

## PHÂN TÍCH KHUNG THÉP PHẪNG THEO PHƯƠNG PHÁP MERCHANT – RANKINE

Đoàn Thị Anh Thủy, Bùi Công Thành

<sup>(1)</sup>Trường Đại học Kỹ nghệ Tp. HCM, <sup>(2)</sup>Trường Đại học Bách khoa – ĐHQG-HCM  
(Bài nhận ngày 02 tháng 11 năm 2004, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 28 tháng 01 năm 2005)

**TÓM TẮT:** Theo Eurocode 3, để phân tích dẻo bậc II cho khung thép phẳng có liên kết cứng có thể dùng phương pháp Merchant-Rankine. Phương pháp này đưa ra công thức thực nghiệm để tính hệ số tải trọng cực hạn cho khung thép phẳng. Theo công thức Merchant-Rankine, hệ số tải trọng cực hạn của khung thép phẳng được tính theo hệ số tải trọng dẻo bậc I và hệ số tải trọng tới hạn đàn hồi bậc II. Tác giả dùng Matlab để xây dựng chương trình tính hệ số tải trọng cực hạn cho khung thép phẳng có liên kết cứng theo phương pháp Merchant-Rankine, trong đó sử dụng phương pháp phân tích khớp dẻo từng bước để tính hệ số tải trọng dẻo bậc I và dùng phương pháp hai vòng lặp để tính hệ số tải trọng đàn hồi bậc II, phân tích bậc II được thực hiện theo phương pháp phần tử hữu hạn.

### I. MỞ ĐẦU [4],[5],[7]

Trong phân tích dẻo bậc II cho khung thép phẳng, hai đặc tính phi tuyến phải được kể vào đó là phi tuyến hình học và phi tuyến vật liệu. Trong phân tích dẻo bậc II tổng quát, hai đặc tính phi tuyến này được kết hợp với nhau trong cùng một phân tích. Theo tiêu chuẩn Mỹ, để phân tích dẻo bậc II có các phương pháp nâng cao. Trần Tuấn Kiệt [6] đã vận dụng một trong các phương pháp nâng cao là phương pháp hiệu chỉnh khớp dẻo để phân tích khung thép phẳng có liên kết nửa cứng (trong đó khung có liên kết cứng là một trường hợp đặc biệt) và Ngô Hữu Cường và *et al.* [8] dùng phương pháp phần tử hữu hạn để phân tích vùng dẻo và phân tích bậc II cho khung thép phẳng. Theo Eurocode 3, để phân tích dẻo bậc II cho khung thép phẳng, ta có thể dùng phương pháp đơn giản hơn đó là phương pháp Merchant-Rankine. Trong phương pháp này, hai đặc tính phi tuyến hình học và phi tuyến vật liệu được phân tích theo hai phương pháp độc lập mà mỗi phương pháp chỉ kể đến một đặc tính phi tuyến duy nhất đó là phân tích dẻo bậc I và phân tích đàn hồi bậc II, sau đó hai đặc tính phi tuyến này được kết hợp với nhau thông qua một công thức thực nghiệm, công thức Merchant-Rankine, để tính ra hệ số tải trọng cực hạn cho khung thép phẳng ứng với phân tích dẻo bậc II. Công thức đó là :

$$\frac{1}{\lambda_U} = \frac{1}{\lambda_{Cr}} + \frac{1}{\lambda_P} \tag{1}$$

$\lambda_U$  : hệ số tải trọng cực hạn

$\lambda_{Cr}$  : hệ số tải trọng tới hạn đàn hồi bậc II

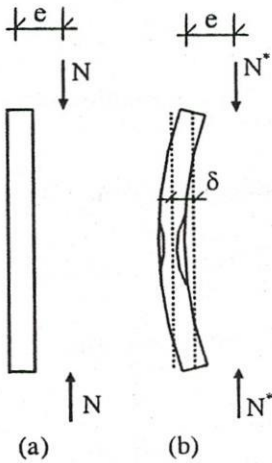
$\lambda_P$  : hệ số tải trọng cứng dẻo bậc I

Phương pháp phân tích dẻo bậc I được dùng để tính hệ số tải trọng cứng dẻo bậc I là phương pháp khớp dẻo từng bước (The first-order hinge by hinge analysis), trong đó vật liệu được giả thiết là đàn hồi dẻo lý tưởng.

