

# THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH CHI TIẾT MÁY TRÊN CƠ SỞ ĐỘ TIN CẬY THEO PHƯƠNG PHÁP MÔ PHỎNG MONTE CARLO VÀ BỀ MẶT ĐÁP ỨNG

Nguyễn Hữu Lộc

Khoa Cơ Khí, Đại học Bách Khoa TP Hồ Chí Minh, ĐHQG-HCM

(Bài nhận ngày 31 tháng 10 năm 2005, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 21 tháng 12 năm 2005)

**TÓM TẮT:** Trong thiết kế và chế tạo kết cấu và chi tiết máy, các tính chất và kích thước thay đổi một cách ngẫu nhiên. Nguyên nhân sự khác nhau này là do sự thay đổi của tải trọng tác dụng, cơ tính vật liệu và chất lượng gia công (dung sai kích thước). Bài báo trình bày ứng dụng phương pháp mô phỏng Monte Carlo và bề mặt đáp ứng để thiết kế và phân tích chi tiết máy trên cơ sở độ tin cậy. Các kết quả tính toán so sánh được thực hiện trên chương trình máy tính Mocsim tự thiết lập.

## 1. TỔNG QUAN

Trong thực tế các đại lượng thiết kế là các đại lượng ngẫu nhiên. Trong thiết kế các hệ thống phức tạp sự thay đổi nhỏ các thông số đầu vào là nguyên nhân dẫn đến thất thoát chất lượng hoặc không đảm bảo độ tin cậy, an toàn (gây nên các sự kiện hỏng hóc nghiêm trọng) cho sản phẩm. Phương pháp thiết kế xác suất, bao gồm: thiết kế theo độ tin cậy [1-6, 8-10, 12-20], thiết kế bền vững [3, 5] và thiết kế 6 sigma [7], nghiên cứu tính toán theo sự phân phối xác suất các đại lượng thiết kế, thay vì chỉ sử dụng các giá trị đơn định. Phương pháp thiết kế xác suất này đảm bảo độ tin cậy cho trước, an toàn, chất lượng và tính kinh tế sản phẩm.

Phân tích và thiết kế máy và chi tiết máy theo độ tin cậy chỉ được chú ý vào những năm gần đây. Thông thường ta sử dụng ba loại phương pháp để tính toán độ tin cậy theo hàm trạng thái giới hạn: phương pháp mô phỏng Monte Carlo [2, 8, 10, 14, 15, 16], phương pháp xấp xỉ dựa trên mô hình giải tích độ tin cậy kết cấu [5, 6, 9, 12-14, 18, 19, 20] và phương pháp bề mặt đáp ứng [1, 2, 8, 10, 13, 17-18].

Đối tượng nghiên cứu trong bài báo này ứng dụng phương pháp mô phỏng Monte Carlo (MCS) và phương pháp bề mặt đáp ứng để thiết kế và phân tích chi tiết máy (với ví dụ trực truyền động) theo độ tin cậy. Lập các chương trình tính toán theo các phương pháp này, so sánh kết quả với các phương pháp xấp xỉ khác. Bài toán thiết kế theo độ tin cậy được khảo sát như là bài toán tối ưu trên cơ sở độ tin cậy với một biến thiết kế.

## 2. PHƯƠNG PHÁP MÔ PHỎNG MONTE CARLO

Độ tin cậy là xác suất của hàm trạng thái giới hạn  $g(\mathbf{X}) > 0$ , tương ứng với giá trị của các biến ngẫu nhiên  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  nằm trên vùng an toàn, được xác định theo công thức:

$$R = P(g(\mathbf{X}) > 0) = \int_{g(\mathbf{X}) > 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (1)$$

Xác định tích phân (1) rất khó khăn, thông thường ta sử dụng phương pháp mô phỏng Monte Carlo để ước lượng. Phương pháp này có ưu điểm là dễ thực hiện, bền vững, chính xác khi số thử nghiệm lớn, phù hợp các bài toán có nhiều dạng hỏng, tuy nhiên nó đòi hỏi số lượng lớn các phân tích khi độ tin cậy cao. Mô phỏng Monte Carlo thường sinh

