

TÍNH TOÁN DÒNG CHẢY TRONG SÔNG RẠCH CẦN GIỜ BẰNG MÔ HÌNH TOÁN SỐ 2 CHIỀU

Lê Song Giang, Trần Thị Ngọc Triều

Trường Đại học Bách khoa, ĐHQG-HM

(Bài nhận ngày 25 tháng 07 năm 2007, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 28 tháng 07 năm 2008)

TÓM TẮT: Bài báo trình bày việc tính toán dòng chảy trong mạng sông rạch Cần Giờ bằng mô hình toán số hai chiều. Mô hình được thiết lập dựa trên việc giải phương trình Saint – Venant 2 chiều theo phương pháp thể tích hữu hạn trên lưới phi cấu trúc. Kiểm tra với các bài toán mẫu cho thấy mô hình có độ chính xác khá cao. Kết quả tính dòng chảy trong sông rạch Cần Giờ cũng rất khớp với các số liệu đo. Ngoài ra kết quả tính còn cho thấy một số đặc trưng của dòng chảy ở khu vực này.

Keywords: finite volume method; shallow-water equations; unstructured grid

1. GIỚI THIỆU

Cần giờ là huyện ven biển thuộc Tp. Hồ Chí Minh và có hệ thống sông rạch khá phức tạp. Nhiều tác giả đã nghiên cứu tính toán dòng chảy ở đây nhưng chủ yếu dùng mô hình toán 1 chiều. Một số ít tác giả dùng mô hình 2 chiều nhưng giới hạn trong một đoạn sông ngắn. Bài báo này sẽ trình bày việc tính toán dòng chảy trong mạng sông rạch Cần Giờ và vùng biển lân cận bằng mô hình toán số 2 chiều. Nó cho phép mô tả chi tiết dòng chảy đồng thời trong cả hệ thống sông rạch, đồng thời cũng xét đến tương tác sông biển và sự tác động của nhiều yếu tố khác nhau. Kết quả tính dòng chảy ở Cần Giờ được so sánh với số liệu thực đo và cho thấy có độ tin cậy cao. Một số đặc trưng của dòng chảy tại Cần Giờ cũng đã được tính toán đánh giá.

2. MÔ HÌNH TOÁN SỐ

2.1 Phương trình cơ bản

Dòng chảy trong sông rạch và ở vùng biển Cần giờ được coi là 2 chiều nước nông và được mô tả bởi phương trình Saint – Venant 2 chiều. Dưới dạng bảo toàn và trong hệ tọa độ Descartes vuông góc phương trình này được viết như sau:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{q})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{q})}{\partial y} = \mathbf{b}(\mathbf{q}) \quad (2)$$

Trong đó: η - cao độ mặt nước; $\mathbf{q} = [q_x, q_y]^T = D\mathbf{U}$ - vector lưu lượng đơn vị; $\mathbf{U} = [u_x, u_y]^T$ - vector vận tốc trung bình chiều sâu; D - độ sâu; $\mathbf{f}(\mathbf{q}) = q_x \mathbf{U} - A_H D \partial \mathbf{U} / \partial x$ - vector thông lượng theo phương x; $\mathbf{g}(\mathbf{q}) = q_y \mathbf{U} - A_H D \partial \mathbf{U} / \partial y$ - vector thông lượng theo phương y; $\mathbf{b}(\mathbf{q}) = \left[-gD \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \frac{\tau_{wx}}{\rho} + fq_y, -gD \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} + \frac{\tau_{wy}}{\rho} - fq_x \right]^T$ - vector nguồn; f - tham số Coriolis; τ_{wx} và τ_{wy} - hai thành phần ứng suất tiếp trên mặt nước do gió; τ_{bx} và τ_{by} - hai thành phần ứng suất ma sát đáy, được tính theo công thức Manning;

$$\left(\frac{\tau_{bx}}{\rho}, \frac{\tau_{by}}{\rho} \right) = \frac{gn^2}{D^{1/3}} \sqrt{u_x^2 + u_y^2} (u_x, u_y) \quad (3)$$

