mu = \min[\mu_{(\text{ctr}+1)}; \mu_{\text{max}}]$ ,  $Pstep = 100$ ,  $\mu_{\text{max}} = 10^9$ ,  $ncon$ : số ràng buộc bị vi

tấn số riêng tính toán sau mỗi lần lặp tiến dần đến tần số riêng đầu vào, từ đó ta có thể xác định vị trí và chiều sâu vết nứt trong dầm một cách chính xác.

#### Các điều kiện ràng buộc

Vì ý nghĩa cơ bản của bài toán không phải là thiết kế kết cấu, mà dựa vào tình trạng thực tế của kết cấu đang tồn tại để khảo sát, phân tích, đánh giá và chẩn đoán vết nứt nên mặc nhiên các điều kiện về ứng suất, ổn định của kết cấu đã thoả mãn. Nếu xét ở khía cạnh này thì các điều kiện ràng buộc cho bài toán là không cần thiết. Nhưng để thu gọn phạm vi khảo sát cho bài toán tối ưu, nhằm thu được kết quả chính xác và tốc độ hội tụ nhanh, ta đưa vào các ràng buộc cho các biến tính toán.

phạm,  $\text{con}_i$  là ràng buộc thứ  $i$  bị vi phạm,  $\text{ctr}$ : số lần lặp.

Điều kiện hội tụ:

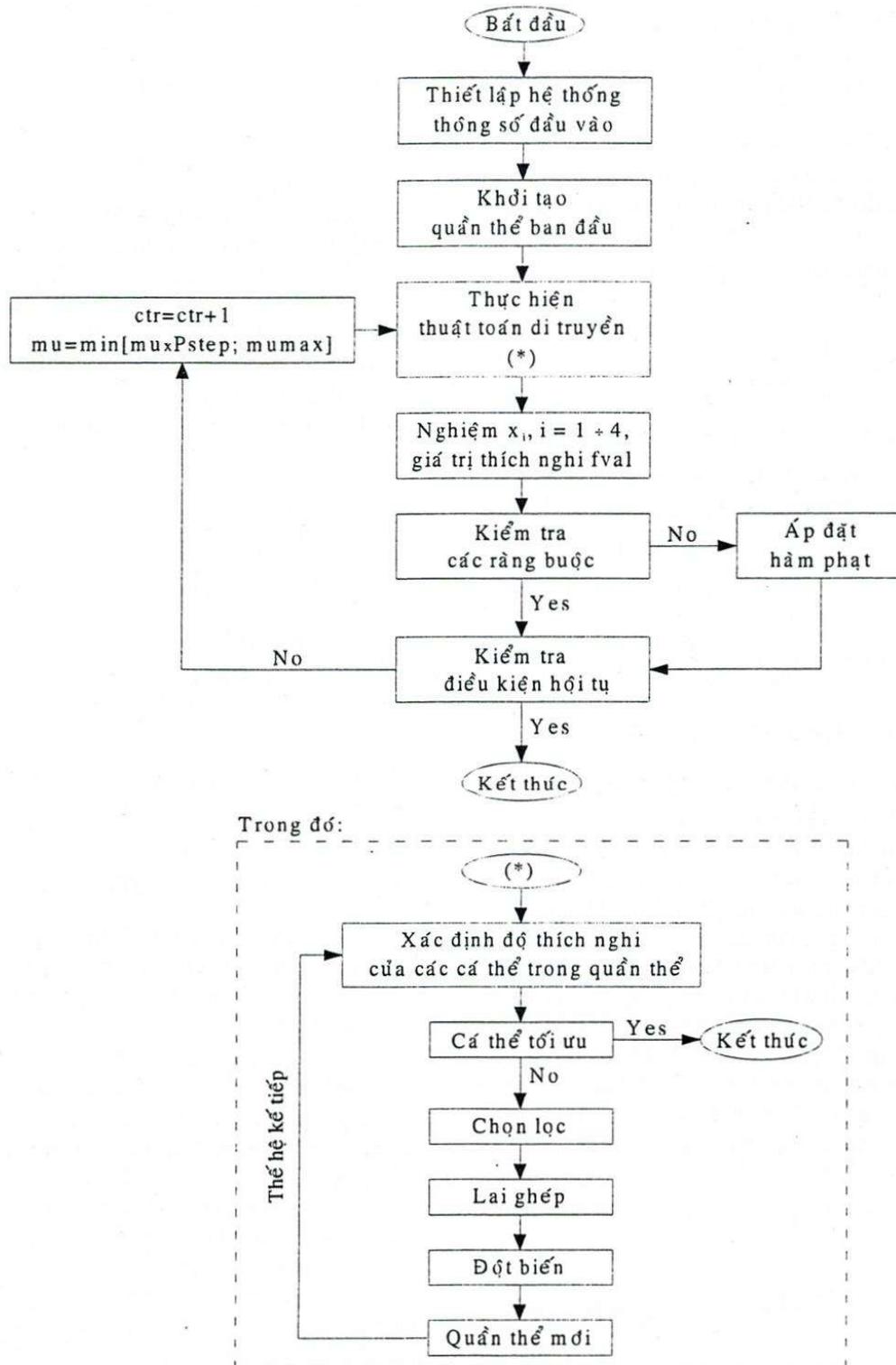
$$|fval_{(\text{ctr})} - fval_{(\text{ctr}-1)}| < pTol \quad \text{và} \quad ncon = (15)$$

