

CHÍNH XÁC HOÁ HÀM PHÂN BỐ ELECTRON THEO NĂNG LƯỢNG VÀ CÁC ĐẶC TRƯNG ĐIỆN ĐỘNG TRONG PLASMA PHÓNG ĐIỆN KHÍ CỦA HỖN HỢP THUỶ NGÂN VÀ KHÍ HIẾM KHI ÁP SUẤT NÂNG CAO BẰNG PHẦN MỀM MATLAB

Trần Thị Thu Nhi, Lê Văn Hiếu

Trường Đại học Khoa học Tự nhiên – ĐHQG-HCM

(Bài nhận ngày 15 tháng 10 năm 2003)

TÓM TẮT: Việc xác định hàm phân bố electron theo năng lượng có ý nghĩa rất quan trọng trong việc tính toán các đặc trưng điện động của plasma phóng điện khí. Qua đó có thể tối ưu hoá các điều kiện làm việc của nguồn sáng phóng điện khí. Tuy nhiên việc tính toán hàm phân bố khi đo được áp suất nâng cao thông qua đạo hàm bậc hai của dòng đầu dò rất phức tạp. Khi tính toán đến sự khuếch tán của electron đến đầu dò cần phải giải phương trình tích phân Voltera loại 2. Trong bài báo này chúng tôi tính toán hàm phân bố electron theo năng lượng trong plasma phóng điện khí của hỗn hợp Hg và Ar bằng cách tuyến tính hoá phương trình phi tuyến này và chính xác hoá phép tính hàm phân bố, bằng cách tính các hệ số khai triển bậc cao hơn. Từ việc tìm được chính xác hàm phân bố, chúng tôi cũng đã tính được các đặc trưng điện động của plasma của nguồn sáng phóng điện khí của hỗn hợp Hg + Ar trong các điều kiện đo khác nhau khi áp suất nâng cao.

Mở đầu:

Việc nghiên cứu các đại lượng điện động của plasma của nguồn sáng đèn huỳnh quang phóng điện khí trong hỗn hợp (Hg + khí hiếm) được thực hiện nhờ phương pháp đầu dò Langmuir, bằng cách đo đạo hàm bậc hai của dòng đầu dò theo điện thế đầu dò và sử dụng công thức tính toán của Druyvestein [4]. Tuy nhiên theo khuynh hướng compact hoá các loại nguồn sáng này cần phải nâng cao áp suất khí hiếm ($P_{kh} > 3\text{Torr}$) với mục đích làm suy giảm bức xạ có hại cho lớp bột huỳnh quang. Trong trường hợp này cần tính toán đến sự khuếch tán của electron đến đầu dò và việc đo đạo hàm phân bố electron theo năng lượng thông qua việc giải phương trình Voltera loại 2.

1. Lời giải bài toán phương trình tích phân của hàm phân bố:

Để tìm hàm phân bố electron theo năng lượng nhờ số liệu thực nghiệm về đạo hàm bậc hai của đầu dò, ta cần phải giải phương trình: [4]

$$\frac{3m^2\gamma_0}{8\pi e} \frac{d^2 j_e(eV)}{d(eV)^2} = f(eV) + \int_{eV}^{\infty} \frac{d^2 K(\varepsilon, eV)}{d(eV)^2} f(\varepsilon) d(\varepsilon) \quad (1.1)$$

$$\frac{d^2 K(\varepsilon, eV)}{d(eV)^2} = \frac{2\psi(\varepsilon)/\varepsilon}{\left[1 + \psi(\varepsilon)\left(1 - \frac{eV}{\varepsilon}\right)\right]^3} \quad (1.2)$$

Sự phụ thuộc theo năng lượng của hàm $\psi(\varepsilon)$ theo năng lượng tùy thuộc sự phụ thuộc của quãng đường tự do của electron $\lambda(\varepsilon)$ theo năng lượng của electron ε .

hàm phân bố $f(eV)$ có dạng như sau theo [4]:

$$f(eV) = \frac{j''_e}{C} \frac{P'(eV)}{P'(eV) - 2g} \tag{1.3}$$

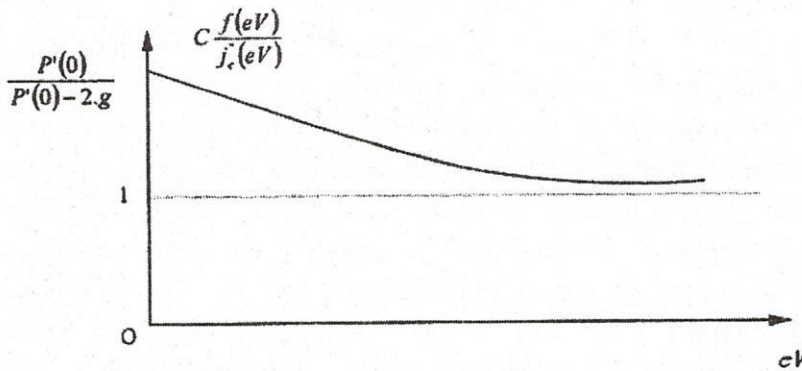
Khi giảm áp suất (trường hợp đầu dò Langmuir hình trụ) thì $g \rightarrow 0$, hệ thức (1.3) trở thành dạng Druyvestein , khi đó hàm phân bố electron theo năng lượng sẽ tỷ lệ với đạo hàm bậc hai dòng đầu dò :

$$f(eV) = \frac{j''_e(eV)}{C}$$

Theo hình 1 cho thấy sự phụ thuộc của $C \frac{f(eV)}{j''_e(eV)}$ theo eV

($P'(eV) \rightarrow 0$ khi $eV \rightarrow \infty$). Như đã thấy, khi $g \neq 0$, đặc trưng khuếch tán của chuyển động electron đến đầu dò ảnh hưởng nhiều đến electron chậm.

Ngược lại, khi $eV \rightarrow \infty$ thì $f(eV) \rightarrow j''_e(eV)/C$



Hình 1 : Sự phụ thuộc của $C.f(eV)/j''_e(eV)$ theo eV

Đa thức $P(\epsilon)$ được xác định từ kết quả thực nghiệm của việc đo đạo hàm bậc hai dòng đầu dò. Ở đây chúng tôi sử dụng phương pháp gần đúng để xác định $P(\epsilon)$.

Thực vậy, từ công trình [1] của chúng tôi thì $j''_e(eV)$ sẽ có dạng:

$$j''_e(eV) = C\varphi(eV) \exp[-P(eV)] \left[1 - \frac{P'(eV)}{2g} \right] \tag{1.4}$$

$$P(eV) = \sum_{n=0}^N A_n \left(\frac{eV}{kT_e} \right)^n ; P'(eV) = \sum_{n=0}^N \frac{n}{kT_e} A_n \left(\frac{eV}{kT_e} \right)^{n-1} \tag{1.5}$$

Việc xác định các hệ số A_n của đa thức $P(\epsilon)$ và từ (1.3) cho phép xác định được hàm phân bố electron theo năng lượng.

2. Tuyến tính hoá phương trình phi tuyến (9):

Để tìm các hệ số A_n chúng tôi đề nghị phương pháp tuyến tính hoá phương trình phi tuyến (1.1) như sau:

Đặt $\frac{q'(x)}{q(x)} = g(x) \tag{2.1}$

Xét hàm $\psi = q(x)e^{P(x)} \rightarrow \psi'(x) = q'(x) + q(x)P'(x)e^{P(x)}$
 $= q'(x)e^{P(x)} \left[1 + \frac{q(x)}{q'(x)} P'(x) \right]$
 $= q'(x)e^{P(x)} \left[1 + \frac{P'(x)}{g(x)} \right]$
 $= q'(x)j''(x)$

Do đó ta có:

$$\rightarrow [g(x)e^{P(x)}]' = q'(x)j''(x) \quad (2.2)$$

* Giải (2.1):

Để thuận tiện, (2.1) viết lại dưới dạng:

$$\frac{q'(t)}{q(t)} = g(t) \quad (2.3)$$

Tích phân hai vế (2.3) trong khoảng $[x_0, x]$, ta có:

$$\int_{x_0}^x \frac{q'(t)}{q(t)} = \int_{x_0}^x g(t) dt$$

$$\text{hay } [\ln q(t)]_{x_0}^x = \int_{x_0}^x g(t) dt$$

$$\text{Do đó } \ln \frac{q(x)}{q(x_0)} = \int_{x_0}^x g(t) dt$$

$$\text{Và } q(x) = q(x_0)e^{\int_{x_0}^x g(t) dt} \quad (2.4)$$

* Giải (2.2):

Tương tự như ở công thức (2.1), ta có:

$$q(x)e^{P(x)} - q(x_0)e^{P(x_0)} = \int_{x_0}^x q'(t)j''(t) dt \quad (2.5)$$

Từ (2.2) suy ra:

$$P(x) = \ln \frac{q(x_0)e^{P(x_0)} + \int_{x_0}^x q'(t)j''(t) dt}{q(x)} \quad (2.6)$$