n – hệ số nhám Manning; A_H – hệ số khuếch tán (*dispersion coefficient*), được tính theo công thức Elder [6]:

$$A_H = 6u_*D \quad (4)$$

Với u_* - vận tốc ma sát ($u_*^2 = \tau_b/\rho$, với τ_b là ứng suất ma sát đáy mà hai thành phần trên hai trục của nó được tính theo (3)). Các phương trình (1) và (2) được giải với các điều kiện biên như sau. Trên biên cứng:

$$q_n = 0 \quad \text{và} \quad \frac{\partial q_\tau}{\partial n} = 0 \quad (5)$$

Trên biên hờ:

$$q_n = f_1(t, s) \quad \text{hoặc} \quad \eta = f_2(t, s) \quad \text{và} \quad \partial q_n / \partial n = 0 \quad (6a)$$

$$\text{và} \quad q_\tau = f_3(t, s) \quad \text{hoặc} \quad \partial q_\tau / \partial n = 0 \quad (6b)$$

Trong đó τ và n là các phương tiếp tuyến và pháp tuyến với biên; s là tọa độ dọc theo đường biên của điểm tính toán. Sử dụng các điều kiện biên đạo hàm đòi hỏi biên của bài toán phải được xác định ở nơi dòng chảy biến đổi chậm.

2.2 Phương pháp giải

2.2.1. Lưới phi cấu trúc

Các phương trình (1) – (2) được giải theo phương pháp thể tích hữu hạn trên lưới tính phi cấu trúc tứ giác như trình bày trên hình H.1. Mực nước được tính tại các nút còn lưu lượng đơn vị được tính tại điểm giữa cạnh của các phần tử.



Hình H.1 lưới tính phi cấu trúc

▲ - Vị trí tính q ; ○ - Vị trí tính η

2.2.2. Tích phân phương trình liên tục (1)

Phương trình (1) được tích phân trên diện tích kiểm soát xung quanh nút C (hình H.2). Sau đó sử dụng công thức biến đổi tích phân Green, được:

$$\int_S \frac{\partial \eta}{\partial t} dS + \oint_L q_n dl = 0 \quad (7)$$

Trong đó: S và L – diện tích kiểm soát và chu vi kiểm soát; q_n – thành phần trên phương pháp tuyến của lưu lượng đơn vị trên chu vi kiểm soát.

Thực hiện tích phân số các tích phân trên và sai phân biểu thức đạo hàm theo thời gian ta được biểu thức tính mực nước tại nút ở thời điểm tính toán $n+1/2$:

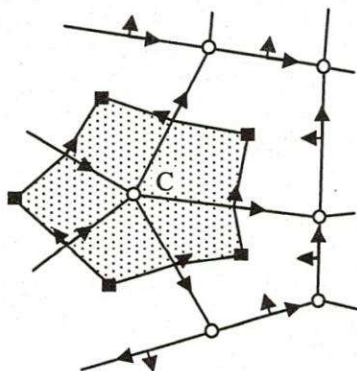
$$\eta_C^{n+1/2} = \eta_C^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{S} \sum_j q_{n_j}^n l_j \quad (8)$$

Với $\eta_C^{n+1/2}$ - mực nước tại nút C (tâm diện tích kiểm soát) ở thời điểm $n+1/2$; l_j – chiều dài cạnh thứ j của chu vi kiểm soát; $q_{n_j}^n$ - thành phần trên phương pháp tuyến của lưu lượng đơn vị ở thời điểm n trên cạnh thứ j của chu vi kiểm soát.