Trong đó:  $fval(\text{ctr})$ ,  $fval(\text{ctr}-1)$ : giá trị thích nghi ở lần lặp thứ  $\text{ctr}$  và  $(\text{ctr}-1)$ ,  $pTol$ : sai số đánh giá độ hội tụ, bằng  $10^{-10}$ ,  $ncon$ : số ràng buộc bị vi phạm.

Kết quả chẩn đoán vết nứt bằng TTDT được thể hiện trong Bảng 4. Từ kết quả nhận được, ta thấy độ chính xác của nghiệm chẩn đoán so với giá trị thực của vết nứt có sai số lớn nhất là 2.62%, bài toán hội tụ với số lần lặp tối đa là 10 vòng lặp. Sử dụng 6 tần số riêng đầu tiên của dầm làm thông số chẩn đoán, kết quả hội tụ của bài toán khá tốt (bao gồm tốc độ hội tụ, số lần lặp, độ chính xác của nghiệm) mà không cần quan tâm nhiều đến độ nhạy cảm của các tần số riêng khi vết nứt thay đổi. Đây chính là ưu điểm nổi bật của TTDT so với các phương pháp phân tích ngược cổ điển (*gradient based*). Bài toán thuận có sai số nhỏ so với [5] (nhỏ hơn 1%) và trong bài toán ngược, sai số giữa kết quả chẩn đoán và số liệu thực cũng rất

nhỏ: 2.62% đối với vị trí và 2.39% đối với chiều sâu vết nứt (trong khi các sai số tương

ứng của Patil là 10% và 15%).



Hình 11. Sơ đồ khối bài toán xác định vị trí, chiều sâu của các vết nứt

**Bảng 4.** Kết quả chẩn đoán vết nứt trong dầm công xôn

STT	So sánh	Thông số vết nứt (m)				Số lần lặp
		x1	d1	x2	d2	
1	Thực tế	Không có		0.10000	0.00500	4
	Chẩn đoán			0.10045	0.00500	
	Sai số (%)			0.45200	0.00580	
2	Thực tế	Không có		0.50000	0.01000	5
	Chẩn đoán			0.50000	0.00999	
	Sai số (%)			0.00060	0.09330	
3	Thực tế	Không có		0.90000	0.01500	10
	Chẩn đoán			0.90042	0.01502	
	Sai số (%)			0.04689	0.11733	
4	Thực tế	0.10000	0.00500	0.30000	0.00750	5
	Chẩn đoán	0.10052	0.00500	0.30017	0.00752	
	Sai số (%)	0.52400	0.07400	0.05600	0.28960	
5	Thực tế	0.10000	0.00500	0.50000	0.01000	5
	Chẩn đoán	0.09975	0.00500	0.50047	0.01001	
	Sai số (%)	0.25250	0.07860	0.09440	0.05900	
6	Thực tế	0.10000	0.00500	0.70000	0.01250	3
	Chẩn đoán	0.10084	0.00503	0.70004	0.01249	
	Sai số (%)	0.84200	0.61860	0.00529	0.09920	
7	Thực tế	0.10000	0.00500	0.90000	0.01500	9
	Chẩn đoán	0.09882	0.00497	0.90008	0.01501	
	Sai số (%)	1.17920	0.55620	0.00844	0.09667	
8	Thực tế	0.30000	0.00750	0.50000	0.01000	5
	Chẩn đoán	0.29978	0.00743	0.49720	0.01003	
	Sai số (%)	0.07367	0.89587	0.56000	0.32900	
9	Thực tế	0.30000	0.00750	0.70000	0.01250	4
	Chẩn đoán	0.30786	0.00768	0.70267	0.01245	
	Sai số (%)	<b>2.62033</b>	<b>2.38880</b>	0.38157	0.39120	
10	Thực tế	0.30000	0.00750	0.90000	0.01500	9
	Chẩn đoán	0.30149	0.00753	0.89914	0.01493	
	Sai số (%)	0.49733	0.35693	0.09589	0.45333	
11	Thực tế	0.50000	0.01000	0.70000	0.01250	6

