

# MÔ HÌNH TOÁN TÍNH LAN TRUYỀN Ô NHIỄM CHO MẠNG KÊNH, SÔNG

## PHẦN 1: MÔ HÌNH TOÁN

Nguyễn Thị Bảy<sup>(1)</sup>, Quách Thị Ngọc Thơ<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>Trường Đại học Bách Khoa-ĐHQG-HCM, <sup>(2)</sup> Trường Đại học KHTN-ĐHQG-HCM  
(Bài nhận ngày 30 tháng 12 năm 2004, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 26 tháng 4 năm 2005)

**TÓM TẮT:** Bài báo trình bày mô hình toán mô phỏng các yếu tố thủy lực và lan truyền ô nhiễm cho mạng sông. Mô hình được thiết lập dựa trên lời giải số của hệ phương trình Saint-Venant kết hợp với hệ phương trình lan truyền ô nhiễm. Mô hình được kiểm định bằng nghiệm giải tích. Các kết quả tính được từ mô hình so với nghiệm giải tích khá chính xác.

### 1. PHẦN MỞ ĐẦU

Khi kinh tế ngày càng phát triển, nhà máy, xí nghiệp mọc ra nhiều hơn...thì môi trường ngày càng ô nhiễm, trong đó hàng đầu là chất lượng nước trong các mạng kênh, sông. Và chúng ta đang ở trong tình trạng báo động đó.

Ở nước ta, đã có nhiều nghiên cứu về ô nhiễm dòng nước mặt, và theo đó, các mô hình tính toán thủy lực và lan truyền cho mạng kênh, sông đã ra đời:

- Mô hình VRSAP của GS. Nguyễn Như Khuê.
- Mô hình SAL của PGS. Nguyễn Tất Đắc.
- Mô hình KOD của GS. Nguyễn Ân Niên.

Đối với mô hình SAL, tác giả giả định rằng, tại mỗi hợp lưu tổng đại số lưu lượng phải bằng không (có nghĩa là tổng lưu lượng đến bằng tổng lưu lượng đi khỏi hợp lưu). Trong cả mô hình VRSAP và SAL, các tác giả dùng phương pháp phân rã để giải cho bài toán lan truyền: phương trình lan truyền chất được giải thành hai bước như sau: **Bước 1:** Phương trình tải thuần túy được giải để có nghiệm về nồng độ  $C_1$ . **Bước 2:** Lấy nghiệm  $C_1$  làm điều kiện ban đầu để giải bài toán khuếch tán thuần túy để ra nghiệm  $C_2$  là kết quả cuối cùng của bài toán.

Đối với mô hình KOD, hợp lưu được xem như một ô chứa, và mực nước tại hợp lưu được tính trước, sau đó chuyển bài toán trên mạng kênh thành những bài toán giải trên một nhánh, và để tính mực nước tại hợp lưu tác giả dùng sơ đồ hiện.

Những mô hình trên đã đạt được những thành tựu đáng trân trọng.

Trong bài báo này, các tác giả trình bày mô hình toán tính và mô phỏng các yếu tố thủy lực và quá trình lan truyền ô nhiễm trên mạng kênh, sông, và bước đầu áp dụng cho mạng sông Thị Vải. Phần thứ nhất xin được trình bày mô hình toán và các kết quả kiểm nghiệm mô hình.

### 2. MÔ HÌNH TOÁN.

#### 2.1. Phương trình cơ bản.

Dòng chảy và sự lan truyền chất ô nhiễm trên nhánh kênh, sông được mô tả bởi các phương trình [5]:

Phương trình liên tục:

$$B \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q = 0 \quad (1)$$

Phương trình động lượng:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial z}{\partial x} + gA \frac{Q|Q|}{K^2} - \left( u_q - \frac{Q}{A} \right) q = 0 \quad (2)$$

Phương trình vận tải chất:

$$\frac{\partial}{\partial t}(AC) = \frac{\partial}{\partial x} \left( AE \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (AUC) + A(-bC + p) \quad (3)$$

Trong đó:

x - tọa độ dọc dòng chảy (m).

t - thời gian (s).

Q - lưu lượng (m<sup>3</sup>/s).

B - bề rộng mặt thoáng kênh (m).

h - độ sâu của kênh (m).

A - diện tích ướt (m<sup>2</sup>).