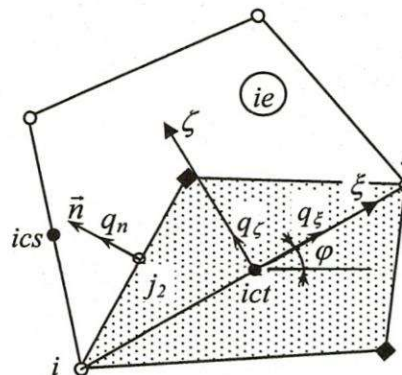
2.2.3. Tích phân phương trình động lượng (2)

Phương trình (2) cũng được tích phân trên diện tích kiểm soát xung quanh cạnh ict (hình H.3), kết hợp với công thức biến đổi tích phân Green, được:

$$\int_S \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} dS + \int_L \mathbf{F}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{n} dl = \int_S \mathbf{b}(\mathbf{q}) dS \quad (9)$$



Hình H.2 Diện tích kiểm soát của η



Hình H.3 Diện tích kiểm soát của \mathbf{q}

Với $\mathbf{F}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{n}$ – thành phần trên phương pháp tuyến của vector thông lượng trên chu vi kiểm soát, trong đó $\mathbf{F}(\mathbf{q}) = [\mathbf{f}(\mathbf{q}), \mathbf{g}(\mathbf{q})]^T$. Biểu thức của nó như sau:

$$\mathbf{F}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{F}_n(\mathbf{q}) = q_n \mathbf{U} - A_H D \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial n} \quad (10)$$

Số hạng nguồn được phân tích thành:

$$\mathbf{b}(\mathbf{q}) = \mathbf{r} - s\mathbf{q} \quad (s > 0) \quad (11)$$

Với

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} -gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_{wx}}{\rho} + fq_y \\ -gD \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\tau_{wy}}{\rho} - fq_x \end{bmatrix}; \quad s = \frac{gn^2}{D^{2.333}} \sqrt{q_x^2 + q_y^2} \quad (12)$$

Thực hiện tích phân số các tích phân (9) và sai phân biểu thức đạo hàm theo thời gian:

$$S \frac{\mathbf{q}_C^{n+1} - \mathbf{q}_C^n}{\Delta t} + \sum_j \mathbf{F}_{n_j}(\mathbf{q}^n) \nu_j = S(\mathbf{r}^n + s\mathbf{q}^{n+1}) \quad (13)$$

Từ đó ta sẽ rút ra biểu thức tính lưu lượng đơn vị ở thời điểm tính toán n+1:

$$\mathbf{q}_C^{n+1} = \frac{\mathbf{q}_C^n + \Delta t \cdot \mathbf{r}^n - \frac{\Delta t}{S} \sum_j \mathbf{F}_{n_j}(\mathbf{q}^n) \nu_j}{1 + s \cdot \Delta t} \quad (14)$$

(14) cho phép tính các thành phần của \mathbf{q} trong hệ tọa độ Oxy. Sẽ tiện lợi hơn cho việc sử lý biên và tính toán gradient mực nước khi (14) được đổi sang tính trong hệ tọa độ địa phương ($O\xi\zeta$) của các cạnh (xem hình H.3). Để thực hiện điều này, (14) sẽ được nhân với ma trận chuyển đổi hệ tọa độ \mathbf{T} để thành:

$$\bar{\mathbf{q}}_C^{n+1} = \frac{\bar{\mathbf{q}}_C^n + \Delta t \cdot \bar{\mathbf{r}}^n - \frac{\Delta t}{S} \sum_j \mathbf{F}_{n_j}(\bar{\mathbf{q}}^n) \nu_j}{1 + s \cdot \Delta t} \quad (15)$$

Trong đó:

$$\bar{\mathbf{q}} = [q_\xi, q_\zeta]^T = \mathbf{T} \cdot \mathbf{q} \quad (16a)$$

$$\bar{\mathbf{U}} = [U_\xi, U_\zeta]^T = \mathbf{T} \cdot \mathbf{U} \quad (16b)$$

$$\mathbf{F}_n(\bar{\mathbf{q}}) = \mathbf{T} \cdot \mathbf{F}_n(\mathbf{q}) = q_n \bar{\mathbf{U}} - A_H D \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial n} \quad (16c)$$

$$\bar{\mathbf{r}} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{r} = \begin{bmatrix} -gD \frac{\partial \eta}{\partial \xi} + \frac{\tau_{w\xi}}{\rho} + fq_\zeta \\ -gD \frac{\partial \eta}{\partial \zeta} + \frac{\tau_{w\zeta}}{\rho} - fq_\xi \end{bmatrix} \quad (16d)$$