Trong phương trình (2.4) : $f(x)$ sẽ không đổi nếu ta thay đổi $q(x) = q(x)c$ ($c = \text{const}$). Từ phương trình (2.3) chính tôi tìm được $q(x)$ được xác định bởi $q(x_0)$. Giải bằng phương pháp số cho phương trình (2.3) và (2.4), chọn giá trị đầu tiên $q(x_0) = 1$, đặt $e^{f(x_0)} = s$, ta có:

$$q(x) = e^{\int_{x_0}^x g(t) dt} \quad (2.7)$$

$$P(x) = \ln \frac{e^{P(x_0)} + \int_{x_0}^x q'(t)j''(t) dt}{q(x)} \quad (2.8)$$

Giá trị $g(x)$ có thể thu được từ thực nghiệm, $q(x)$ có thể tính được bởi công thức (2.7) bằng phương pháp gần đúng. Chúng ta có thể xác định $q(x)$ từ công thức:

$$q'(x) = q(x)g(x)$$

Giả sử $e^{f(x_0)} = s$, (2.8) trở thành:

$$P(x) = \ln \frac{s + \int_{x_0}^x q'(t)j''(t) dt}{q(x)} \quad (2.9)$$

Khai triển $f(x)$ dưới dạng gần đúng như sau:

$$f(x) = A_0 + A_1x + A_2x^2 + \dots + A_nx^n$$

$$\text{đặt } B_i(s) = \ln \frac{s + \int_{x_0}^x q'(t)y(t)dt}{q(x_i)}$$

việc tìm các số hạng $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$ cho bởi hệ phương trình:

$$\begin{cases} A_0 + A_1x_1 + A_2x_1^2 + \dots + A_nx_1^n = B_1(s) \\ A_0 + A_1x_2 + A_2x_2^2 + \dots + A_nx_2^n = B_2(s) \\ \vdots \\ A_0 + A_1x_n + A_2x_n^2 + \dots + A_nx_n^n = B_n(s) \end{cases} \quad (2.9)$$

Giải hệ (2.9) chúng tôi tìm được các giá trị A_n nhờ lập trình tính toán bằng phần mềm Matlab 6.0

3. Thực nghiệm:

Trong bài báo này chúng tôi tính toán hàm phân bố electron theo năng lượng trong plasma phóng điện khí của hỗn hợp Hg và Ar trong điều kiện đo như sau:

- a. Áp suất khí Ar $P_{Ar} = 15$ torr
- b. Bán kính ống phóng $R = 0.5$ cm
- c. Cường độ dòng phóng $I = 130$ mA
- d. Nhiệt độ hơi thủy ngân $T = 42^0$ C

Kết quả đo đạo hàm bậc hai của dòng đầu dò theo điện thế đầu dò V được sử dụng là số liệu đo được tại PTN Vật lý Plasma, Đại học Tổng hợp Saint-Petersburg, CHLB Nga.

Số liệu được cho ở bảng 1:

V(V)	0.00	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00	5.50	6.00	6.50	7.00	7.50	8.00
I''(mA)	44.00	39.70	35.20	31.10	26.50	22.30	17.70	13.30	8.80	5.60	3.10	1.55	0.71	0.39	0.19	0.13	0.06

Bảng 1

Khai triển đa thức $P(eV)$ ở bậc 4 có dạng:

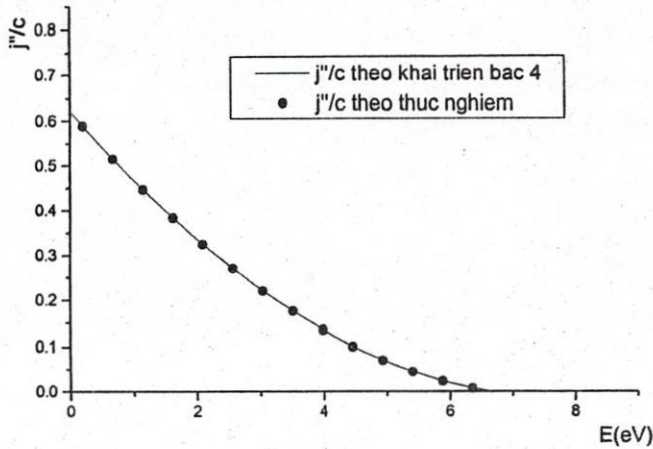
$$P(eV) = A_0 + A_1 \left(\frac{eV}{kT_e} \right) + A_2 \left(\frac{eV}{kT_e} \right)^2 + A_3 \left(\frac{eV}{kT_e} \right)^3 + A_4 \left(\frac{eV}{kT_e} \right)^4$$