U - vận tốc dòng chảy (m/s).

z - cao độ mực nước (m).

q - lưu lượng bên nhập vào trên một đơn vị chiều dài kênh (m<sup>2</sup>/s).

u<sub>q</sub> - thành phần vận tốc dọc trục của lưu lượng nhập vào q (m<sup>2</sup>/s).

K - modul lưu lượng,  $K = CA\sqrt{R} = \frac{1}{n} AR^{\frac{2}{3}}$ .

C - nồng độ chất (mg/l).

E - hệ số khuếch tán dọc (m<sup>2</sup>/s).

b - hằng số phân hủy tổng cộng (phản ứng, lắng đọng, gia nhập, ...) (1/s).

p - hệ số tự do, không phụ thuộc vào C, ví dụ: nguồn nội tại và lắng đọng (mất chất hữu cơ của tảo, nguồn sinh vật đáy, ...) (mg/l/s).

## 2.2. Sơ đồ phân rã

Các nhánh sông được chia thành các đoạn tính có chiều dài Δx<sub>i</sub> bởi N mặt cắt.

### a. Sơ đồ thủy lực

Phương trình (1), (2) được phân rã theo sơ đồ Preissmann như sau [5]:

$$\left\{ \begin{aligned} & B \frac{\Delta z_{i+1} + \Delta z_i}{2\Delta t} + \left( \theta \frac{\Delta Q_{i+1} - \Delta Q_i}{\Delta x} + \frac{Q_{i+1} - Q_i}{\Delta x} \right) - q^i = 0 \\ & \Delta Q_{i+1} + \Delta Q_i + \left\{ \theta \left[ \left( \frac{Q^2}{A} \right)_{i+1} - \left( \frac{Q^2}{A} \right)_i \right] + 1 - \theta \left[ \left( \frac{Q^2}{A} \right)_i - \left( \frac{Q^2}{A} \right)_{i-1} \right] \right\} + \\ & + gA_i \left( \theta_2 \frac{\Delta z_{i+1} - \Delta z_i}{\Delta x} + \frac{z_{i+1} - z_i}{\Delta x} \right) + \frac{g}{2} \left\{ \theta_2 \left[ \left( A \frac{Q|Q}{K^2} \right)_{i+1} + \left( A \frac{Q|Q}{K^2} \right)_i \right] + \right. \\ & \left. + (1 - \theta) \left[ \left( A \frac{Q|Q}{K^2} \right)_{i+1} + \left( A \frac{Q|Q}{K^2} \right)_i \right] \right\} - \left( u_i - \frac{Q_i^n}{A_i} \right) q^i = 0 \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Sắp xếp hệ phương trình (4) thành:

$$\begin{aligned} \Delta z_{i+1} + \Delta z_i + C1_i \Delta Q_{i+1} - C1_i \Delta Q_i &= C2_i \\ C3_i \Delta Q_{i+1} + C3_i \Delta Q_i + C4_i \Delta z_{i+1} - C4_i \Delta z_i &+ C5_i \end{aligned} \quad (5)$$

Sau một số phép biến đổi và đặt biến số phụ, ta thu được hệ phương trình:

$$A_i \Delta z_i + B_i \Delta z_{i+1} + C_i \Delta z_{i+2} = D_i \quad (\text{với } i=1, 2, \dots, N-2) \quad (6)$$

với A<sub>i</sub>; B<sub>i</sub>; C<sub>i</sub> và D<sub>i</sub> là các hệ số phụ thuộc vào các yếu tố thủy lực tại điểm thời gian trước (n), Δf = t<sup>n+1</sup> - t<sup>n</sup>, (n+1) là điểm thời gian hiện tại; n là điểm thời gian trước đó.

Hệ phương trình (6) có dạng 3 đường chéo chính. Phương trình được giải theo phương pháp truy đuổi với hai điều kiện ban đầu và hai điều kiện biên tại mỗi đầu nhánh sông.

Sau khi giải được các giá trị  $\Delta z_i$  tại cho cả nhánh sông, ta tiến hành giải hiện  $\Delta Q_i$  theo hệ phương trình (5).

