

MÔ HÌNH PHẦN TỬ CẤP TRONG PHÂN TÍCH ĐIỀU CHỈNH TRẮC DỌC CẦU DÂY VĂNG

Lê Văn Nam, Vũ Hồng Nghiệp

Trường Đại học Bách Khoa – Đại học Quốc gia Tp. HCM

(Bài nhận ngày 24 tháng 11 năm 2004, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 27 tháng 12 năm 2004)

TÓM TẮT: Bài báo trình bày một hướng mô hình cấp trong cầu dây văng cho quá trình phân tích theo hình dạng trắc dọc của cầu. Sử dụng lời giải phân tích cho phần tử dây xích đàn hồi, phương trình cân bằng của phần tử cấp, bao gồm ma trận độ cứng, vectơ lực được thiết lập cho quá trình tính toán. Một ví dụ tính toán cụ thể được trình bày minh họa cho mức độ tin cậy và chính xác của phương pháp đề xuất. Nội dung trình bày chỉ tập trung vào phần tử cấp mô hình cho dây văng. Phần tử khung dầm mô hình hệ dầm, tháp cầu được xem như đã biết hoặc có thể tham khảo thêm trong các tài liệu về phương pháp phần tử hữu hạn.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Do tận dụng được các ưu điểm về kết cấu và vật liệu, cầu dây văng không những là loại cầu vượt được những nhịp rất lớn mà còn có hình dáng kiến trúc thẩm mỹ cao. Khi cần vượt những sông hồ lớn, nhịp cầu đòi hỏi phải dài hơn thì yêu cầu đặt ra là phải có phương pháp phân tích chính xác thể hiện sự làm việc phi tuyến của dây cáp dưới các tải trọng và điều kiện làm việc khác nhau. Để giải quyết bài toán này, đã có ba phương pháp được nhiều tác giả đề nghị.

Hướng thứ nhất nhiều tác giả đề nghị mỗi dây cáp được mô hình như một phần tử thanh có môđun đàn hồi tương đương. Môđun đàn hồi tương đương, được sử dụng để kể đến ảnh hưởng của độ võng, xác định như sau [1] [2] [3]:

$$E_i = \frac{E_e}{1 + [(\gamma L)^2 / 12\sigma^3]} E_e \quad (1)$$

Trong đó: E_i = Modul đàn hồi tương đương của cáp đã kể đến biến dạng võng.

E_e = Modul đàn hồi của phần tử cáp.

γ = Trọng lượng riêng của cáp.

L = Chiều dài ngang của cáp.

σ = Ứng suất kéo trong cáp.

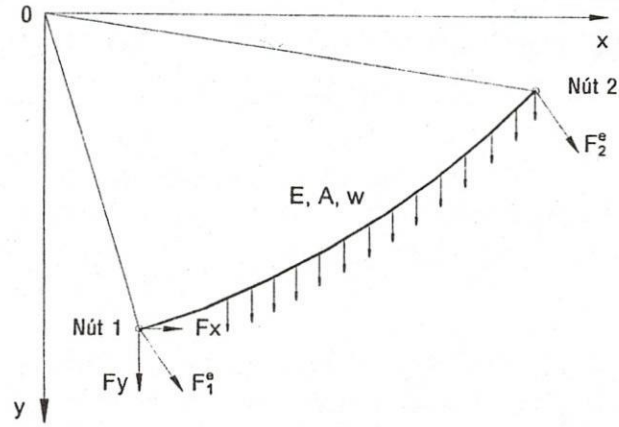
Có thể nhận thấy hướng này chỉ giải quyết được nguyên nhân do độ võng của cáp chứ hoàn toàn không kể đến ảnh hưởng do chuyển vị, sẽ có giá trị rất lớn khi chiều dài nhịp càng lớn.

Hướng nghiên cứu thứ hai chia cáp ra thành nhiều phần tử thanh nhỏ mô hình theo đường cong của cáp [3]. Hướng này làm phức tạp thêm quá trình mô hình, vốn đã có nhiều phức tạp và tăng thêm số lượng phần tử do đó tăng thời gian tính toán và nhiều khi không chính xác do điều kiện biên giữa các phần tử này. Để khắc phục khuyết điểm này, người ta đưa ra giải pháp khác sử dụng phần tử đẳng tham số mô hình theo đường cong của cáp [3]. Giải pháp này có ưu điểm hơn giải pháp thứ hai nhưng vẫn không thể hiện bản chất thực tế của dây cáp.