Việc tính toán được lập trình bằng ngôn ngữ Matlab version 6.0 cho phép xác định các hệ số khai triển như sau:

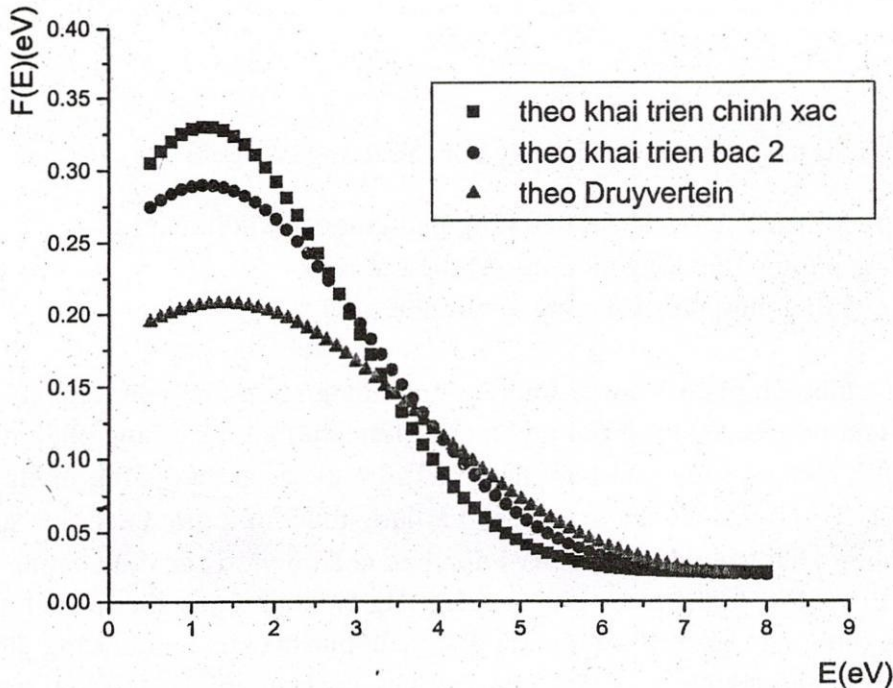
Các hệ số khai triển A_n của bậc 4 được tính toán cho kết quả như sau:
 $A_0 = 31.8022$; $A_1 = 4298.9862$; $A_2 = -18009.1394$; $A_3 = 5841326.8723$;
 $A_4 = 714225032.1951$

Trên đồ thị hình 2 là đường cong biểu diễn j''/c theo năng lượng

Kết quả thu nhận được khi xét đến hệ số khai triển bậc 4 của đa thức $P(\epsilon)$ cho thấy có sự phù hợp rất tốt với đường cong thực nghiệm (hệ số khai triển bậc 5 gần bằng không)
 Từ các phương pháp tính trên chúng tôi xây dựng được hàm phân bố một cách chính xác như hình 3. Trên hình 3 là đồ thị biểu diễn hàm phân bố elctron theo năng lượng được tính toán với các phương pháp khác nhau.



Hình 2 : Sự phụ thuộc của j''/c vào năng lượng điện tử (eV) tính theo các hệ số khai triển đến bậc 4



Hình 3 : Hàm phân bố electron theo năng lượng

So sánh dạng hàm phân bố theo các tính toán khác nhau:

- Theo khai triển chính xác với thuật toán của phương pháp tính của chúng tôi
- Theo khai triển gần đúng bậc 2 của công trình [4]

Theo công thức thực nghiệm của công trình Druyvertein

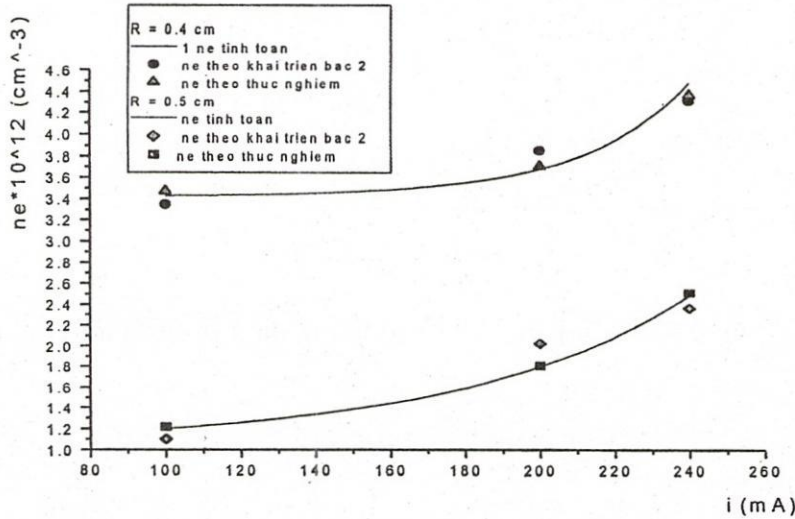
Kết quả cho sự khác biệt sự khác biệt của hàm phân bố khi tính toán sự khuếch tán của electron đến đầu dò trong trường hợp áp suất nâng cao với hàm phân bố tính theo Druyvestein.