**Điều kiện ban đầu.**

$$Q=0 \text{ và } z=z_{\text{ình}}$$

**Điều kiện biên.**

- Trường hợp biên lỏng: điều kiện biên là đường quá trình mực nước  $z(x_j,t)$  hoặc đường quá trình lưu lượng  $Q(x_j,t)$ . Với  $x_j$  kí hiệu cho vị trí biên.
- Trường hợp biên kín: cho lưu lượng  $Q(x_j,t)=0$ .
- Trường hợp biên hợp lưu:

Sử dụng phương trình cân bằng thể tích cho hợp lưu J, [1]:

$$A_J \frac{\partial z_J}{\partial t} = \sum_k^{JV} Q_{kN} - \sum_j^{JR} Q_{j1} \tag{7}$$

Với:  $A_J$  – diện tích mặt thoáng ô chứa J (có thể phụ thuộc vào mực nước  $z_j$ ) ( $m^2$ ).

JV - số nhánh có chiều dương hướng vào hợp lưu J.

$kN$  - mặt cắt cuối của nhánh thứ k có chiều dương hướng vào hợp lưu J.

JR - số nhánh có chiều dương xuất phát từ hợp lưu J.

$j1$  - mặt cắt đầu tiên của nhánh thứ j có chiều dương xuất phát từ hợp lưu J.

Sai phân phương trình (7):

$$z_J^{n+1} = z_J^n + \frac{\Delta t}{A_J} \left( \sum_k^{JV} Q_{kN} - \sum_j^{JR} Q_{j1} \right) \tag{8}$$

Trong đó, các giá trị lưu lượng Q được tính ở bước thời gian sau (bước thời gian  $n+1$ ). Lưu ý rằng, bước tính này được thực hiện cùng với thuật giải lặp.

Dựa vào phương trình (8), tính được mực nước  $z_j$  tại tâm của hợp lưu J tại thời điểm  $n+1$ , ta suy ra được mực nước z tại các mặt cắt sát hợp lưu theo giả thiết:

$$z_J = z_{k1} \text{ ( hay } z_{kN} \text{ )}$$

Trong đó,  $z_{k1}, z_{kN}$  là mực nước tại mặt cắt sát hợp lưu J của nhánh k.

Nếu hệ thống có M nút hợp lưu thì ta có M phương trình dạng (8). Giải các phương trình này ta được mực nước z tại các mặt cắt sát hợp lưu trên tất cả các nhánh. Mực nước này sẽ là điều kiện biên z cho mỗi nhánh nối với hợp lưu.

**b. Sơ đồ tính lan truyền chất**

Phương trình (3) được sai phân theo các sơ đồ: Sơ đồ hiện Chevereau và Preissmann, sơ đồ ẩn Crank Nicolson và sơ đồ ẩn Upwind [5].

\* Sai phân phương trình (3) theo sơ đồ hiện Chevereau và Preissmann:

$$A_i \frac{C_i^{n+1} - C_i^n}{\Delta t} = \frac{1}{x_{i+1/2} - x_{i-1/2}} \left[ (AE)_{i-1/2} \frac{C_i^n - C_{i-1}^n}{x_i - x_{i-1}} - (AE)_{i+1/2} \frac{C_{i+1}^n - C_i^n}{x_{i+1} - x_i} \right] - (AU)_{i-1/2} \frac{C_i^n - C_{i-1}^n}{x_i - x_{i-1}} + A_i (-bC_i^n + p_i) \quad (9)$$

Kết hợp phương trình (3) và (1), ta được phương trình:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -U \frac{\partial C}{\partial x} + E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - bC + p \quad (10)$$

\* Sai phân phương trình (10) theo sơ đồ Crank Nicolson

$$\frac{C_i^{n+1} - C_i^n}{\Delta t} = -U \left[ \frac{(C_{i+1}^n - C_{i-1}^n) + (C_{i+1}^{n+1} - C_{i-1}^{n+1})}{4\Delta x} \right] + E \left[ \frac{(C_{i+1}^n - 2C_i^n + C_{i-1}^n) + (C_{i+1}^{n+1} - 2C_i^{n+1} + C_{i-1}^{n+1})}{4\Delta x} \right] - b_i \frac{C_i^{n+1} + C_i^n}{2} + p_i \quad (11)$$