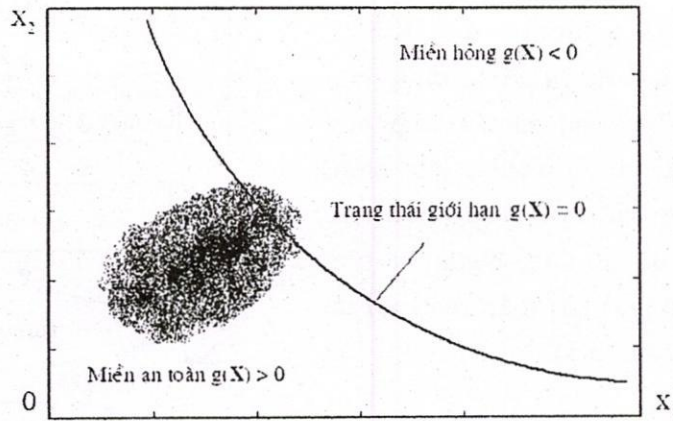
ra độ nhiễu khi phân tích độ tin cậy, nên rất khó khăn khi sử dụng cho các bài toán tối ưu trên cơ sở gradien.

Trình tự thực hiện phỏng Monte Carlo gồm ba bước:

- Lấy mẫu các biến ngẫu nhiên: tạo mẫu là các biến ngẫu nhiên.
- Thử nghiệm số: ước lượng hàm trạng thái giới hạn  $g(\mathbf{X})$ .
- Phân tích thống kê mô hình đầu ra.

Khi số lượng các giá trị mô phỏng tương đối đầy đủ (hình 1), xác suất không hỏng hoặc độ tin cậy được xác định theo công thức:

$$R = \frac{\text{Số lần } Y > 0}{\text{Tổng số mô phỏng } N} \quad (2)$$



**Hình 1** Kết quả mô phỏng Monte Carlo với hai đại lượng ngẫu nhiên

Tùy thuộc vào các ứng dụng khác nhau, có 3 loại chuỗi số ngẫu nhiên được sử dụng: chuỗi số ngẫu nhiên thật, chuỗi ngẫu nhiên pseudo (tạo bằng một quá trình bất chước quá trình ngẫu nhiên), chuỗi ngẫu nhiên quasi.

Để tạo tập hợp các giá trị biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn  $z_1, z_2, \dots, z_n$  đầu tiên ta cần phải tạo tập hợp các số ngẫu nhiên phân phối đều  $u_1, u_2, \dots, u_n$  với  $0 \leq u_i \leq 1$ . Sau đó với mỗi giá trị  $u_i$  ta có thể tạo giá trị  $z_i$  sử dụng biểu thức:

$$z_i = \Phi^{-1}(u_i) \quad (3)$$

trong đó  $\Phi^{-1}$  là hàm ngược của hàm phân phối tích lũy chuẩn tiêu chuẩn.

Giả sử rằng ta có biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn  $X$  với giá trị trung bình  $m_X$  và sai lệch chuẩn  $S_X$ . Quan hệ giữa  $X$  và hệ số biến phân tiêu chuẩn  $z$ :

$$X = m_X + zS_X \quad (4)$$

Trong trường hợp phân phối logarit chuẩn, để tạo giá trị mẫu  $x_i$ , đầu tiên ta tạo giá trị mẫu  $u_i$  của số ngẫu nhiên phân phối đều  $0 \leq u_i \leq 1$ . Sau đó giá trị mẫu  $z_i$  phân phối chuẩn tiêu chuẩn được tính theo công thức (3). Theo sự quan hệ giữa biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn và logarit chuẩn, ta thu được  $x_i$  theo biểu thức:

$$x_i = e^{(m_{\ln X} + z_i S_{\ln X})} \quad (5)$$

trong đó với  $v_X < 0,2$  ta có  $S_{\ln X}^2 = \ln(v_X^2 + 1) \approx v_X^2$  và  $m_{\ln X} = \ln m_X - \frac{1}{2} S_{\ln X}^2 \approx \ln m_X$  (6)