4. Tính toán đặc trưng điện động của plasma phóng điện khí: nồng độ điện tử:

Từ việc tìm ra được hàm phân bố, việc xác định nồng độ điện tử sẽ được cho như sau:

$$n_e = \int f(eV)deV \tag{4.1}$$

Từ công thức (4.1) việc xác định n_e sẽ trở thành lấy tích phân của hàm phân bố bằng cách sử dụng phương pháp tích phân số. Trong bài báo này chúng tôi chọn phương pháp tính tích phân bằng quy tắc 1/3 Simpson vì độ chính xác của phương pháp này rất cao. Khi thay đổi các điều kiện đo, nồng độ điện tử thay đổi như sau:



Hình 3: Sự thay đổi của n_e khi thay đổi các thông số ngoài

Từ đồ thị 3 chúng tôi có nhận xét nồng độ điện tử tăng giảm theo quy luật như sau:

- khi cường độ dòng phóng điện tăng thì nồng độ điện tử tăng
- khi bán kính ống phóng điện tăng thì nồng độ điện tử tăng

5. Kết luận:

Bằng việc giải phương trình tích phân Voltera loại 2 như phương pháp được đề nghị (2) kết hợp với việc tính toán hoá hệ phương trình phi tuyến cho phép chúng tôi sử dụng phần mềm Matlab 6.0 để xây dựng chương trình tính toán hàm phân bố electron theo năng lượng khi áp suất lên cao (đến 30 Torr) với độ chính xác cao và được thực hiện một cách đơn giản. Về mặt tính toán cho phép khai triển đa thức $P(eV)$ đến bậc n . Nhờ việc xác định chính xác hàm phân bố electron theo năng lượng trong phóng điện (Hg và khí hiếm) khi áp suất nâng cao sẽ chính xác việc nghiên cứu các đặc trưng điện động của plasma của nguồn sáng phóng điện khí của đèn huỳnh quang compact, nhằm phục vụ cho công nghệ chế tạo loại nguồn sáng này.

DETERMINING EXACTLY THE ENERGY DISTRIBUTION FUNCTION AND THE ELECTRODYNAMIC CHARACTERISTICS OF ELECTRONS IN GASES DISCHARGE OF (HG + INERT GAS) MIXTURE AT HIGH PRESSURE BY MATLAB SOFTWARE

Tran Thi Thu Nhi, Le Van Hieu

ABSTRACT: Determination of the energy distribution of electron is very important for calculating the electrodynamic characteristics of the gas discharge plasma. Then, the optimum conditions of luminescent sources are obtained. The energy distribution of electron deduced

from experiment is complicated because the diffusion coefficient is not easily measured. In this paper we have changed the integrals equation Voltera type II to system of linear equations, and then have obtained a more exact form of determination of the energy distribution of electron by drawing the high – order expansion coefficients by using Matlab software version 6.0 and results is compared with experiment data.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Computational Physics – Steven E. Koonin – Dawn C.Meredith
- [2] Chính Xác Hoá Hàm Phân Bố Electron Theo Năng Lượng Trong Plasma Phóng Điện Khí Của Hỗn Hợp Thuỷ Ngân Và Khí Hiếm Khí Áp Suất Nâng Cao Bằng Phần Mềm Matlab – Hội nghị Quang phổ toàn quốc lần III, Nha Trang – 8 - 2002
- [3] Determining Exactly The Energy Distribution Function And The Electrodynamic Characteritics Of Electrons Ingases Discharge Of (Hg + Inert Gas) Mixture Discharge At High Pressure By Matlab Software – Tran Thi Thu Nhi – Le Van Hieu Tran Tuan – International Workshop on Rebiality and its applications at Hanyang University of Seoul, Korea, December 3 – 5, 2003
- [4] Luận án tiến sĩ vật lý – Lê Văn Hiếu - Đại học Tổng hợp Saint-Petersburg , CHLB Nga