\* Sai phân phương trình (3) theo sơ đồ Upwind:

o Trường hợp 1:  $U_i^{n+1} \geq 0$

$$\frac{C_i^{n+1} - C_i^n}{\Delta t} = \left( \frac{(AE)_i C_i^{n+1} - (AE)_i C_{i-1}^{n+1}}{A_i \Delta x_i^2} \right) - \left( \frac{(AE)_{i-1} C_{i-1}^{n+1} - (AE)_{i-1} C_{i-2}^{n+1}}{A_i \Delta x_i^2} \right) - \frac{Q_i^n C_i^{n+1} - Q_{i-1}^n C_{i-1}^{n+1}}{A_i \Delta x_i} - b_i \frac{C_i^{n+1} + C_i^n}{2} + p_i \quad (12.a)$$

o Trường hợp 2:  $U_i^{n+1} < 0$

$$\frac{C_i^{n+1} - C_i^n}{\Delta t} = \left( \frac{(AE)_{i+1} C_{i+2}^{n+1} - (AE)_{i+1} C_{i+1}^{n+1}}{A_i \Delta x_i^2} \right) - \left( \frac{(AE)_i C_{i+1}^{n+1} - (AE)_i C_i^{n+1}}{A_i \Delta x_i^2} \right) - \frac{Q_{i+1}^n C_{i+1}^{n+1} - Q_i^n C_i^{n+1}}{A_i \Delta x_i} - b \frac{C_i^{n+1} + C_i^n}{2} + p_i \quad (12.b)$$

Các phương trình (9), (11) và (12) đều có dạng giống nhau:

$$a_i C_i^{n+1} + b_i C_{i+1}^{n+1} + c_i C_{i+2}^{n+1} = d_i \quad (\text{với } i=1, 2, \dots, N-2) \quad (13)$$

Ta cũng giải hệ phương trình (13) bằng phương pháp truy đuổi, với điều kiện ban đầu và 2 điều kiện biên, tìm được nồng độ chất tại các mặt cắt trên các nhánh sông.

#### Điều kiện ban đầu.

Áp đặt giá trị nồng độ ban đầu tại tất cả các mặt cắt [2]:

$$C(x,0) = C_i \quad (\text{với } i=1, 2, 3, \dots, N).$$

#### Điều kiện biên.

Đối với các biên là cửa sông: trong suốt khoảng thời gian thủy triều dâng, nồng độ biên có thể cho bằng nồng độ đo đạc được ở biển. Trong khoảng thời gian thủy triều rút, nồng độ này được chi phối bởi sông, nên cần được tính toán. Ở thời gian đầu lúc thủy triều dâng, có sự thay đổi dần từ nồng độ  $C_N$  ở cuối kỳ triều rút (tại mặt cắt cuối sông) tới nồng độ  $C_0$  ở biển, sự thay đổi này được diễn ra trong khoảng thời gian  $t_0$ , phụ thuộc vào điều kiện thực tế ở biển, thông thường  $t_0=0,05-0,15T$ , với  $T$  là chu kỳ triều [7]. Ở đây, do khu vực tính toán nhỏ, ta chọn  $t_0=0,05T$ ; và trong khoảng thời gian  $t_0$  ta xem như nồng độ biến thiên tuyến tính từ  $C_N$  tới  $C_0$ .

Dựa vào cơ sở lý luận trên, nồng độ chất ở biên nói chung được xử lý như sau:

- Đối với biên lỏng:

Khi dòng chảy hướng từ ngoài vào miền tính, nồng độ chất ở biên bằng nồng độ chất cho trước (thường được nội suy từ dãy các giá trị theo thời gian).

Khi dòng chảy từ miền tính hướng ra thì sử dụng điều kiện  $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0$  [2,5]. Khi đó, nồng độ tại

biên được tính thông qua quá trình tải, (quá trình khuếch tán được bỏ qua trong bước tính này). Nồng độ chất tại biên là nghiệm của phương trình tải và tính được theo phương pháp đường đặc trưng (sẽ giải thích kỹ trong phần điều kiện biên tại hợp lưu).

$$\frac{\partial C}{\partial x} = 0.$$

- Đối với biên cụt:  $Q = 0$  thì áp dụng điều kiện

- Đối với biên tại hợp lưu:

Nồng độ tại các mặt cắt áp sát hợp lưu của các nhánh khi dòng chảy hướng vào hợp lưu là khác nhau. Nhưng khi dòng chảy ra khỏi hợp lưu, giả sử xảy ra quá trình xáo trộn hoàn toàn trong ô chứa hợp lưu, ta có nồng độ tại hợp lưu bằng với nồng độ tại các mặt cắt sát hợp lưu trên các nhánh chảy ra:  $C_J = C^{ra}$  [2,5].