Và:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (17)$$

Trong (16c), vector vận tốc $\bar{\mathbf{U}}$ trên chu vi kiểm soát được nội suy theo sơ đồ Upwind bậc 2. Chẳng hạn đối với điểm j_2 trên hình H.3:

$$\bar{U}_{j2} = \begin{cases} \bar{U}_{ict} + \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} \Big|_{ict} (x_{j2} - x_{ict}) + \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \Big|_{ict} (y_{j2} - y_{ict}) & \text{khi } q_n \geq 0 \\ \bar{U}_{ics} + \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} \Big|_{ics} (x_{j2} - x_{ics}) + \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \Big|_{ics} (y_{j2} - y_{ics}) & \text{khi } q_n < 0 \end{cases} \quad (18)$$

Đạo hàm của vector vận tốc \bar{U} theo phương pháp tuyến trên chu vi kiểm soát cũng được tính:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial n} \Big|_{j2} = \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} \Big|_{j2} n_x + \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \Big|_{j2} n_y \quad (19)$$

Để thực hiện các phép đạo hàm trong (18) và (19), hàm xấp xỉ của vector vận tốc \bar{U} trên từng phần tử đã được thiết lập.

Sơ đồ Upwind bậc 2 cho phép giải phương trình động lượng (2) với độ chính xác cao. Tuy nhiên hạn chế của nó là sơ đồ khó ổn định ở số Peclet lớn ($Pe = V \cdot \Delta s / A_H$), khó áp dụng cho các bài toán có kích thước lớn. Do vậy sơ đồ Upwind bậc 1 nội suy vector vận tốc \bar{U} trên chu vi kiểm soát cũng được xét tới:

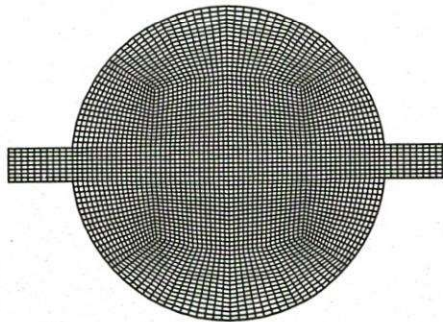
$$\bar{U}_{j2} = \begin{cases} \bar{U}_{ict} & \text{khi } q_n \geq 0 \\ \bar{U}_{ics} & \text{khi } q_n < 0 \end{cases} \quad (20)$$