Phi tuyến hình học gây ra hiệu ứng P-delta mà được phản ánh hoàn toàn dưới dạng phân tích bậc II. Sự hiện diện của lực dọc nén trong phần tử gây hại cho cường độ của phần tử là do lực dọc tham gia làm giảm độ cứng chống uốn của phần tử. Ảnh hưởng của phi tuyến hình học có thể được đưa vào trong phân tích bằng cách dùng hàm độ cứng ổn định trong phương pháp dầm cột hay bằng cách sử dụng ma trận độ cứng hình học trong phương pháp phần tử hữu hạn. Phương pháp phần tử hữu hạn sử dụng lý thuyết năng lượng và quá trình phân tích bậc II được tiến hành theo phương pháp 2 vòng lặp (Two cycles iterative method).

II. NGUỒN GỐC VÀ PHẠM VI ỨNG DỤNG CÔNG THỨC MERCHANT-RANKINE [1], [2], [7]

1. Uốn dọc trong cột



Xét phần tử cột 2 đầu khớp chịu lực nén \$N\$ lệch tâm \$e\$ gia tăng từ từ với giả thiết ngay khi khớp dẻo xuất hiện tại mặt cắt giữa cột (mô men tại đó đạt đến mô men dẻo \$M\_p\$) thì cột cũng mất ổn định do cột đã hình thành cơ cấu.

Hệ mất ổn định khi \$N\$ đạt đến \$N^\*\$ :

$$N^*(e + \delta) = M_p \tag{2}$$

\$\delta\$ : là biến dạng thêm vào do ảnh hưởng bậc II

Ở trạng thái tới hạn, biến dạng tổng cộng được tính theo công thức :

$$(e + \delta) = \frac{e}{1 - \frac{N^*}{N_E}} \tag{3}$$

Hình 1: Cột chịu nén lệch tâm

từ (2) và (3) : 
$$\frac{N^* e}{1 - \frac{N^*}{N_E}} = M_p \tag{4}$$

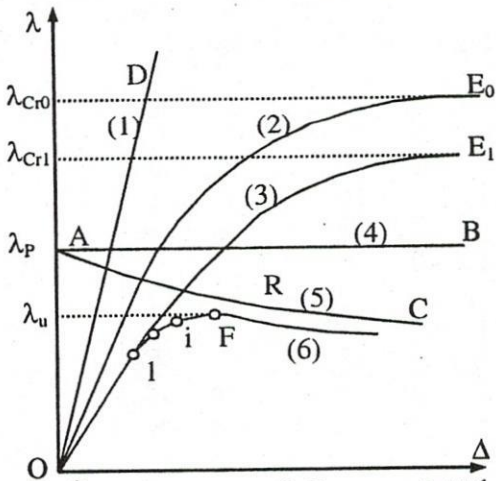
\$N\_E\$ : tải trọng phá hoại tới hạn đàn hồi.

Mặt khác, theo thiết kế cứng dẻo bậc I, khi phá hoại \$N\$ đạt lệch tâm \$e\$ đạt đến \$N\_p\$ gây ra mô men bằng \$M\_p\$ :

$$N_p \times e = M_p \tag{5}$$

Từ (4) và (5) : 
$$\frac{1}{N^*} = \frac{1}{N_p} + \frac{1}{N_E} \tag{6}$$

2. Sự uốn dọc trong khung tổng thể



Hình 2: Ứng xử giữa hệ số tải trọng và biến dạng trong khung theo các phân tích khác nhau

- (1) : Kết quả phân tích đàn hồi bậc I của khung phẳng.
- (2) : Kết quả phân tích đàn hồi bậc II trên khung ban đầu (chưa hình thành khớp dẻo) với hệ số tải trọng tới hạn đàn hồi bậc II là \$\lambda\_{Cr0}\$
- (3) : Kết quả phân tích đàn hồi bậc II trên khung đã hình thành 1 khớp dẻo với hệ số tải trọng tới hạn đàn hồi bậc II là \$\lambda\_{Cr1} < \lambda\_{Cr0}\$
- (4) : Kết quả phân tích cứng dẻo bậc I với hệ số tải trọng cứng dẻo là \$\lambda\_p\$
- (5) : Kết quả phân tích cứng dẻo bậc II
- (6) : Kết quả phân tích theo vùng dẻo bậc II với hệ số tải trọng cực hạn \$\lambda\_u\$

- So sánh 2 phân tích (2) và (3) cho thấy sự hình thành khớp dẻo làm giảm khả năng ổn định của khung, \$\lambda\_{Cr1} < \lambda\_{Cr0}\$
- So sánh 2 phân tích (4) và (5) cho thấy ảnh hưởng bậc II ngăn không cho khung đạt đến khả năng dẻo cuối cùng.