Theo định luật bảo toàn khối lượng, trong khoảng thời gian  $dt$ , tổng khối lượng chất do các dòng chảy mang tới hợp lưu bằng tổng khối lượng chất chảy ra khỏi hợp lưu cộng với khối lượng chất thay đổi tại hợp lưu. Ta có phương trình viết cho cân bằng nồng độ chất tại hợp lưu J như sau:

$$\frac{d}{dt}(WC_J) = \sum_i^{iv} Q_i^{vao} C_i^{vao} - C^{ra} \sum_{jr}^{jr} Q_j^{ra} \quad (14)$$

Trong đó:

$C_J$  - nồng độ chất tại hợp lưu J (mg/l).

$C^{ra}$  - nồng độ chất trên nhánh chảy ra khỏi hợp lưu tại các mặt cắt sát hợp lưu (mg/l).

W - thể tích hợp lưu J.

Như vậy, nồng độ  $C_J$  tại các nhánh chảy ra sẽ tính được từ phương trình (14)

Trong trường hợp chiều dòng chảy là chảy vào hợp lưu (hay trường hợp ở biên: dòng chảy từ miền tính hướng ra biên), thì nồng độ tại mặt cắt sát hợp lưu trên nhánh chảy vào (hay nồng độ tại biên) là nghiệm của phương trình tải như sau:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = -bC \quad (15)$$

Nghiệm của phương trình (14) trên họ đường đặc trưng  $dx=Udt$  là, [2,6]:

$$C_B = C_A e^{-b\Delta t} \quad (16)$$

Với:  $C_B$  - nồng độ tại điểm cần tính (ở bước thời gian sau).

$C_A$  - nồng độ tại chân đường đặc trưng tại bước thời gian trước (n).

$$\Delta t = t^{n+1} - t^n$$

Như vậy, điều kiện biên C tại mặt cắt sát hợp lưu hay tại biên lỏng khi dòng chảy từ miền tính chảy đến sẽ được xác định từ (16).

### 3. KIỂM TRA MÔ HÌNH

#### 3.1 Kiểm tra mô hình thủy lực

Trong trường hợp kênh kín một đầu và bị phản xạ toàn phần tại đầu kín. Kênh có mặt cắt ngang hình chữ nhật, đáy nằm ngang không có nhập lưu, biến thiên mực nước khá nhỏ so với độ sâu, bỏ qua đối lưu và ma sát đáy, nghiệm giải tích của hệ phương trình (1 và 2) là, [3]:

$$z(x,t) = z_0 \cos(\omega t) \cos(kx) \tag{17}$$

$$u(x,t) = \frac{C_0}{h} z_0 \sin(kx) \sin(\omega t) \tag{18}$$

Với:  $z_0$  – biên độ dao động mực nước (m).

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ - tốc độ góc của sóng (rad/s), trong đó: } T \text{ - chu kỳ sóng (s).}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ - số sóng, trong đó: } \lambda \text{ - bước sóng (m).}$$

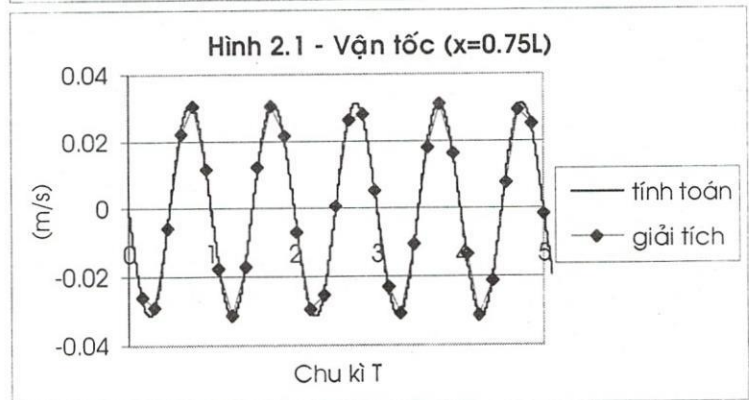
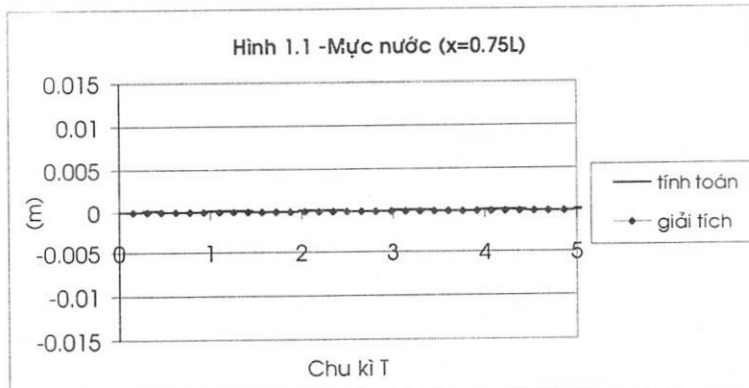
$$C_0 = \sqrt{gh} \text{ - vận tốc truyền sóng trong nước tĩnh với độ sâu } h \text{ (m}^2\text{/s).}$$