3. KIỂM TRA MÔ HÌNH

3.1 Tia phun vào hồ chứa tròn

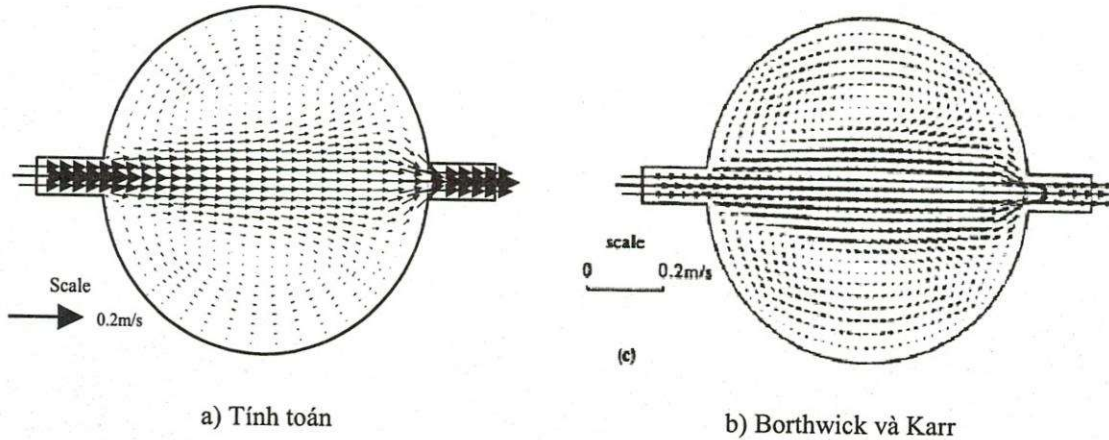
Dòng chảy ổn định gây ra do nước từ kênh nhỏ phun thẳng vào bể chứa hình tròn có thể coi là một mô hình của dòng chảy ở ngã ba sông. Bể chứa có bán kính $R=0.75\text{m}$. Kênh dẫn vào và kênh dẫn ra ở 2 phía đối diện có bề rộng $b=0.157\text{m}$, dài 0.3m . Độ sâu đáy bể chứa và kênh không đổi $h=0.1\text{m}$. Hệ số khuếch tán được lấy $A_H=0.00078\text{m}^2/\text{s}$. Vận tốc ở cửa vào được áp đặt theo quy luật phân bố parabol:

$$U = 1.5U_I \left[1 - y^2 / (b/2)^2 \right] \quad (21)$$



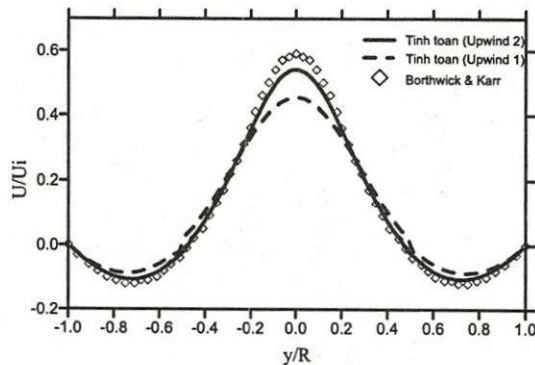
Hình H.4 Lưới tính

Với $U_f=0.1\text{m/s}$. Ở cửa ra, mực nước được áp đặt bằng không. Trên thành rắn, điều kiện biên không trượt cũng được sử dụng. Thông số của bài toán này giống như đã được tính toán bởi Borthwick và Karr [1] theo phương pháp sai phân hữu hạn trên lưới cong.

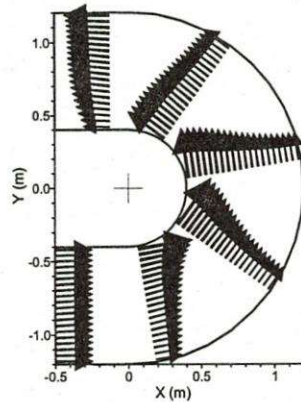


Hình H.5 Vector vận tốc

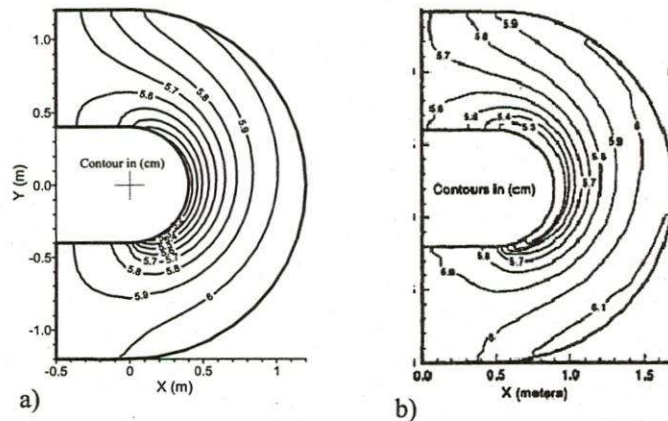
Miền tính được chia thành 3744 phần tử tứ giác (hình H.4), tương đương với lưới tính 61×61 của Borthwick và Karr. Bước thời gian tính là $\Delta t=0.012\text{s}$. Hình H.5 là vector vận tốc. Có 2 xoáy ngược chiều hình thành hai bên dòng chảy, trùng khớp với kết quả tính toán bởi Borthwick và Karr. Hình H.6 trình bày biểu đồ phân bố vận tốc trên mặt cắt ngang giữa bể chứa. Tại tâm bể, sai biệt giữa kết quả tính với kết quả của Borthwick và Karr là 7.8%. Trong trường hợp tính toán theo sơ đồ Upwind bậc 1, phân bố vận tốc sẽ kém nhọn hơn, sai biệt so với kết quả của Borthwick và Karr sẽ là 22.7%.