**3. Phạm vi ứng dụng của công thức Merchant-Rankine**

Theo Eurocode 3, công thức Merchant-Rankine được áp dụng cho những khung thuộc phạm vi sau:

$$4 \leq \frac{\lambda_{Cr}}{\lambda_p} \leq 10 \tag{7}$$

Khi  $\lambda_p = 1$  thì  $4 \leq \lambda_{Cr} \leq 10$ .  $\lambda_{Cr} \geq 4$  điều này nhằm đảm bảo không có những phần tử quá mảnh trong cột và  $\lambda_{Cr} \leq 10$  điều này nhằm đảm bảo hiệu ứng P-delta là đáng kể.

- Công thức không phù hợp khi hệ phá hoại dưới dạng cơ cấu Panel (có khớp dẻo hình thành trong cột).
- Trong phương pháp phân tích này chỉ kể đến ổn định tổng thể, nên cần phải kiểm tra thêm ổn định cục bộ trong các phần tử cột đơn giữa các tầng.
- Phương pháp này có thể được mở rộng cho khung có liên kết nửa cứng và cấu trúc composite.

**III. PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH KHỚP DẸO TỪNG BƯỚC [3], [4], [7]**

1. Giả thiết vật liệu là đàn hồi dẻo lý tưởng, bỏ qua sự lan tỏa của vùng dẻo trong mặt cắt cũng như dọc theo chiều dài phần tử và quá trình củng cố.
2. Quá trình phân tích là một loạt các phân tích đàn hồi trên sơ đồ gốc và các sơ đồ có các khớp dẻo lần lượt hình thành, mỗi khớp dẻo làm giảm 1 bậc siêu tĩnh của cấu trúc. Cấu trúc sẽ phá hoại khi số khớp dẻo đủ để biến hệ thành cơ cấu. Trong phân tích đàn hồi trên sơ đồ gốc, khớp dẻo đầu tiên sẽ hình thành tại mặt cắt có hệ số tải trọng  $\lambda_i = \frac{M_p}{M_i}$  đạt giá trị nhỏ nhất,  $M_i$  là mô men tại mặt cắt thứ  $i$ .

Trong các phân tích đàn hồi trên các sơ đồ có hình thành khớp dẻo, ma trận độ cứng các phần tử thay đổi tùy theo vị trí khớp dẻo, nội lực và chuyển vị lúc này là các đại lượng gia tăng, khớp dẻo sẽ hình thành tại mặt cắt có  $\Delta\lambda_i = \frac{M_p - M_i}{\Delta M_i}$  nhỏ nhất.  $\Delta M_i$  là mô men gia tăng tại mặt cắt thứ  $i$ .

**IV. PHÂN TÍCH ĐÀN HỒI BẬC II [5], [7]**

**1. Ma trận độ cứng phần tử có kể đến ảnh hưởng của lực dọc**

- Mỗi liên hệ cân bằng của phần tử được tìm theo nguyên lý thế năng toàn phần dừng.
- Ứng xử của vật liệu là đàn hồi tuyến tính :  $\sigma = E\varepsilon$  (8)
- Trong phân tích phi tuyến hình học mối liên hệ giữa biến dạng và chuyển vị có dạng :

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{du}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 - y \frac{d^2v}{dx^2} \tag{9}$$

- Lực dọc được tính :  $P = EA \frac{du}{dx}$  (10)

- Trường chuyển vị  $u, v$  được giả thiết có dạng đa thức.
- Ma trận độ cứng phần tử có kể đến ảnh hưởng của lực dọc có dạng :  $k = k_0 + k_p$

$$k_p = \frac{P}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix}$$

$k_0$  : ma trận độ cứng của phần tử theo phân tích đàn hồi bậc I  
 $k_p$  : ma trận độ cứng hình học của phần tử  
 $P$  : lực dọc trong phần tử  
 $L$  : chiều dài phần tử

**2. Phương pháp hai vòng lặp :**

- Ứng với mỗi cấp tải trọng quá trình phân tích gồm 2 vòng :  
 Vòng 1 : Tính lực dọc trong các phần tử bằng phân tích đàn hồi bậc I.

Vòng 2 : Phân tích lại khung, ma trận độ cứng phần tử có kể thêm độ cứng hình học  $k_p$  với lực dọc được tính ở vòng 1.

