

PHÂN TÍCH VÙNG ĐÉO VÀ PHI TUYẾN HÌNH HỌC CHO KHUNG THÉP PHẪNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

Ngô Hữu Cường, Chu Quốc Thắng

Trường Đại học Bách Khoa – Đại học Quốc gia Tp. Hồ Chí Minh

(Bài nhận ngày 24 tháng 7 năm 2003)

TÓM TẮT: Bài báo này trình bày một phương pháp phân tích chuyển vị lớn cho khung thép phẳng có kể đến ảnh hưởng của ứng xử đàn dẻo vật liệu và độ cứng liên kết dầm-cột. Một phần tử hữu hạn được thiết lập để mô phỏng sự lan truyền dẻo qua mặt cắt ngang và dọc theo chiều dài cấu kiện thay vì giả thuyết khớp dẻo rời rạc thường dùng. Phần tử này cũng có khả năng kể đến ứng suất dư, độ sai lệch hình học ban đầu và sự dịch chuyển của lõi dầm hồi trong quá trình chảy dẻo. Mô hình tứ tuyến Foley được dùng để biểu diễn quan hệ mô men – góc xoay phi tuyến của liên kết nửa cứng. Thuật toán lặp gia tăng Euler đơn giản và kỹ thuật điều chỉnh công được áp dụng để giải hệ phương trình phi tuyến. Kết quả của một số thí dụ minh họa nhận được từ chương trình máy tính viết bằng ngôn ngữ lập trình C++ minh họa tính đúng đắn của phương pháp đề xuất.

1. Giới thiệu

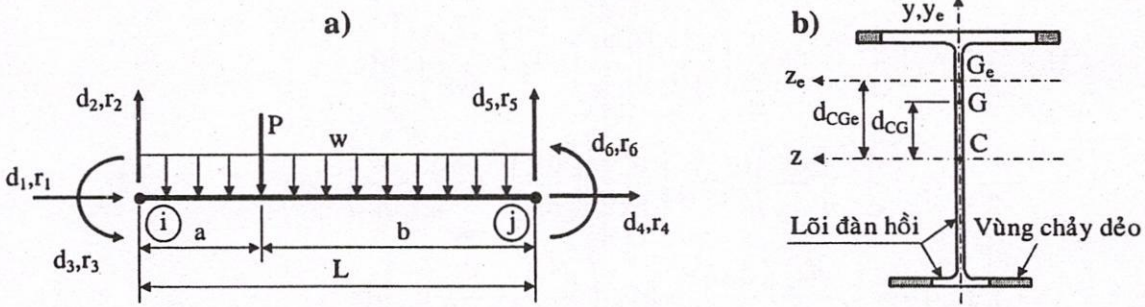
Có nhiều phương pháp khác nhau dựa trên hai phương pháp chủ yếu thường được dùng để phân tích đàn dẻo cho kết cấu khung thép là phương pháp khớp dẻo và phương pháp vùng dẻo. Sự khác biệt cơ bản giữa chúng là cách mô phỏng sự chảy dẻo của phần tử. Trong đó phương pháp khớp dẻo là phương pháp dễ sử dụng và thông dụng nhất.

Phương pháp khớp dẻo giả thuyết các khớp dẻo hình thành tại một số điểm rời rạc trên cấu kiện một khi sự chảy dẻo của mặt cắt ngang được tìm thấy và xem cấu kiện vẫn còn đàn hồi giữa các khớp dẻo [1], [10], [11]. Tuy nhiên, cách mô phỏng này không phản ánh đúng sự làm việc thực tế của kết cấu và thường cho kết quả không chính xác.

Phương pháp vùng dẻo chia mặt cắt ngang phần tử thành nhiều thớ để mô phỏng sự chảy dẻo qua mặt cắt ngang, trong khi đó nhiều phần tử hữu hạn được chia theo chiều dài cấu kiện khung để giả lập sự chảy dẻo dọc theo chiều dài. Phương pháp này là cách chính xác nhất để tiên đoán cường độ của khung và thường được chọn để kiểm tra các phương pháp khác. Tuy nhiên, trước đây nó vẫn được xem như một phương pháp không thực tế do gặp phải những khó khăn về tốc độ tính toán và bộ nhớ lưu trữ cần thiết của máy tính. Với sự phát triển nhanh của công nghệ phần cứng máy tính, các máy vi tính thông thường hiện nay cũng cho phép vượt qua những trở ngại đó một cách dễ dàng. Do đó, phương pháp vùng dẻo cần được quan tâm đến nhiều hơn để khai thác khả năng tiên đoán chính xác ứng xử đàn dẻo của kết cấu. Vì vậy, mục tiêu chủ yếu của bài báo này là trình bày một phương pháp hiệu quả để phân tích bài toán đàn dẻo chuyển vị lớn cho khung thép phẳng theo phương pháp vùng dẻo và có kể đến ứng xử mô men-góc xoay phi tuyến của liên kết dầm-cột mà Ziemian (1990) và Clarke (1994) [4] chưa kể đến trước đây. Các kết quả đạt được tỏ ra chính xác hơn những gì Foley đã trình bày ở [6], [7], [8] và [9] khi phân tích cùng một bài toán và có thể áp dụng để phân tích khung có cột chịu uốn theo trục phụ mà Foley chưa giải quyết xong.