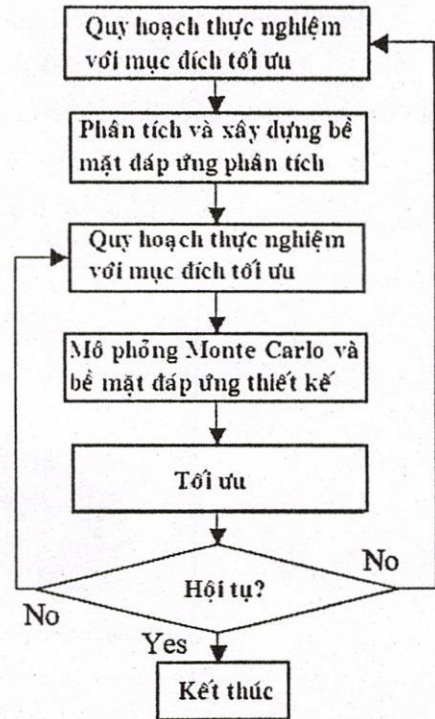
Khi đó phương trình (5) có thể được viết lại như sau:

$$x_i = m_X e^{z_i v_X} \quad (7)$$

### 3. PHƯƠNG PHÁP BỀ MẶT ĐÁP ỨNG

Trong nhiều ứng dụng kỹ thuật việc ước lượng hàm trạng thái giới hạn tốn nhiều thời gian và công sức. Khi đó ta có thể tạo mô hình thay thế để thay thế hàm trạng thái ban đầu. Quá trình thay thế này được thực hiện bằng phương pháp bề mặt đáp ứng. Xấp xỉ bề mặt đáp ứng khắc phục hai nhược điểm chính của mô phỏng Monte Carlo là thời gian mô phỏng và độ nhiễu.

Trong phương pháp bề mặt đáp ứng ta cần phải xác định dạng phương trình thay thế (đa thức bậc nhất, bậc hai, bậc ba, mũ, logarit, đường cong spline, đa thức Lagrange...). Hàm thay thế cần phải chính xác so với mô hình ban đầu và cần số thực nghiệm ít nhất. Khi đã thu được hàm thay thế thì ta sẽ sử dụng các phương pháp đã khảo sát như mô phỏng Monte Carlo, xấp xỉ chuỗi Taylor bậc nhất, xấp xỉ chuỗi Taylor bậc hai... để phân tích hoặc thiết kế theo độ tin cậy. Ngoài ra còn ứng dụng trong việc giải bài toán tối ưu trên cơ sở độ tin cậy (hình 2).

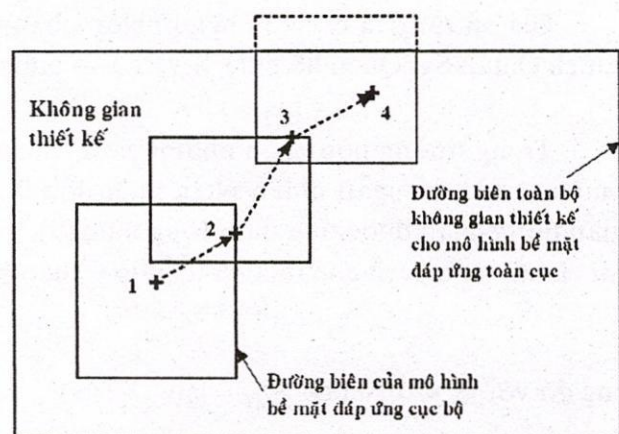


Hình 2

Phương pháp bề mặt đáp ứng gồm 3 dạng chính:

- Xấp xỉ bề mặt đáp ứng ngẫu nhiên, sử dụng để đánh giá độ tin cậy. Khi đó bề mặt đáp ứng là hàm trạng thái giới hạn là hàm số các biến ngẫu nhiên  $g = g(\mathbf{X})$ .
- Xấp xỉ bề mặt đáp ứng phân tích. Sử dụng cho thiết kế và đánh giá độ tin cậy. Ứng dụng trong trường hợp số biến lớn. Khi đó bề mặt đáp ứng là hàm trạng thái giới hạn là hàm số các biến ngẫu nhiên và thiết kế  $g = g(\mathbf{d}, \mathbf{X})$ .
- Xấp xỉ bề mặt đáp ứng thiết kế được sử dụng trong các bài toán tối ưu hoá trên cơ sở độ tin cậy. Khi đó bề mặt đáp ứng là hàm trạng thái giới hạn là hàm số các biến thiết kế  $g = g(\mathbf{d})$ .