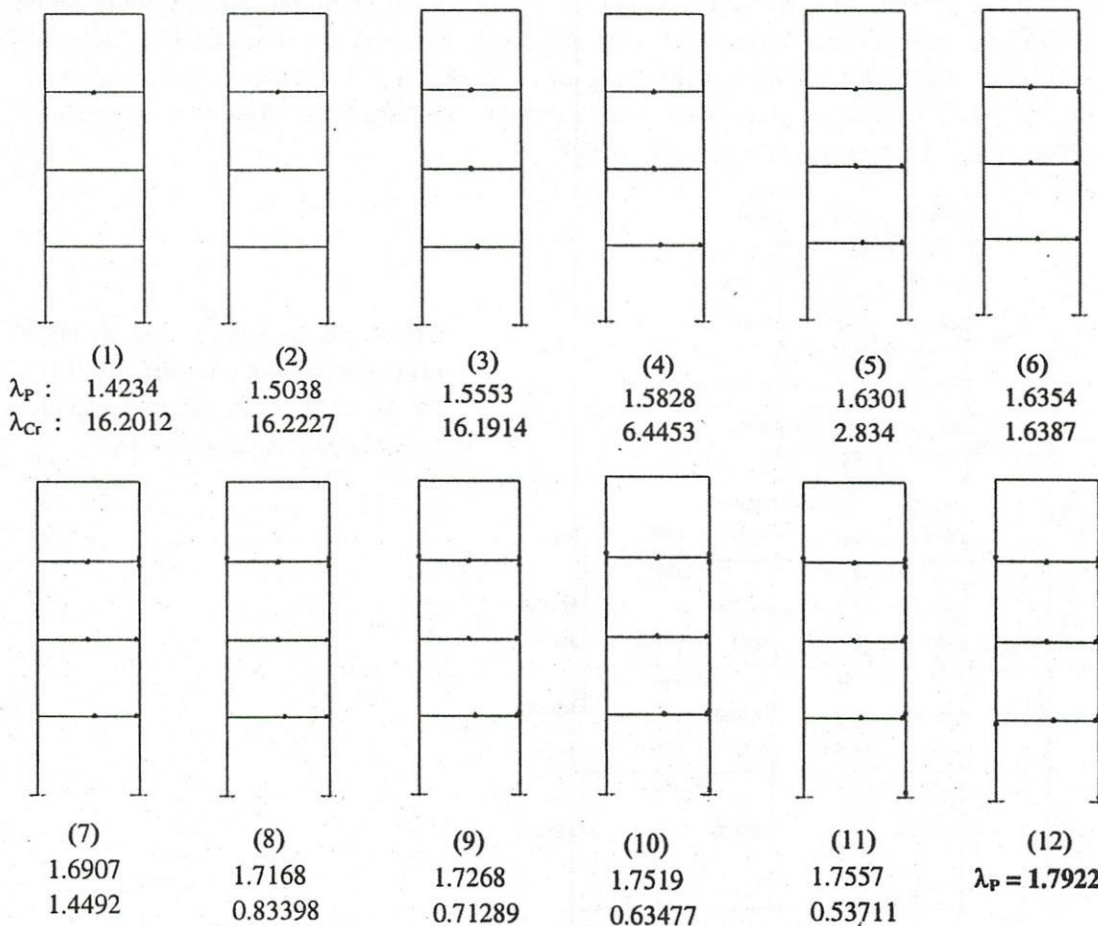
- Khung bị mất ổn định khi hệ phương trình cân bằng  $r = Kd$  bị suy biến.  $r, d$  là ma trận lực và chuyển vị tại nút.

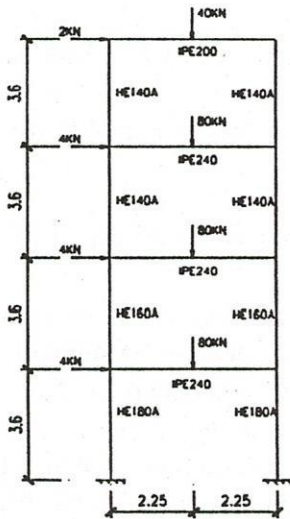
### V. CHƯƠNG TRÌNH TÍNH HỆ SỐ TẢI TRỌNG CỰC HẠN CHO KHUNG THÉP PHẪNG THEO PHƯƠNG PHÁP MERCHANT-RANKINE [7]