Mô hình được áp dụng tính vận tốc và mực nước cho đoạn kênh với chiều dài  $L=100$  m; độ sâu  $h=1$  m; biên độ triều  $z_0=0.01$  m; chu kỳ  $T=31.927$  s ( $\omega=0.1967$  rad/s). Trọng số thời gian  $\theta=0.6667$ ;  $\Delta t=0.05$  s;  $\Delta x=0.25$  m.

Các kết quả tính toán được trình bày trên hình 1.1, 2.1 cùng với các kết quả tính toán theo nghiệm giải tích (công thức (17), (18)).

Hình 1 cho thấy diễn biến theo thời gian của mực nước  $z$  tại vị trí  $x=0.75L$ . Tại đây, mực nước không dao động và ở vị trí trung bình (0 m).

Hình 2 cũng cho thấy diễn biến vận tốc theo thời gian tại vị trí  $x=0.75L$ . Tại vị trí này, vận tốc dao động với biên độ cực đại.



Các sai số tính toán (so với kết quả nghiệm giải tích) rất nhỏ, có giá trị trung bình là 0.51%.

Nghiệm giải tích (17) và (18) chỉ phù hợp cho trường hợp sóng truyền trong kênh có biên độ nhỏ hơn nhiều so với độ sâu ví dụ cụ thể trên cho  $z_0/h=1\%$ . Đây là thuyết truyền sóng có biên độ nhỏ trong nước tĩnh. Khi biên độ của sóng tăng lên giá trị đáng kể so với độ sâu (ví dụ  $z_0/h=10-20\%$ ), thì kết quả tính toán sẽ gây sai số lớn, vì thuyết truyền sóng có biên độ nhỏ không còn phù hợp nữa.

### 3.2 Kiểm tra mô hình lan truyền chất ô nhiễm

Nếu  $K=0$ ,  $U$ ,  $A$  và  $E$  là hằng số đã biết, nghiệm giải tích của phương trình (3) là một hàm theo phân phối Gauss [5]:

$$C(x,t) = \frac{C_0 V_0}{2A(\pi Et)^{1/2}} \exp\left[-\frac{(x-Ut)^2}{4Et}\right] \tag{19}$$

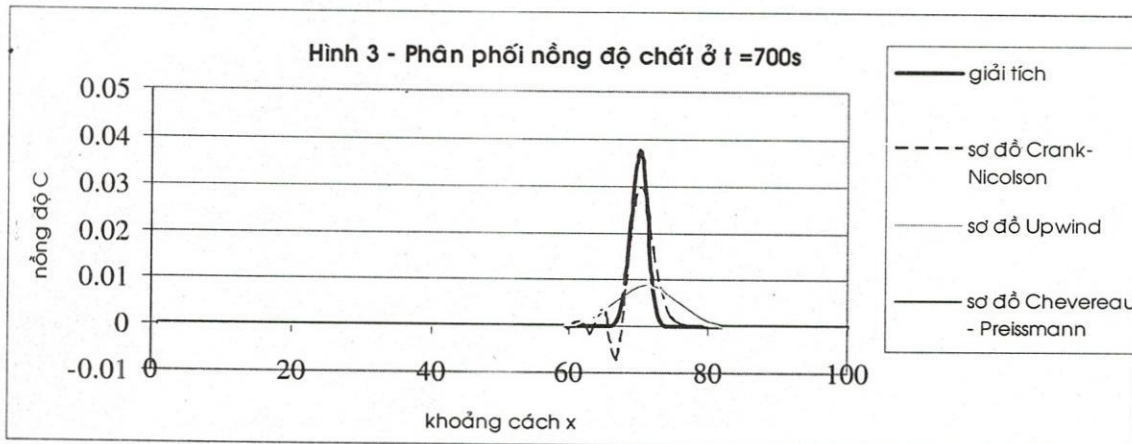
Trong đó:

$C_0$  – nồng độ chất đưa vào ngay lập tức qua mặt cắt ngang đầu kênh (mg/l).