Trong bài toán sử dụng bề mặt đáp ứng để thiết kế hoặc thiết kế tối ưu trên cơ sở độ tin cậy người ta chia ra: phương pháp bề mặt đáp ứng toàn cục cho toàn bộ không gian thiết kế và bề mặt đáp ứng cục bộ (hình 3).



Hình 3 Không gian thiết kế mô hình bề mặt đáp ứng

Phương trình hồi quy bậc hai có dạng:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \sum_{\substack{i < u \\ u, i=1}}^k b_{iu} x_i x_u \quad (8)$$

Các hệ số phương trình hồi qui (theo qui hoạch dạng B):

$$b_0 = \frac{a}{N} \sum_{j=1}^N y_j - \frac{b}{N} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^N x_{ij}^2 y_j; \quad b_i = \frac{1}{N \lambda_2} \sum_{j=1}^N x_{ij} y_j$$

$$b_{iu} = \frac{1}{N \lambda_3} \sum_{j=1}^N x_{iu} x_{uj} y_j; \quad b_{ii} = \frac{c}{N} \sum_{j=1}^N x_{ij}^2 y_j - \frac{d}{N} \sum_{i=1}^k x_{ij}^2 y_j - \frac{b}{N} \sum_{i=1}^k y_j$$

Các hệ số  $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, a, b, c, d$  được xác định theo các công thức sau:

$$\lambda_2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ij}^2; \quad \lambda_3 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{iu}^2 x_{ju}^2$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ij}^4; \quad a = \frac{k \lambda_2^2}{\lambda_4 - \lambda_3 + k \lambda_3 - k \lambda_2^2} + 1$$

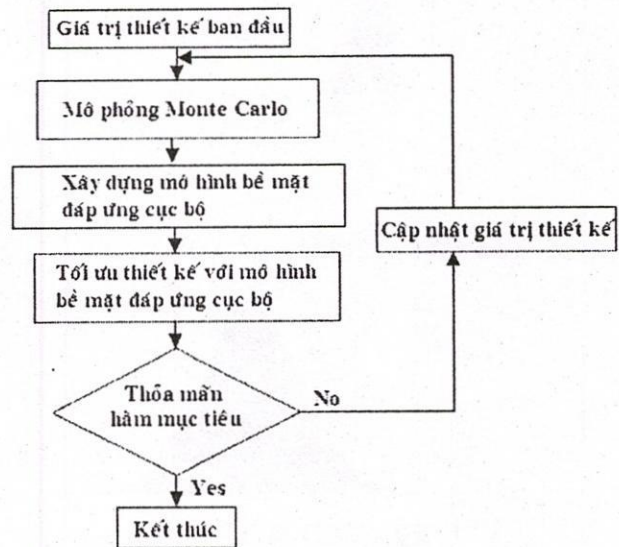
$$b = \frac{\lambda_2}{\lambda_4 - \lambda_3 + k \lambda_3 - k \lambda_2^2}; \quad c = \frac{1}{\lambda_4 - \lambda_3}$$

$$d = \frac{\lambda_3 - \lambda_2^2}{(\lambda_4 - \lambda_3)(\lambda_4 - \lambda_3 + k \lambda_3 - k \lambda_2^2)}$$

Trình tự tổng quát của phương pháp bề mặt đáp ứng:

1. Xác định biến thiết kế (biến đầu vào) và biến đáp ứng (đầu ra).
2. Xác định điều kiện giới hạn của các biến thiết kế.
3. Quy hoạch thực nghiệm, bao gồm: số thực nghiệm, các mức biến thiết kế, sự kết hợp các biến thiết kế và dạng bề mặt đáp ứng.
4. Tiến hành thực nghiệm để thu các biến đáp ứng tại điểm thiết kế xác định ở bước 3.
5. Xác định các hệ số chưa biết của mô hình bề mặt đáp ứng và thực hiện các phân tích khác, ví dụ phân tích độ nhạy.
6. Sử dụng mô hình bề mặt đáp ứng để phân tích độ tin cậy.