Mục đích chính của chương trình là tính hệ số tải trọng cực hạn cho khung thép phẳng có liên kết cứng theo công thức Merchant-Rankine. Trong quá trình phân tích, hai đặc điểm phi tuyến hình học và phi tuyến vật liệu được phân tích theo 2 phương pháp độc lập. Đó là phương pháp phân tích dẻo bậc I, cụ thể là phương pháp phân tích khớp dẻo từng bước đã bỏ qua ảnh hưởng bậc II, chỉ xét đến đặc tính phi tuyến về vật liệu hay phi tuyến trong quan hệ giữa độ cong - mô men. Phương pháp thứ 2 là phương pháp phân tích đàn hồi bậc II, cụ thể là phương pháp 2 vòng lặp, trong đó vật liệu được xem là vẫn đàn hồi, chỉ xét đến đặc tính phi tuyến về hình học, đó là hiệu ứng P-delta. Tuy nhiên quá trình phân tích của chương trình cũng cho thấy được ảnh hưởng qua lại giữa hai đặc tính phi tuyến này. Đó là sự hình thành khớp dẻo làm giảm khả năng ổn định của cấu trúc và hiệu ứng P-delta ngăn không cho hệ đạt đến cơ cấu phá hoại dẻo cuối cùng. Chương trình sẽ lần lượt thể hiện từng sơ đồ cấu trúc với sự xuất hiện lần lượt của các khớp dẻo, khớp dẻo xuất hiện càng nhiều thì hệ số tải trọng tới hạn đàn hồi bậc II trên sơ đồ có khớp dẻo tương ứng sẽ càng giảm. Mặt khác khi chương trình xuất ra hệ số tải trọng cực hạn  $\lambda_U, \lambda_{U_0}$  luôn luôn nhỏ hơn  $\lambda_P$  ứng với sơ đồ phá hoại dẻo cuối cùng, nên khi hệ phá hoại dẻo bậc II với hệ số tải trọng  $\lambda_U$  thì các khớp dẻo chưa hình thành hết, nghĩa là ảnh hưởng bậc II đã ngăn không cho kết cấu đạt đến cơ cấu phá hoại dẻo cuối cùng.

### VI. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA [7]

1. Ví dụ 1: Quá trình hình thành khớp dẻo :





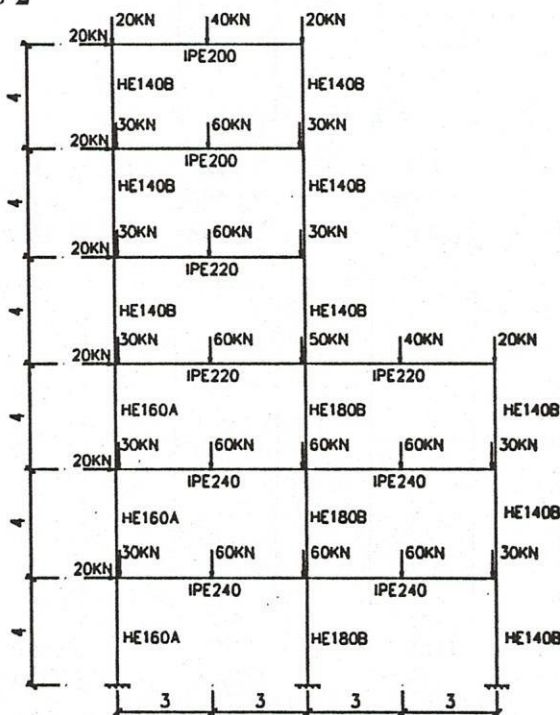
Chương trình xuất ra giá trị hệ số tải trọng tới hạn đàn hồi bậc II trên sơ đồ chưa hình thành khớp dẻo ban đầu là :  $\lambda_{Cr0} = 16.1836$

Bỏ qua ảnh hưởng bậc II, tiến hành phân tích dẻo bậc I theo phương pháp phân tích khớp dẻo từng bước, khi hệ số tải trọng tăng dần các khớp dẻo lần lượt hình thành. Khi hệ trở thành cơ cấu và phá hoại dẻo, trong hệ có tổng cộng 12 khớp dẻo hình thành, hệ số tải trọng lúc này là 1.7922 và cũng là hệ số tải trọng dẻo bậc I ( $\lambda_p = 1.7922$ ). Lần lượt ứng với mỗi sơ đồ có các khớp dẻo hình thành, chương trình thực hiện phân tích đàn hồi bậc II và tìm được các hệ số tải trọng đàn hồi bậc II tương ứng. Khớp dẻo hình thành càng nhiều, khả năng ổn định của hệ càng giảm ( $\lambda_{Cr}$  càng giảm). Cuối cùng chương trình tính ra hệ số tải trọng cực hạn  $\lambda_U = 1.6135$  theo công thức Merchant-Rankine với 2 thông số  $\lambda_{Cr0} = 16.1836$  và  $\lambda_p = 1.7922$  với tỉ số :  $4 \leq \frac{\lambda_{Cr}}{\lambda_p} = 9.0299 \leq 10$  thuộc phạm vi ứng dụng công thức

Merchant-Rankine. Như vậy khi hệ phá hoại theo phân tích dẻo bậc II với hệ số tải trọng cực hạn là  $\lambda_U = 1.6135$ , trong hệ chưa hình thành hết khớp dẻo mà lúc đó số khớp dẻo hình thành trong hệ tương ứng với sơ đồ (4). Như vậy ảnh hưởng bậc II đã ngăn không cho hệ đạt đến phá hoại dẻo cuối cùng. Trong sơ đồ (4) các khớp dẻo chỉ hình thành trong dầm, hệ không phá hoại theo cơ cấu panel.