Hình H.6 phân bố vận tốc trên mặt cắt ngang giữa bể chứa



Hình H.7 Vận tốc dòng chảy



Hình H.8 Mức nước trong kênh
a) Tính toán; b) Molls và Chaudhry

3.2 Dòng chảy trong đoạn kênh cong

Sông tự nhiên có nhiều đoạn cong. Do vậy tính toán dòng chảy ổn định trong đoạn kênh cong cũng là một phép kiểm tra khả năng sử dụng mô hình cho các bài toán thực tế. Kênh kiểm tra có mặt cắt ngang chữ nhật, rộng 0.8m, cong 180° với bán kính thành trong 0.4m. Kênh dẫn vào và ra thẳng. Kênh có lưu lượng là $0.0123\text{m}^3/\text{s}$, số $Re=15600$, số $Fr=0.11$ và số Chezy là $60\text{m}^{0.5}/\text{s}$ (hệ số nhám $n=0.0103$). Đây là trường hợp đã được Rozovskii [2] nghiên cứu bằng thí nghiệm và được Molls và Chaudhry [3] tính toán bằng mô hình toán 2D và Leschziner và Rodi [4] tính toán bằng mô hình toán 3D.

Miền tính bao gồm đoạn cong 180° và 2 đoạn kênh dẫn vào và ra dài 0.5m được chia thành 28×20 phần tử, trong đó tại khúc cong bước lưới có $\Delta\theta=9^\circ$ giống như Molls và Chaudhry. Tại biên vào, lưu lượng $Q=0.0123\text{m}^3/\text{s}$ phân bố đều được áp đặt. Trên biên ra, mực nước được nội suy tuyến tính từ 5,60cm tại thành trong tới 5,67cm tại thành ngoài, tương ứng với số liệu thí nghiệm của Rozovskii.

Hình H.7 và H.8 là phân bố vận tốc và mực nước trong kênh. Hình H.9 là độ sâu dọc hai bên thành kênh, còn hình H.10 là phân bố vận tốc trên 3 mặt cắt ngang kênh. Kết quả tính khá trùng khớp với kết quả thí nghiệm của Rozovskii và có độ chính xác không thua các tác giả khác.

4. TÍNH TOÁN DÒNG CHẢY TRONG SÔNG RẠCH CẦN GIỜ

Các sông rạch chính tại Cần Giờ là Soài Rạp, Lòng Tàu, Đồng Tranh, Thị Vải... và vùng biển phía trước được chia thành 5484 phần tử tứ giác với 6587 nút (hình H.11). Bề ngang sông luôn có 4 phần tử. Địa hình lòng sông tham khảo từ tài liệu của Viện KHTL Miền Nam, còn địa hình đáy biển được lấy theo Hải đồ của Hải Quân.