Khi ứng dụng mô hình bề mặt đáp ứng toàn cục cho bài toán thiết kế ta phải sử dụng phương trình hồi quy bậc cao, đòi hỏi mất nhiều thời gian mô phỏng tính toán và giải bài toán tối ưu. Đối với mô hình bề mặt đáp ứng cục bộ (hình 4) thì số mô phỏng ít hơn và có thể sử dụng phương trình hồi quy tuyến tính để đạt độ chính xác theo yêu cầu.

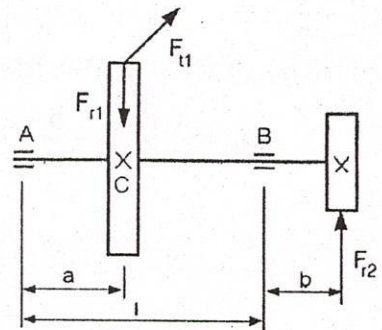


Hình 4 Giải thuật thiết kế theo mô hình bề mặt đáp ứng cục bộ

## 4. KẾT QUẢ THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH ĐỘ TIN CẬY CHI TIẾT MÁY

### 4.1 Phân tích độ tin cậy

Ứng dụng các phương pháp mô phỏng số để phân tích độ tin cậy chi tiết máy. Khảo sát trực tuyến động tại điểm C hình 5 [11]. Giá trị các đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo qui luật chuẩn với  $m_T = 181380$  mm,  $S_T = 18138$  Nmm,  $m_{F_{R2}} = 792$  N,  $S_{F_{R2}} = 79,2$  N,  $m_{F_{R1}} = 1180$  N,  $S_{F_{R1}} = 118$  N,  $m_{F_{t1}} = 3240$  N,  $S_{F_{t1}} = 324$  N,  $m_{\sigma_{lim}} = 111,078$  MPa,  $S_{\sigma_{lim}} = 14,871132$  MPa. Các đại lượng đơn định:  $a = 75$  mm,  $l = 150$  mm,  $b = 90$  mm,  $d = 32$  mm.



Hình 5

Hàm trạng thái giới hạn trực tại vị trí C:

$$g(X) = \sigma_{lim} - \sigma = \sigma_{lim} - \frac{1}{\pi \cdot 32^2} \sqrt{\left(\frac{F_{r1} \cdot 75 + F_{r2} \cdot 90}{2}\right)^2 + \left(\frac{F_{t1} \cdot 75}{2}\right)^2} + 0,75T^2$$

### Mô phỏng Monte Carlo (phân phối chuẩn)

Sử dụng mô phỏng Monte Carlo để tìm giá trị của giới hạn mỗi  $\sigma_{lim}$ , tải trọng  $F_{r1}$ ,  $F_{t1}$ ,  $F_{r2}$  và mômen xoắn T. Các số liệu thu được với các số thử nghiệm N khác nhau cho trong bảng 1. Kết quả mô phỏng với  $N = 100000$  minh hoạ bằng hình 6.

Bảng 1

Số thử nghiệm	N=10	N=100	N=1000	N=24900	N=100000
Xác suất không hỏng	1	1	0,997	0,9975904	0,99778

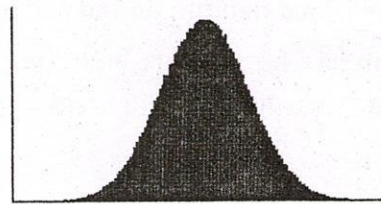
Tần suất xuất hiện



Ứng suất  $\sigma$

a)

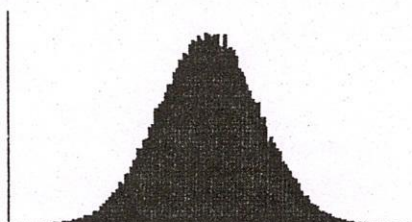
Tần suất xuất hiện



Giới hạn mỗi  $\sigma_{lim}$

b)