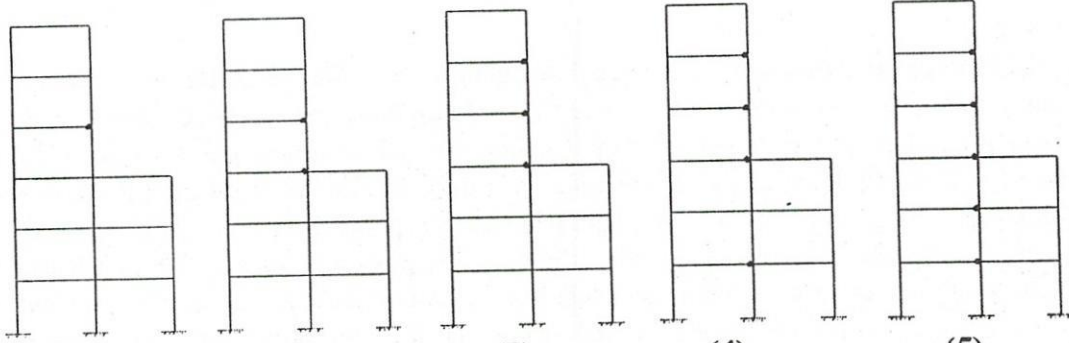
Kết quả tính theo phương pháp hiệu chỉnh khớp dẻo (phương pháp nâng cao) trong chương trình của Trần Tuấn Kiệt là :  $\lambda_U = 1.6243$ ; sai số là 0.67%

2. VÍ DỤ 2

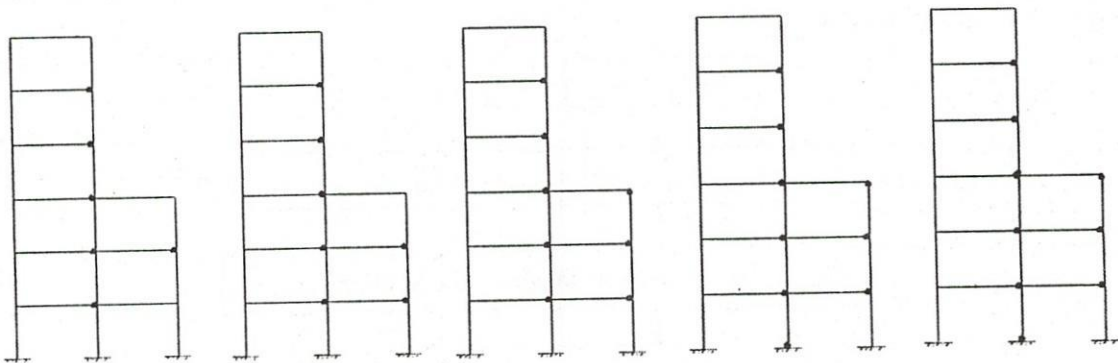


Chương trình xuất ra giá trị hệ số tải trọng tới hạn đàn hồi bậc II trên sơ đồ chưa hình thành khớp dẻo ban đầu là :  $\lambda_{Cr0} = 15.6816$

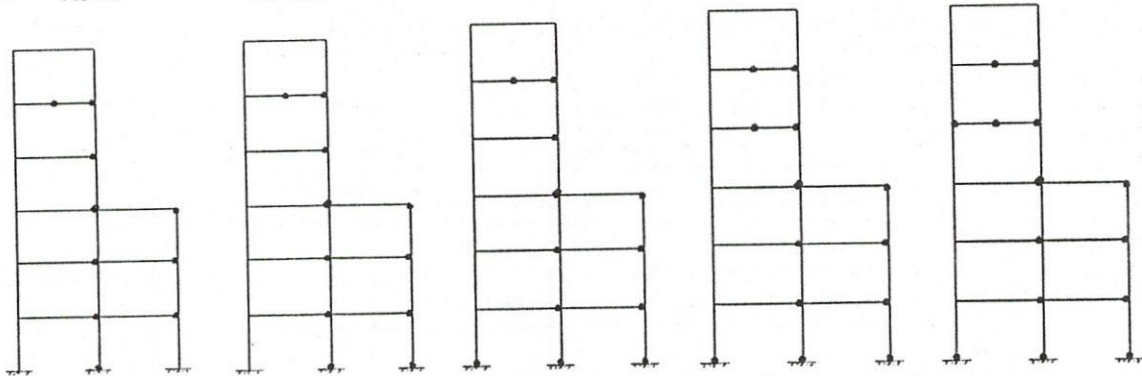
• Quá trình hình thành khớp dẻo:



	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$\lambda_p$ :	1.2499	1.2838	1.3316	1.397	1.4939
$\lambda_{Cr}$ :	10.6445	9.7461	8.5664	8.5625	8.5234