Sau đây là một phương pháp mô hình mới được đề xuất dựa trên các biểu thức phân tích chính xác của phần tử dây xích đàn hồi [4] [5]. Trong đó mỗi thanh cáp được mô hình như phần tử dây xích được treo trên hai nút, được xem như thể hiện hình dạng thực tế của cáp, có chiều dài và chịu tác dụng các lực tại hai đầu dây.

2. MÔ HÌNH PHẦN TỬ CẤP PHI TUYẾN CÓ CHIỀU DÀI CHƯA BIẾT

Quan niệm cáp làm việc có độ võng theo đường dây xích với chiều dài dây chưa biết xem là một ẩn số. Xét phần tử cấp như hình 1 [5].



Hình 1. Mô hình phần tử cáp phi tuyến có chiều dài chưa biết

Quan hệ vị trí của nút 1 và nút 2 theo lực nút, trọng lượng bản thân, chiều dài dây chưa biết có thể biểu diễn như sau:

$$x_2^e - x_1^e = \phi^e(F_1^e, L_0^e) \tag{2}$$

Trong đó:

x_1^e, x_2^e, L_0^e là tọa độ nút phần tử tại nút 1, 2 và chiều dài không biến dạng cáp.

Hàm ϕ^e có dạng như sau:

$$\begin{aligned} \phi_x^e &= -\frac{F_x L_0^e}{EA} - \frac{F_x}{w} \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{F_y + wL_0^e}{F_x} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{F_y}{F_x} \right) \right\} \\ \phi_y^e &= -\frac{F_y L_0^e}{EA} - \frac{w}{2EA} (L_0^e)^2 - \frac{1}{w} \left\{ \sqrt{F_x^2 + (F_y + wL_0^e)^2} - \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \right\} \end{aligned} \tag{3}$$

Trong đó:

F_x, F_y biểu thị thành phần lực theo phương x, y tương ứng của F_1^e .

w là trọng lượng dây trên 1m dài.

Điều kiện cân bằng ngoại lực cho ta quan hệ giữa F_1^e và F_2^e như sau:

$$F_2^e = -F_1^e - wL_0^e \tag{4}$$

với $w = (0, w)^T$

Để có thể sử dụng quá trình phân tích theo phương pháp phần tử hữu hạn, phải biến đổi sao cho lực nút được biểu thị theo các chuyển vị nút. Tuy nhiên cần chú ý chiều dài cáp vẫn chưa biết do đó phương trình (3) khi khai triển chuỗi Taylor phải kể đến các ẩn số F_1^e và L_0^e . Kết quả khai triển như sau:

$$\begin{aligned} \Delta \phi_x^e &= \frac{\partial \phi_x^e}{\partial F_x} \Delta F_x + \frac{\partial \phi_x^e}{\partial F_y} \Delta F_y + \frac{\partial \phi_x^e}{\partial L_0^e} \Delta L_0^e + HOT \\ \Delta \phi_y^e &= \frac{\partial \phi_y^e}{\partial F_x} \Delta F_x + \frac{\partial \phi_y^e}{\partial F_y} \Delta F_y + \frac{\partial \phi_y^e}{\partial L_0^e} \Delta L_0^e + HOT \end{aligned} \tag{5}$$

Phương trình tuyến tính (5) khi bỏ qua các đại lượng bậc cao (HOT : high order terms) có dạng sau:

$$\Delta x_2^e - \Delta x_1^e = \frac{\partial \phi^e}{\partial F_1^e} \Delta F_1^e + \frac{\partial \phi^e}{\partial L_0^e} \Delta L_0^e \tag{6}$$