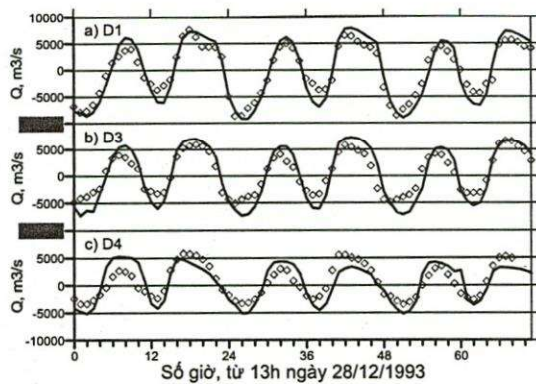
Tính toán được thực hiện cho khoảng thời gian từ cuối năm 1993 tới đầu năm 1994 và kết quả tính được so sánh với số liệu đo lưu lượng và mực nước của Viện KHTL Miền Nam [5]. Có 6 điểm đo nằm trong vùng Cần Giờ và được chỉ ra trên hình H.11. Mực nước biên tại các mặt cắt thượng lưu trên sông Đồng Nai và sông Vàm Cỏ được áp đặt theo số liệu đo đạc, còn mực nước trên biên biển được tính từ các hằng số thủy triều Vũng Tàu. Lưu lượng tại mặt cắt thượng lưu sông Thị Vải và Gò Gia cho bằng không. Mực nước tại cửa sông Dinh được lấy theo Vũng Tàu nhưng được làm trễ pha 25 phút. Gió gió thịnh hành Tại Vũng Tàu trong thời gian này là gió Đông-Bắc với vận tốc 2.9m/s cũng được áp đặt.

Bước thời gian tính $\Delta t=2.4s$ và sơ đồ nội suy Upwind bậc 1 được sử dụng nhằm tăng độ ổn định của chương trình. Tính toán được thực hiện trên máy PC - 3GHz và tốc độ tính là 30 phút cho 1 ngày.

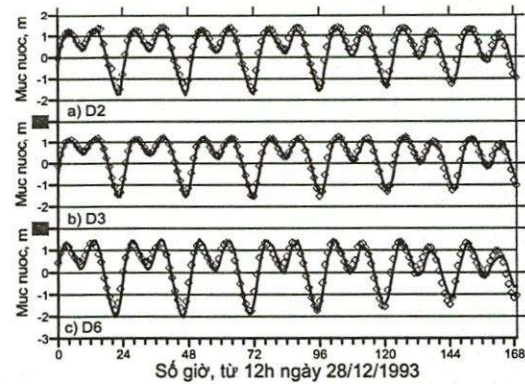
Hình H.12 và hình H.13 cho thấy lưu lượng và mực nước tính toán tại các mặt cắt rất khớp với số liệu đo. Các số liệu thống kê lưu lượng trung bình tại các mặt cắt cho trong bảng B.1 cũng khá khớp với số liệu thực đo.

Bảng B.1 Lưu lượng trung bình tại một số mặt cắt trong 3 ngày từ 28/12/1993

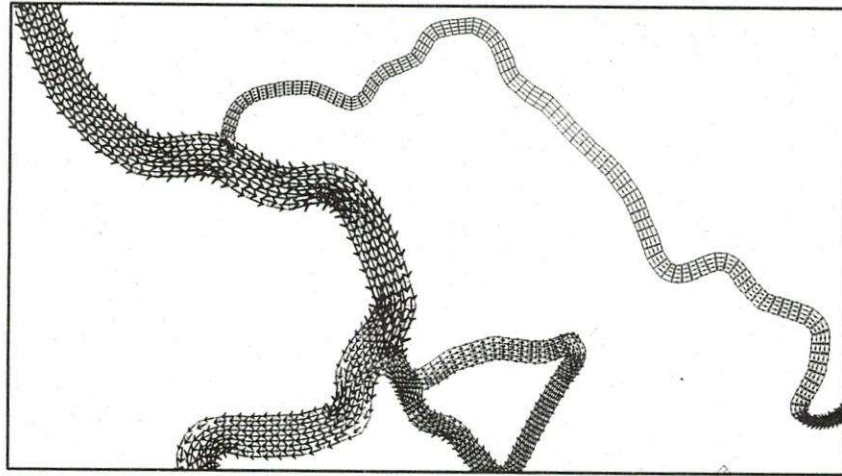
Lưu lượng trung bình (m^3/s)	D1	D3	D4
Tính toán	-141.2	359.3	505.9
Thực đo [5]	-148.5	418.5	554.7
Sai số	4.9%	14.1%	8.8%