	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$\lambda_p$ :	1.6294	1.6766	1.7661	1.7769	1.8105
$\lambda_{Cr}$ :	7.957	7.2695	6.5508	5.587	5.5702



	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
$\lambda_p$ :	1.852	1.8671	1.8939	1.898	$\lambda_p = 1.9328$
$\lambda_{Cr}$ :	5.4707	4.748	2.5137	2.5078	

Trong phân tích dẻo bậc I, hệ phá hoại dẻo với cơ cấu có 15 khớp dẻo và hệ số tải trọng dẻo bậc I là  $\lambda_p = 1.9328$ . Theo công thức Merchant-Rankine, chương trình tính ra hệ số tải trọng cực hạn  $\lambda_U = 1.7208$  (với  $\lambda_{Cr0} = 15.6816$  và  $\lambda_p = 1.9328$ ). Như vậy khi phá hoại theo phân tích dẻo bậc II, trong hệ chỉ hình thành 7 khớp dẻo như sơ đồ (7). Theo sơ đồ (7) các khớp dẻo chỉ hình thành trong dầm. Mặt khác  $4 \leq \frac{\lambda_{Cr}}{\lambda_p} = 8.1132 \leq 10$ , nên hệ khung này thuộc phạm vi ứng dụng được công thức Merchant-

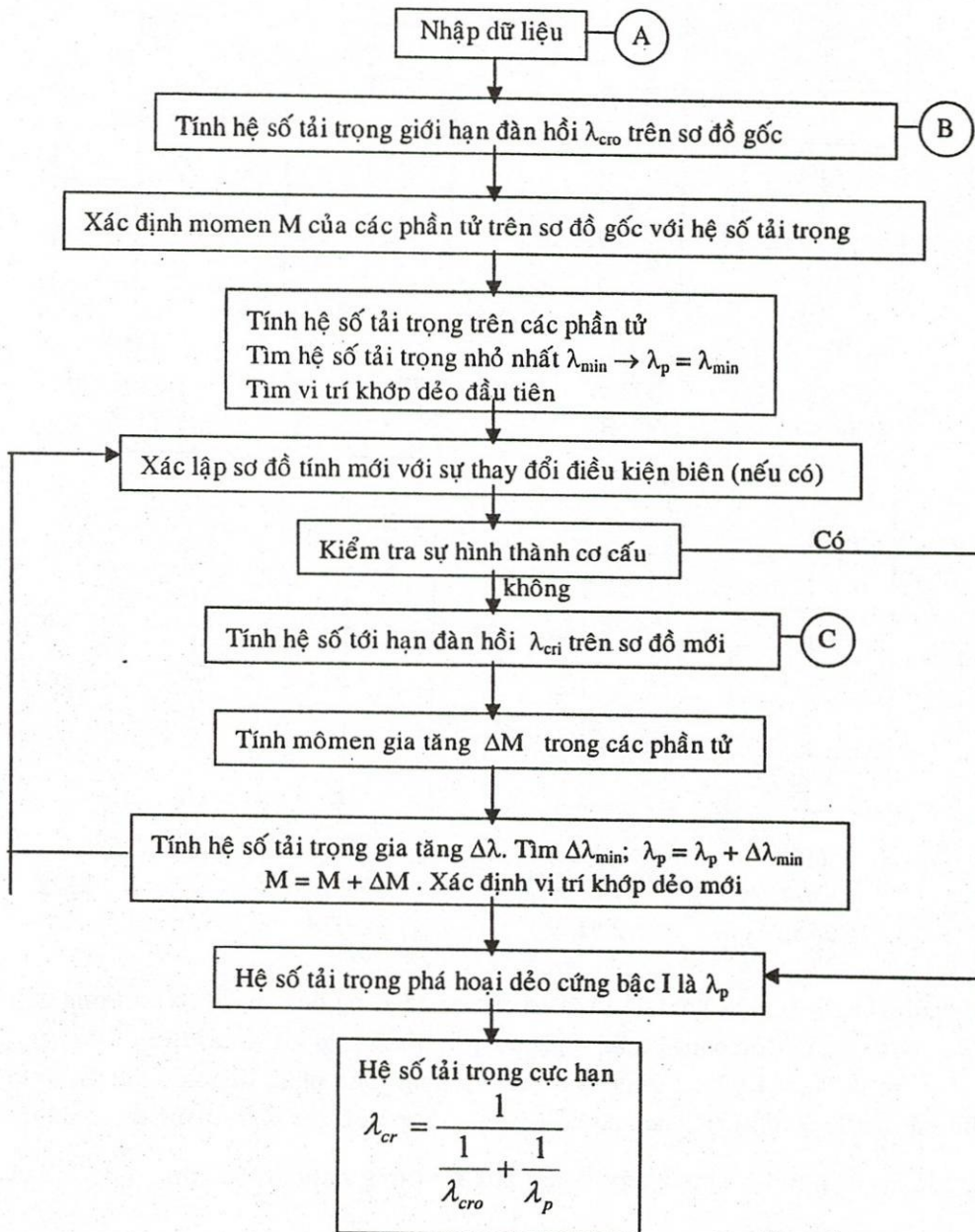
Rankine.