$V_0$  – thể tích của lượng chất đưa vào qua mặt cắt ngang đầu kênh.

Tính toán được thực hiện cho đoạn kênh có chiều dài  $L=100\text{m}$ , có hệ số khuếch tán  $E=1.10^{-3}\text{m}^2/\text{s}$ , với  $\frac{C_0V_0}{2A(\pi E)^{1/2}} = 1$ . Dòng chảy có vận tốc  $U=0.1\text{m/s}$ . Chọn  $\Delta t = 0.01\text{ (s)}$  và  $\Delta x = 0.25\text{ (m)}$ .

Mô hình được tính với nhiều sơ đồ phân rã khác nhau. Các kết quả nhận được trình bày trong hình 3.



Ta nhận xét thấy:

Các sơ đồ Chevereau – Preissmann và Upwind không làm cho nồng độ chất mang giá trị âm. Có thể nói rằng những sơ đồ trên đảm bảo được pha, nhưng biên độ giảm đáng kể. Đối với sơ đồ Crank Nicolson, đường biểu diễn nồng độ cho thấy kết quả khá tốt, đặc biệt là tại vị trí  $x = 70\text{ m}$ , nồng độ chất đạt cực đại và gần với nghiệm giải tích.

#### 4. KẾT LUẬN:

Các kết quả tính từ mô hình khá chính xác so với các kết quả từ nghiệm giải tích cho một kênh thẳng chữ nhật như đã nêu ở phần trên. Rất tiếc, chưa có lời giải giải tích cho một hợp lưu từ các nhánh hợp lại, cũng như các số liệu thực nghiệm từ mô hình lý trong phòng thí nghiệm, nên mô hình có hợp lưu xin được kiểm tra bằng số liệu thực tế trên mạng sông Thị Vải, phần kết quả tính toán và đánh giá xin được trình bày trong bài báo phần hai.

## MATHEMATICAL MODEL OF SPREADING POLLUTANTS IN RIVER NETWORK.

### PART I: MATHEMATICAL MODEL

Nguyễn Thị Bẩy <sup>(1)</sup>, Quách Thị Ngọc Thơ <sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> University of Technology – ĐHQG-HCM, <sup>(2)</sup> University of Natural Sciences – VNU-HCM

**Abstract:** This paper presents the model of hydraulic characteristics and spreading pollutants in channel and river systems. The model is based on the solution of Saint-Venant and dispersion equations. The results of computations for simple cases by this model are verified by an. The results show that there is a suitability to the analytic solution.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Nguyễn Cảnh Cầm, *Thủy lực dòng chảy hở*, Nhà xuất bản Nông nghiệp, Hà Nội, 1998
- [2]. Nguyễn Tất Đắc, *Mô hình TLUC96 dùng cho tính lũ và một số vấn đề cần lưu ý khi sử dụng mô hình trong tính toán lũ ở đồng bằng sông Cửu Long*, Hội thảo mô hình toán tính lũ đồng bằng sông Cửu Long, TP.Hồ Chí Minh, 1996.
- [3]. Phạm Văn Huấn, *Động lực học biển, Phần III – Thủy triều*, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, 2002.
- [4]. Nguyễn Văn Tuấn, Đoàn Viết Trung, Bùi Văn Đức, *Dự báo thủy văn*, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, 2001
- [5]. J.A.Cung, F.M.Holly, A.Verway, *Practical aspects of computational river hydraulics*, Pitman Advanced Publishing Program, 1980.
- [6]. Steven C.Chapra, *Surface water – quality modeling*, McGraw – Hill International Editions, 1986 .
- [7]. Dr. G. Abraham, *Reference notes on density currents and transport processes. Chapter 9: Salinity intrusion into estuaries*. Delft, 1983.