Giá trị gia tăng của lực nút được biểu thị qua giá trị gia tăng của tọa độ nút và chiều dài phần tử cáp

khi giải (6) kết hợp (4): $\Delta F_1^e = \left(\frac{\partial \phi^e}{\partial F_1^e} \right)^{-1} (\Delta x_2^e - \Delta x_1^e) - \left(\frac{\partial \phi^e}{\partial F_1^e} \right)^{-1} \frac{\partial \phi^e}{\partial L_0^e} \Delta L_0^e$

$$= k_c (\Delta x_2^e - \Delta x_1^e) + k_g \Delta L_0^e$$

$$\Delta F_2^e = -\Delta F_1^e - w \Delta L_0^e = -k_c (\Delta x_2^e - \Delta x_1^e) - (k_g + w) \Delta L_0^e \quad (7)$$

Hai phương trình trên viết dưới dạng ma trận:

$$\Delta F_c^e = K_c^e \Delta x^e + K_g^e \Delta L_0^e \quad (8)$$

Trong đó:

$$\Delta F_c^e = (\Delta F_1^e, \Delta F_2^e), \Delta x^e = (\Delta x_1^e, \Delta x_2^e) \quad (9)$$

$$K_c^e = \begin{bmatrix} -k_c & k_c \\ k_c & -k_c \end{bmatrix}; K_g^e = \begin{bmatrix} k_g \\ -k_g - w \end{bmatrix} \quad (10)$$

Phương trình (8) chính là phương trình cân bằng tuyến tính của phần tử cáp dây xích đàn hồi. Phương trình cân bằng tổng thể của dây văng sau khi lắp ráp theo phương pháp phần tử hữu hạn với phương trình cân bằng phần tử (8) có dạng như sau:

$$\Delta F_c = \sum_e K_c^e \Delta x^e + \sum_e K_g^e \Delta L_0^e = K_c \Delta x_c + K_g \Delta L_0 \quad (11)$$

Trong đó \sum_e chỉ quá trình lắp ráp các vectơ, ma trận con trong phương pháp phần tử hữu hạn,

$\Delta F_c, \Delta x, \Delta L_0$ thể hiện giá trị gia tăng của lực kháng kết cấu, tọa độ nút, chiều dài của các phần tử cáp. Tương ứng, phương trình cân bằng gia số tổng thể có dạng sau:

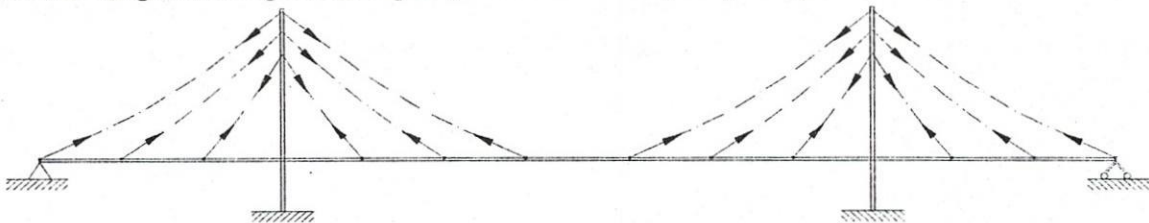
$$\Delta P_c = P_c - F_c^k = K_c \Delta x + K_g \Delta L_0 \quad (12)$$

Trong đó: $\Delta P_c, P_c, F_c^k$ biểu thị lực không cân bằng, lực tác dụng tại các nút và lực kháng kết cấu tính được trong vòng lặp trước. Mũ k chỉ vòng lặp tính toán.

3. QUÁ TRÌNH PHÂN TÍCH ĐIỀU CHỈNH THEO HÌNH DẠNG TRẮC ĐỌC CẦU DÂY VĂNG

Trong cầu dây văng, lực căng của cáp gây ra chuyển vị và lực nén lên tháp và dầm. Các chuyển vị và lực nén này lại ảnh hưởng ngược lại lên lực căng dây văng và khả năng chống uốn của tháp và dầm. Do đó toàn bộ hệ thống kết cấu, bao gồm dây văng, dầm, tháp phải được phân tích đồng thời.

Tháp và dầm thường được mô hình như phần tử khung. Do không có ngoại lực ngoài trọng lượng bản thân tác dụng nên mỗi phần tử cáp được mô hình cho một dây văng.



Hình 2. Mô hình tính toán lực điều chỉnh dây văng.