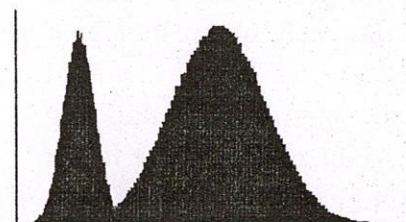
Tần suất xuất hiện



Hàm trạng thái giới hạn  $g(X)$

c)

Tần suất xuất hiện



$\sigma, \sigma_{lim}$

d)

Hình 6 Đồ thị mật độ phân phối thu được theo dữ liệu mô phỏng Monte Carlo

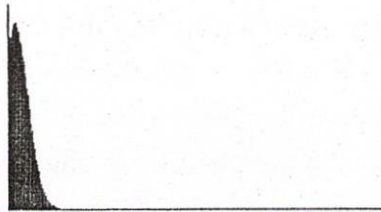
**Mô phỏng Monte Carlo (phân phối logarit chuẩn)**

Giải bài toán với tải trọng  $F_{r1}$ ,  $F_{t1}$ ,  $F_{r2}$  và mômen xoắn T là các đại lượng ngẫu nhiên độc lập phân phối theo qui luật logarit chuẩn. Các số liệu thu được cho trong bảng 2. Kết quả mô phỏng với  $N = 100000$  minh hoạ bằng hình 7.

**Bảng 2.** Kết quả tính theo phân phối logarit chuẩn  $F_{r1}$ ,  $F_{t1}$ ,  $F_{r2}$  và mômen xoắn T

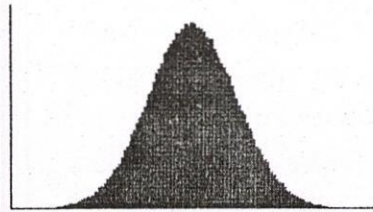
Số thử nghiệm N	10	100	1000	24900	100000
Xác suất không hỏng	1	1	0,995	0,9973494	0,99764

Tần suất xuất hiện



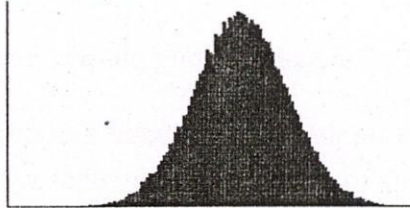
Ứng suất  $\sigma$   
a)

Tần suất xuất hiện



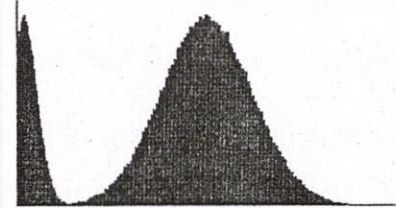
Giới hạn mỏi  $\sigma_{lim}$   
b)

Tần suất xuất hiện



Hàm trạng thái giới hạn  $g(X)$   
c)

Tần suất xuất hiện



$\sigma$ ,  $\sigma_{lim}$   
d)

**Hình 7** Đồ thị mật độ phân phối thu được theo dữ liệu mô phỏng Monte Carlo

**Phương pháp bề mặt đáp ứng**

Sau quá trình quy hoạch thực nghiệm ta thu được hàm trạng thái giới hạn:

- Mô hình tuyến tính:

$$g(X) = \sigma_{lim} - (1,91842461 + 0,00437940F_{r1} + 0,00524863F_{r2} + 0,00668394F_{t1} + 0,00019419T)$$

- Mô hình tuyến tính đầy đủ:

$$g(X) = \sigma_{lim} - (-15,708214 + 0,00660440F_{r1} + 0,00742521F_{r2} + 0,01113628F_{t1} + 0,00028405T + 0,00000208168F_{r1}F_{r2} - 0,00000046895F_{r1}F_{t1} - 0,00000001288F_{r1}T - 0,00000056081F_{r2}F_{t1} - 0,00000001540F_{r2}T - 0,00000001905F_{t1}T)$$