Hình H.12 Lưu lượng tại các mặt cắt
Đường liền – tính toán; Symbol – đo đạc [5]



Hình H.13 Mực nước tại các điểm
Đường liền – tính toán; Symbol – đo đạc [5]



Hình H.14 Vector vận tốc trên sông Lòng Tàu và sông Đồng Tranh

Kết quả tính cũng cho hình ảnh dòng chảy trong các sông rạch. Chẳng hạn trên hình H.14 là dòng chảy trên sông Lòng Tàu và sông Đồng Tranh vào thời điểm triều xuống. Ta có thể thấy trên sông Đồng Tranh có 1 giáp nước. Từ giữa sông, nước đã thoát về 2 phía.

Để đánh giá ảnh hưởng của gió mùa lên dòng chảy, một tính toán khác đã được thực hiện trong cùng thời gian trên nhưng gió có hướng Tây – Nam với vận tốc 2.9m/s. So với trường hợp trước, gió đổi chiều làm lưu lượng trung bình trên sông Lòng Tàu theo chiều chảy ra giảm từ 359.4m³/s xuống 342.7m³/s (giảm 4,6%) còn lưu lượng trung bình trên sông Soài Rạp theo chiều chảy lên tăng từ 141.2m³/s lên 164.4m³/s (tăng 16,4%). Rõ ràng gió có ảnh hưởng mạnh lên dòng chảy trung bình ở Cần Giờ.

5. KẾT LUẬN

Kết quả tính toán thử nghiệm dòng chảy trong mạng sông rạch Cần Giờ có độ chính xác khá tốt, đồng thời tốc độ tính toán cũng khá cao. Điều này cho phép kết luận việc sử dụng mô hình toán 2 chiều trong tính toán dòng chảy của mạng sông rạch vùng này cho các ứng dụng thực tế là hoàn toàn hiện thực. Kết quả tính cũng cho thấy ưu điểm của mô hình 2 chiều là có thể cho thấy cấu trúc tinh vi hơn của dòng chảy, mô phỏng được sự tương tác sông biển và các yếu tố tác động khác.

**NUMERICAL CALCULATION OF FLOW IN RIVES AT CAN-GIO
USING TWO-DIMENSIONAL NUMERICAL MODEL**

Le Song Giang, Tran Thi Ngoc Trieu
University of Technology, VNU-HCM

***ABSTRACT:** This paper presents the calculation of flow in the river network of Can Gio using 2D numerical model. This model is based on solving 2D Saint – Venant equations by finite volume method on unstructured grid. The test with benchmarks showed that the model has a high accuracy. Computational results of flow in Can Gio were also in good agreement with field data. In addition, the calculation represented several specific characteristics of flow in this region.*

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Borthwick, A. G. L. and Kar, E. T., *Int. J. Numer. Methods Fluids*. 17(5), pp. 417-445 (1993).
- [2]. Rozovskii, I. L. Flow of water in bends of open channels. Israel Program for Scientific Translation, Jerusalem, Israel, 1957.
- [3]. Molls, T. and Chaudhry M. H., *J. Hydr. Eng.*, ASCE, 121(6), pp. 453-465 (1995)
- [4]. Leschziner, M. A. and Rodi, W , *J. Hydr. Div.*, ASCE, 105(10), pp. 1297-1314 (1979)
- [5]. Phụ lục kết quả đo đạc thủy văn - chất lượng nước trên hệ thống sông Sài gòn - Đồng nai. Viện Nghiên cứu Khoa học Thủy lợi Nam bộ, (1994).
- [6]. Hervouet, J. M. *Hydrodynamique des écoulements à surface libre: modélisation numérique avec la méthode des elements finis*. Edition Press de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 312 (2003).