Bằng cách thay thế mỗi dây văng bằng các lực tác dụng trên nút tại các vị trí neo như hình 2, ta có phương trình cân bằng sau:

$$P_p - F_c^* = F_p^k + K_p \Delta u_p \quad (13)$$

Trong đó: P_p, F_p^k, K_p, u_p biểu thị lực nút tương đương, lực kháng kết cấu của lần tính lặp trước, ma trận độ cứng và các bậc tự do của hệ dầm, tháp. Vectơ F_c^* biểu thị các giá trị lực căng của cáp sắp xếp lại theo các bậc tự do của hệ dầm, tháp. Để quá trình tính chỉ ảnh hưởng đến các vị trí neo dây văng nên ta thực hiện phép nén tĩnh để loại bỏ các bậc tự do không thuộc các vị trí này:

$$\bar{P}_p - F_c = \bar{F}_p^k + \bar{K}_p \Delta u_c \quad (14)$$

Trong đó ký hiệu (-) biểu thị số hạng có giá trị đã thay đổi do phép nén tĩnh và F_c, u_c là giá trị lực căng và chuyển vị tại các vị trí nút đầu dây văng.

Vị trí nút cuối cùng của dây văng sẽ là giá trị tọa độ nút trước khi biến dạng \bar{x}_c và chuyển vị của nút tại dầm và tháp.

$$x_c = \bar{x}_c + u_c \tag{15}$$

Lực nút của dây văng xác định theo công thức (11):

$$F_c = F_c^k + K_c \Delta x_c + K_g \Delta L_0 \tag{16}$$

Do \bar{x}_c là giá trị đã biết, giá trị gia tăng của x_c sẽ là giá trị u_c . Thay thế phương trình (16) vào (14) ta được phương trình cân bằng gia số cho cầu dây văng:

$$\bar{P}_p - F_c^k - \bar{F}_p^k = (\bar{K}_p + K_c) \Delta u_c + K_g \Delta L_0 \tag{17}$$

Giải (17) ta tìm các giá trị gia tăng của tọa độ nút và chiều dài dây. Các giá trị này được cập nhật cho vòng tính lặp tiếp theo:

$$\begin{aligned} x^{k+1} &= x^k + \Delta x \\ L_o^{k+1} &= L_o^k + \Delta L_o \end{aligned} \tag{18}$$

Lực nút tương ứng của mỗi phần tử cáp được cập nhật bằng cách giải phương trình (2) với các giá trị tọa độ nút và chiều dài dây mới:

$$(x_2^e)^{k+1} - (x_1^e)^{k+1} = \phi^e((F_1^e)^{k+1}, (L_o^e)^{k+1}) \tag{19}$$

Do phương trình (19) phi tuyến với $(F_1^e)^{k+1}$, sử dụng phương pháp Newton – Raphson cho quá trình tính lặp:

$$(F_1^e)_{p+1}^{k+1} = (F_1^e)_p^{k+1} + \left(\frac{\partial \phi_p^e}{\partial F_1^e} \right) \left((x_2^e)^{k+1} - (x_1^e)^{k+1} - \phi_p^e \right) \tag{20}$$

Trong đó :

p biểu thị số vòng lặp cho quá trình cập nhật giá trị lực nút của mỗi phần tử cáp.

$$\phi_p^e = \phi^e \left((F_1^e)_p^{k+1}, (L_o^e)^{k+1} \right) \tag{21}$$

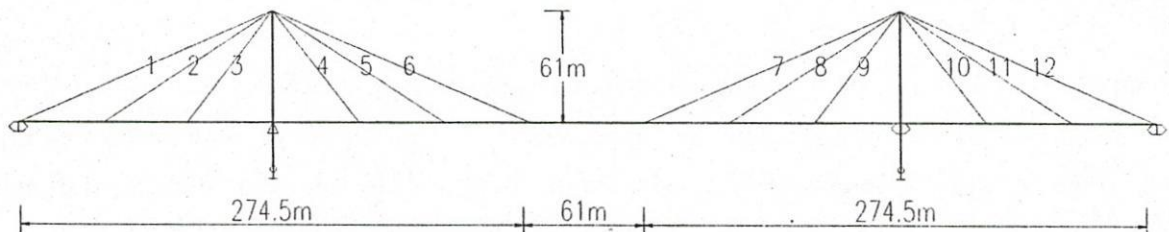
Do số ẩn số lớn hơn số phương trình cân bằng nên muốn giải được (17) ta phải sử dụng các giả thiết để loại bỏ số ẩn thừa này. Do mục tiêu tính toán là tìm lực căng dây văng để đảm bảo hình dạng trắc dọc thiết kế của dầm nên ta có thể xem các chuyển vị đứng của hệ dầm bằng 0. Lúc này số ẩn số trong (17) sẽ bằng số dây văng và ta có thể giải theo các cách giải hệ phương trình. Để đánh giá tốc độ hội tụ và độ chính xác của lời giải ta sử dụng tiêu chuẩn hội tụ như sau:

$$\frac{|\Delta x^k|}{|x^{k+1} - x^o|} + \frac{|\Delta L_o^k|}{|L_o^{k+1}|} \leq \Delta \tag{22}$$

Giá trị Δ có thể lấy bằng 10^{-10}

4. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

Để đánh giá sự chính xác của phương pháp, một bài toán cụ thể sẽ được tính toán theo phương pháp này. Mô hình tính toán và số liệu tính toán như sau:



Hình 3. Kích thước hình học, mô hình bài toán

Sơ đồ nhịp : 137.25m + 335.5m + 137.25m

Chiều cao tháp 61m. Sơ đồ dây hình quạt, đồng quy trên đỉnh tháp.

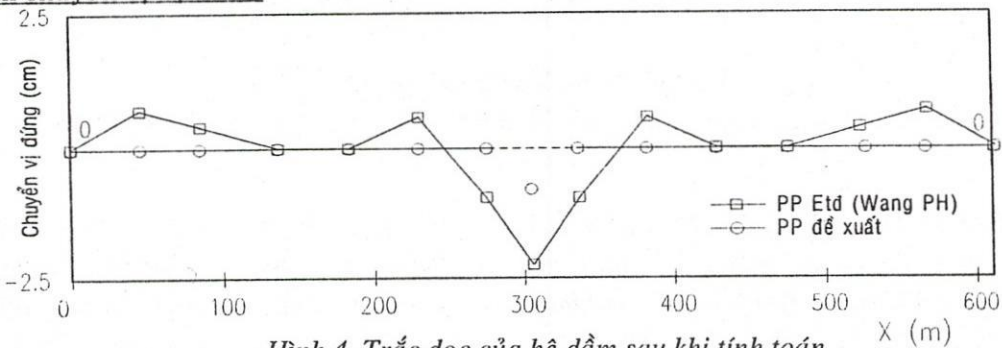
Đặc trưng vật liệu và hình học của phần tử:

Phần tử	E (GPa)	A (m ²)	I (m ⁴)	w (KN/m)
Cáp (1,6,7,12)	207	0.042	0	3.2
Cáp (2,3,4,5,8,9,10,11)	207	0.016	0	1.2
Dầm	207	0.32	1.131	87.5
Tháp (0-20.3m)	207	0.269	0.432	0
Tháp (20.3-40.6m)	207	0.228	0.345	0
Tháp (40.6-61.0m)	207	0.203	0.211	0

Bảng 1. Đặc trưng vật liệu, hình học của hệ

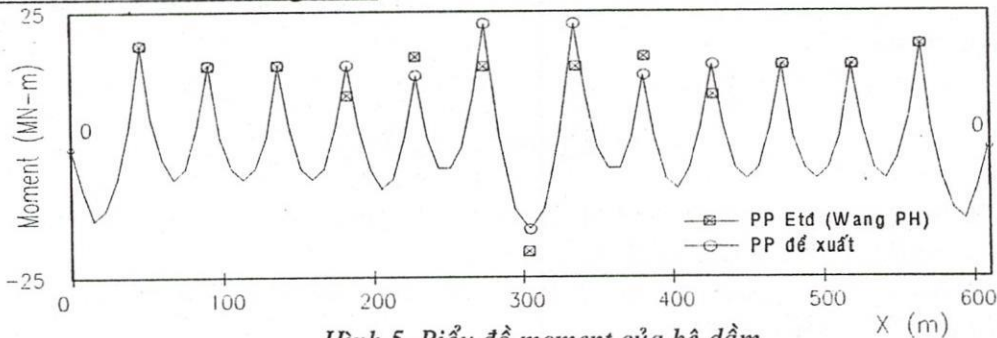
Trình tự quá trình tính toán như đã trình bày ở trên, trong đó các dây văng được mô hình là một dây cáp đàn hồi. Phần tử khung mô hình cho tháp và dầm. Kết quả tính toán theo phương pháp đề xuất được so sánh với kết quả tính của phương pháp mô đun đàn hồi tương đương do Pao Hsii Wang đề xuất [5] [6].