- Mô hình bậc hai:

$$g(X) = \sigma_{lim} - (-1,034085 + 0,005167F_{r1} + 0,006368F_{r2} + 0,006853F_{t1} + 0,000195T + 0,0000006075 F_{r1}^2 + 0,0000006654 F_{r2}^2 + 0,0000006522 F_{t1}^2 + 0,000000002T^2 + 0,0000020817F_{r1}F_{r2} - 0,0000004689F_{r1}F_{t1} - 0,0000000129F_{r1}T - 0,0000005608F_{r2}F_{t1} - 0,0000000154F_{r2}T - 0,0000000190F_{t1}T)$$

Sau khi thu được bề mặt đáp ứng, ta sử dụng mô phỏng Monte Carlo với 100000 mẫu để phân tích độ tin cậy ta với kết quả thu được như bảng 3.

**Bảng 3** Bảng kết quả đánh giá độ tin cậy giữa các phương pháp

Phương pháp thử	MCS phân phối chuẩn	MCS phân phối logarit chuẩn	Hồi quy bậc hai	Hồi quy tuyến tính đầy đủ	Hồi quy tuyến tính	Tìm điểm xác suất lớn nhất	Mômen thích hợp
Độ tin cậy R	0,99778	0,99764	0,99809	0,99698	0,99708	0,998074	0,997673

#### 4.2 Thiết kế bằng mô phỏng Monte Carlo và bề mặt đáp ứng

Trên cơ sở lý thuyết trình bày ta sử dụng bề mặt đáp ứng phân tích để tính toán thiết kế đường kính trục với ràng buộc độ tin cậy  $R = 0,999$ . Đây được xem như là bài toán tối ưu một biến là đường kính  $d$ . Giá trị  $d$  dự đoán trong khoảng 27...37 mm. Sử dụng các phương pháp thiết kế tối ưu cho hàm một biến: phương pháp bước nhảy và phương pháp chia đôi, sử dụng bề mặt đáp ứng toàn cục và cục bộ. Bề mặt đáp ứng toàn cục có dạng phương trình hồi quy bậc 2, bề mặt đáp ứng cục bộ có dạng phương trình hồi quy tuyến tính. Tính toán tiến hành với số bề mặt đáp ứng cục bộ là  $n = 10, 30$  và  $100$ , sử dụng MCS để đánh giá độ tin cậy trong quá trình xác định biến thiết kế theo sơ đồ hình 4. Kết quả tính toán trình bày trong bảng 4.

**Bảng 4.** Giá trị đường kính  $d$  thu được theo các phương pháp khác nhau

Mômen thích hợp	Phương pháp bước nhảy	Phương pháp chia đôi	Sử dụng bề mặt đáp ứng toàn cục bậc hai và MCS	Sử dụng bề mặt đáp ứng cục bộ bậc nhất và MCS		
				$n = 10$	$n = 30$	$n = 100$
32,52	32,6	32,585938	32,620117	32,796875	32,791667	32,775

Các kết quả thu được không có sự sai lệch đáng kể. Theo tiêu chuẩn ta chọn đoạn trục này có đường kính  $d = 32$  mm hoặc  $34$  mm [11]. Nếu  $d = 32$  mm thì kết quả phân tích độ tin cậy trình bày mục 4.1, nếu  $d = 34$  mm thì ta tiến hành phân tích tương tự. Do đó với sự trợ giúp máy tính ta hoàn toàn có thể sử dụng phương pháp mô phỏng Monte Carlo và bề mặt đáp ứng để thiết kế chi tiết máy.

### 5. KẾT LUẬN

Ta có thể sử dụng các phương pháp mô phỏng số để đánh giá độ tin cậy kết cấu máy và chi tiết máy, tuy nhiên để đạt độ chính xác mong muốn thì các phương pháp trên đòi hỏi khối lượng tính toán lớn. Do đó chỉ thích hợp ứng dụng khi lập các phần mềm tính toán trên máy tính. Đối với các mô hình tính phức tạp ta có thể sử dụng phương pháp bề mặt đáp ứng để thay thế chúng bằng các phương trình hồi quy bậc nhất hoặc bậc hai, từ đó sử dụng các phương pháp xấp xỉ hoặc mô phỏng Monte Carlo để dễ dàng phân tích hoặc thiết kế theo độ tin cậy. Trên cơ sở này chúng tôi xây dựng phương pháp giải bài toán tối ưu nhiều biến trên cơ sở độ tin cậy sử dụng phương pháp mô phỏng Monte Carlo và bề mặt đáp ứng.