	Chân đoán	0.50000	0.01001	0.69992	0.01248	
	Sai số (%)	0.00080	0.14900	0.01214	0.14480	
12	Thực tế	0.70000	0.01250	0.90000	0.01500	3
	Chân đoán	0.70086	0.01253	0.90275	0.01515	
	Sai số (%)	0.12300	0.24880	0.30533	1.00867	

### 5.KẾT LUẬN

Bài báo đã giới thiệu phương pháp xác định vị trí và chiều sâu vết nứt trong dầm công xôn bằng TTDĐT trên cơ sở mô hình PTHH của phần tử dầm có vết nứt được xây dựng dựa trên giả thuyết độ mềm cục bộ tăng lên do sự xuất hiện của vết nứt. Qua các kết quả phân tích, ta nhận thấy nghiệm thu được của bài toán thuận và ngược đều có độ chính xác cao với tốc độ hội tụ nhanh. Cho nên, có thể nói sơ đồ giải này rất hiệu quả.

Phương pháp này cần được kiểm chứng bằng thực nghiệm để có thể ứng dụng chẩn đoán vết nứt trong kết cấu thực. Nên tự động hoá quá trình thiết lập bộ thông số di truyền để có thể ứng dụng được trong nhiều bài toán khác nhau; phát triển bài toán đối với các kết cấu phức tạp hơn (khung, dàn, tấm, ...) và những loại vật liệu không đẳng hướng (vật liệu composite, bê tông cốt thép, ...) để có thể mở rộng phạm vi ứng dụng trong thực tế.

## ANALYSIS AND PREDICTION OF MULTIPLE-CRACKED PLASTIC BEAM

Le Xuan Hang, Nguyen Thi Hien Luong  
University of Technology, VNU-HCM

**ABSTRACT:** This paper presents a method for identification of location and depth of a crack in a cantilever beam by means of a genetic algorithm based on the signs of crack identification are beams natural frequencies. The cracked element stiffness matrix is based on the theory that local flexibility goes up because of the appearance of cracks. Crack location and depth is identified by minimizing fitness function, which performs difference between natural frequencies calculated and measured. Results show that this method helps to make prediction with high accuracy and converging speed.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Rizos FP, Aspragathos N, Dimarogonas AD. *Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes*, Journal of Sound and Vibration; 138(3): 381–388, (1990).
- [2]. Qian GL, Gu SN, Jiang JS, *The dynamic behavior and crack detection of a beam with a crack*, Journal of Sound and Vibration; 138(2): 233–243, (1990).
- [3]. Saavedra PN, Cuitino LA, *Crack detection and vibration behavior of cracked beams*, Computers and Structures; 79: 1451–1459, (2001).
- [4]. H. Nahvi, M. Jabbari, *Crack detection in beams using experimental modal data and finite element model*, International Journal of Mechanical Sciences 47 (2005), 1477-1497.
- [5]. D. P. Patil, S. K. Maiti, *Detection of multiple cracks using frequency measurements*. Engineering Fracture Mechanics 70 (2003), 1553-1572.
- [6]. Hu J, Liang RY, *An integrated approach to detection of cracks using*

- vibration characteristics*. J Franklin Inst, 330(5): 841-853, (1993).
- [7]. N. T. H. Lương, N. Đ. Thạch, *Xác định vết nứt trong dầm công xôn sử dụng thuật giải di truyền*. Hội nghị cơ học toàn quốc lần thứ VIII, Thái Nguyên, (2006).
- [8]. N. T. Khiêm, T. V. Liên, *Phân tích và chẩn đoán dầm đàn hồi có nhiều vết nứt*. Hội nghị cơ học toàn quốc lần thứ VII, Hà Nội, (2002).
- [9]. T. Horibe, *Crack Identification in a Timoshenko Beam from Frequency Change using Genetic Algorithm*, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Ibarake University, (2003).
- [10]. D.L. Logan, *The First Course on The Finite Element Method*. Third Edition, Univesity of Wisconsin-Platville, Wardowarth, (2002).