So sánh chuyển vị hệ dầm:



Hình 4. Trắc dọc của hệ dầm sau khi tính toán

So sánh biểu đồ Momen trong dầm:



Hình 5. Biểu đồ moment của hệ dầm

So sánh giá trị lực căng của cáp (MN):

Số hiệu cáp	PP. đề xuất	PP. Wang	Sai lệch
1 (12)	11.38	10.73	5.7%
2 (11)	8.26	8.26	0.0%
3 (10)	4.85	4.79	1.2%
4 (9)	5.11	4.55	11.0%
5 (8)	6.79	7.81	15.0%
6 (7)	12.55	11.30	10.0%

Bảng 2. Bảng tổng hợp lực căng trong dây văng

5. KẾT LUẬN

Hình (4) thể hiện trắc dọc của hệ dầm cầu sau khi tính toán điều chỉnh. Kết quả cho thấy phương pháp đề xuất mô hình dây văng là phần tử cáp đàn hồi vẫn giữ nguyên hình dạng trắc dọc ban đầu của hệ dầm trong khi đó phương pháp Modun đàn hồi tương đương theo đề xuất của Wang.PH có sai lệch tương đối lớn. Sai lệch này là nhỏ so với chiều dài nhịp cầu nhưng khi so sánh lực căng trong dây văng của hai phương pháp ta thấy sự sai lệch khá lớn (Bảng 2). Điều này là do bởi tuy chuyển vị trong dầm là nhỏ (hay chiều dài cáp thay đổi nhỏ) nhưng lại gây ra thay đổi rất lớn về lực căng dây văng, tương tự là moment phân bố trong dầm (Hình 5).

Kết quả so sánh cho thấy mức độ tin cậy và chính xác của phương pháp mới đề xuất so với phương pháp sử dụng phổ biến trước đó. Phương pháp này có thể được xem là một công cụ phân tích tính toán hiệu quả không những cho loại cầu dây văng mà còn cho loại cầu dây võng và các loại kết cấu cáp khác.

A MODELING OF CABLES FOR ANALYSIS OF GIVEN DESIGN DECK PROFILES OF CABLE STAYED BRIDGES

Le Van Nam, Vu Hong Nghiep

University of Technology – Vietnam National University – Ho Chi Minh City

ABSTRACT: *The paper presents a method for modeling cables for analyzing the given design deck profiles of cable stayed bridges. A linearized equilibrium equation of a cable element, which includes the cable element stiffness matrix and internal force vector, is formulated using the analytical solution of an elastic catenary cable. The reliability and efficiency of the proposed method are demonstrated through a numerical sample. Only procedures to model cables are presented in detail. Frame elements using for modeling deck and pylons can be inferred to be known or referred to finite element method books.*

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. M.S. Troisky. *Cable Stayed Bridges*. BSP Professional Books. 1988
- [2]. Niels J. Gimsing. *Cable Supported Bridges*.
- [3]. Raid Karoumi. *Some modeling aspects in the nonlinear finite element analysis of of cable supported bridges* -www. struct.kth.se.
- [4]. D.W.Chen, F.T.K.Au, L.G.Tham, P.K.K.Lee. *Determination of initial cable forces in prestressed concrete cable stayed bridges for given design deck profiles using the force equilibrium method*. Computers and Structures 74. 2000.
- [5]. Ki Seok Kim, Hae Sung Lee. *Analysis of target configuration under dead load for cable stayed bridges*. Computers and Structures 79. 2001.
- [6]. Pao Hsii Wang, Hung Ta Lin, Tzu Yang Tang. *Study on nonlinear analysis of a highly redundant cable stayed bridges*. Computers and Structures 80. 2002.