Kết quả tính theo phương pháp nâng cao (phương pháp hiệu chỉnh khớp dẻo) trong chương trình

của Trần Tuấn Kiệt là :  $\lambda_U = 1.6342$ ; sai số là 5.032%.

### VII. KẾT LUẬN

Công thức Merchant-Rankine là công thức thực nghiệm nhằm tính hệ số tải trọng cực hạn cho khung thép phẳng theo phân tích dẻo bậc II, chương trình đã vận dụng các lý thuyết phân tích có sẵn để kiểm tra công thức mang tính thực nghiệm này. Chương trình đã vận dụng phương pháp phân tích khớp dẻo từng bước, trong đó đã bỏ qua sự lan tỏa của vùng dẻo, vật liệu được giả thiết là đàn hồi dẻo lý tưởng (bỏ qua hiện tượng củng cố) và phương pháp hai vòng lặp, trong đó ảnh hưởng bậc II chỉ xét đến ảnh hưởng do lực dọc, bỏ qua ảnh hưởng của biến dạng trong phần tử và sai số hình học ban đầu của hệ. Tuy 2 phương pháp dùng trong phân tích chưa phải là những phương pháp chính xác nhưng với những khung thuộc phạm vi sử dụng được công thức Merchant-Rankine thì kết quả cho sai số không khác biệt nhiều so với chương trình theo phương pháp nâng cao (phương pháp hiệu chỉnh khớp dẻo). Cách phân tích của chương trình cũng cho thấy được ảnh hưởng qua lại của sự hình thành khớp dẻo trong hệ và hiệu ứng P- $\Delta$ . Phương pháp Merchant-Rankine có thể được mở rộng cho khung thép có liên kết nửa cứng và cấu trúc composite.



Sơ đồ khối chương trình tính

## PLANE STEEL FRAME ANALYSIS BY MERCHANT-RANKINE APPROACH

Doan Thi Anh Thuy, Bui Cong Thanh

<sup>(1)</sup>University of Engineering – HoChiMinh City, <sup>(2)</sup>University of Technology – VNU-HCM

**ABSTRACT:** According to Eurocode 3, Merchant-Rankine approach can be used for second-order plastic analysis of plane steel frame. This approach suggests an experimental equation to predict the ultimate resistance of plane steel frame with rigid structural joints. The ultimate collapse load factor is calculated from first-order rigid-plastic load factor and elastic critical frame buckling load factor. A Matlab program was built up to calculate the ultimate collapse load factor of plane steel frame with rigid structural joints, in which the First-order Hinge By Hinge Analysis Method was used to determine first-order rigid-plastic load factor and the Two Cycles Iterative Method was used to determine the elastic critical frame buckling load factor, the second-order analysis was made by the Finite Element Method.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] European committee for standardisation – ENV, “Eurocode 3”, 1993 -1-1-1992
- [2] René Maquoi, Jean – Pierre Jaspart, “Merchant – Rankine approach for the design of steel and composite sway building frames”, Department MSM of the University of Liege, Belgium.
- [3] W.F.Chen, D.J. Han, “Plasticity for structural Engineers”, Springer – Verlay, NewYork, 1988.
- [4] W.F.Chen, I.Sohal, “Plastic design and second – order Analysis of steel frame”, Springer – verlay, NewYork, 1995.
- [5] W.F.Chen, E.M.Lui, “Stability design of steel frame”, CRC Press, 1991.
- [6] Trần Tuấn Kiệt, “Phân tích khung thép phẳng có liên kết nửa cứng bằng phương pháp nâng cao”, Luận văn Thạc sĩ, Trường Đại học Bách khoa Tp Hồ Chí Minh, 2002.
- [7] Đoàn Thị Anh Thủy, “Phân tích khung thép phẳng có liên kết cứng theo Eurocode 3”, Luận văn Thạc sĩ, Trường Đại học Bách khoa Tp Hồ Chí Minh, 2004.
- [8] Ngô Hữu Cường & Chu Quốc Thắng, “Phân tích vùng dẻo và phi tuyến hình học cho khung thép phẳng bằng phương pháp phần tử hữu hạn”, Tạp chí Phát triển Khoa Học – Công Nghệ, Tập 7, Số 7/2004, pp. 60-67, 2004