## RELIABILITY-BASED ANALYSIS AND DESIGN OF MACHINE ELEMENTS USING MONTE CARLO SIMULATION AND RESPONSE SURFACE METHODS

Nguyen Huu Loc

Faculty of Mechanical Engineering, University of Technology, VNU-HCM

**ABSTRACT:** *In the desing of machine elements for mass production, every produced item is different from each other. The uncertainties or changes in load, materials and manufacturing quality cause these differences. Thi paper introduces the application of Monte Carlo simulation and response surface methods in reliability based design and analysis of machine elements. The result of calculation and comparison have been carried out in the established comptuter program called Mocsim.*

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Amago T, *Response Surface Methodology and Its Application to Automotive Suspension Designs*, Toyota Central R&D Labs, 2000.
- [2]. Bin Su, *Reliability-Based Optimization of Anisotropic Cylinders with Response Surface Approximation of Axial Buckling Load*, Master Thesis. Mississippi State University, 2001.
- [3]. Browse J, *Probabilistic design*, Swinburne University of Technology, Australia, 2001.
- [4]. Choi K. K., Youn B.D, *The Probabilistic Approaches for Reliability-Based Design Optimization*, University of Iowa, 2002.
- [5]. Du X, *Probabilistic Engineering Design*, University of Missouri, 2004.
- [6]. Du X., Chen W, *A most probable point-based method for efficient uncertainty analysis*, page 47-66, Design Manufacturing 4-2001.
- [7]. Goldman L., Campbell C, *Crystal ball and design for six sigma*, Proceedings of 2004 Winter Simulation Conference, USA, 2004.
- [8]. Harish Agarwal, *Reliability-Based Optimization: Formulations and Methodologies*. Doctoral thesis, University of Notre Dam, 2004.
- [9]. Hou G. J.-H, *A most probable point-based method for reliability analysis, sensitivity analysis and design optimization*, NASA/CR-2004-213002, 2004.
- [10]. Kaymaz Irfan, McMahan Chris, Meng Xianyi, *Reliability-Based Structural Optimization Using The Response Surface Method and Monte Carlo Simulation*, 8<sup>th</sup> International Machine design and Production Conference, Ankara, 1998.
- [11]. Nguyễn Hữu Lộc, *Cơ sở thiết kế máy*, NXB ĐH Quốc gia TP Hồ Chí Minh, 2004.
- [12]. Nguyễn Hữu Lộc, *Phân tích và thiết kế chi tiết máy bằng phương pháp tìm điểm xác suất lớn nhất và mômen thích hợp*, Kỷ yếu HNKH trường ĐHBK TP Hồ Chí Minh lần 9, 2005.
- [13]. Nguyễn Hữu Lộc, *Thiết kế và phân tích hệ thống cơ khí theo độ tin cậy*, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, 2005.



- [14]. Nowak A.S., Collins K. K, *Reliability of structure*, Mc Grill Hill, 2000.
- [15]. Padmanabhan D, Agarwal H., Renaud J. E., Batill S. M, *Monte Carlo Simulation in Reliability-Based Optimization Using Approximation Concepts*, Proceedings of the Fourth International Symposium on Uncertainty Modeling and Analysis, 2003.
- [16]. Qu X, *Reliability – based structural optimization using response surface approximations and probabilistic sufficiency factor*, Doctoral Thesis, University of Florida, 2004.
- [17]. Qu X., Haftka R. T, *Reliability-Based Design Optimization Using Response Surface Approximations*, 2002.
- [18]. Rao S. S., Tjandra Muljadra, *Reliability- based design of automotive transmission systems*, Reliability Engineering and System Safety. 1994, pp. 159 – 169.
- [19]. Ключев В.В. и др, *Надежности машин* (Машиностроение - Энциклопедия). Москва, Машиностроение, 2001.
- [20]. Решетов Д.Н., Иванов А.С., Фадеев В.З, *Надежности машин*. Москва, Машиностроение, 1988.