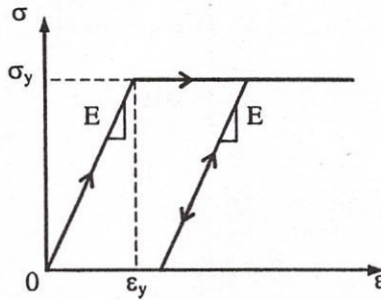
2. Mô hình phần tử hữu hạn

Xét một phần tử hữu hạn dầm-cột điển hình chiều dài L chịu tải trọng như Hình 1.a, d_1 và r_1 lần lượt là chuyển vị và lực nút phần tử. Vật liệu giả thuyết là đàn – dẻo tuyệt đối với quan hệ ứng suất – biến dạng biểu diễn ở Hình 2.



Hình 1. Mô hình phần tử hữu hạn

a) Phần tử hữu hạn điển hình; b) Sự chảy dẻo từng phần của mặt cắt ngang



Hình 2. Quan hệ ứng suất – biến dạng đàn – dẻo tuyến tính

Năng lượng biến dạng của phần tử là:

$$U = \int_V \int_{\epsilon} \sigma d\epsilon dV$$

trong đó ϵ , σ và V là biến dạng, ứng suất chính và thể tích phần tử. Biến đổi, ta được:

$$U = \int_{V_e} \int_{\epsilon} \sigma d\epsilon dV_e + \int_{V_p} \left\{ \int_0^{\epsilon_y} \sigma d\epsilon + \int_{\epsilon_y}^{\epsilon} \sigma_y d\epsilon \right\} dV_p$$

trong đó V_e và V_p lần lượt là phần thể tích phần tử vẫn còn đàn hồi và đã chảy dẻo, ϵ_y và σ_y tương ứng là biến dạng dẻo và ứng suất dẻo của vật liệu.

Sử dụng Định luật Hooke cho ứng xử đàn hồi và biến đổi, ta được:

$$U = \frac{E}{2} \int_{V_e} \epsilon^2 dV_e + \sigma_y \int_{V_p} \epsilon dV_p - \frac{1}{2} \sigma_y \epsilon_y \int_{V_p} dV_p$$

$$U = \frac{E}{2} \int_L \int_{A_e} \epsilon^2 dA_e dx + \sigma_y \int_L \int_{A_p} \epsilon dA_p dx - \frac{1}{2} \sigma_y \epsilon_y \int_0^L \int_{A_p} dA_p dx \quad (2.1)$$

trong đó A_e là diện tích phần đàn hồi và A_p là diện tích của phần dẻo của mặt cắt ngang.

Dùng ten xơ biến dạng Green trong hệ tọa độ Lagrange x, y, z tương ứng với giả thuyết bỏ qua lực cắt ngang, biến dạng chính có thể viết lại như sau:

$$\epsilon = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 - y \frac{d^2v}{dx^2} \quad (2.2)$$

Thay phương trình (2.2) vào (2.1) và biến đổi, ta được:

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{E}{2} \int_0^L \left[A_e \left(\frac{du}{dx} \right)^2 - 2S_{ze} \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) \left(\frac{du}{dx} \right) + I_{ze} \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 \right] dx \\
 & + \frac{E}{2} \int_0^L \left[A_e \left(\frac{du}{dx} \right) \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 - S_{ze} \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \frac{A_e}{4} \left(\frac{dv}{dx} \right)^4 \right] dx \quad (2.3) \\
 & + \int_0^L \left[P_{A_p} \left(\frac{du}{dx} \right) + \frac{P_{A_p}}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 - M_{A_p} \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) - \frac{P_{A_p}}{2} \varepsilon_y \right] dx
 \end{aligned}$$

trong đó:

$$\begin{aligned}
 A_e &= \int_{A_e} dA_e & S_{ze} &= \int_{A_e} y dA_e = A_e d_{CG_e} & I_{ze} &= \int_{A_e} y^2 dA_e \\
 A_p &= \int_{A_p} dA_p & P_{A_p} &= \int_{A_p} \sigma_y dA_p & M_{A_p} &= \int_{A_p} \sigma_y y dA_p
 \end{aligned}$$

Thế năng của các lực tác dụng lên phần tử:

$$V = - \int_0^L w(x)v(x)dx - Pv(P) - \{r\}^T \{d\} \quad (2.4)$$

trong đó v(P) là chuyển vị được tính tại vị trí của lực tập trung P. Thế năng toàn phần:

$$\Pi = U + V \quad (2.5)$$

Chuyển vị xấp xỉ theo chiều dài phần tử:

$$\begin{aligned}
 u(x) &\approx \{d_1 \ d_4\}^T \{N\}_D \\
 v(x) &\approx \{d_2 \ d_3 \ d_5 \ d_6\}^T \{N\}_U
 \end{aligned} \quad (2.6)$$

với $\{N\}_D$ và $\{N\}_U$ lần lượt là các hàm dạng tuyến tính và bậc ba Hermit thường dùng:

$$\{N\}_D = \left[1 - \frac{x}{L} \quad \frac{x}{L} \right] \quad \{N\}_U = \left[1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \quad x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \quad \frac{x^3}{L^2} - \frac{x^2}{L} \right]$$

Thay (2.6) vào (2.5) và áp dụng nguyên lý thế năng toàn phần dừng $\partial \Pi / \partial d_i = 0$, với $i = 1, 2, \dots, 6$, ta được:

$$\{r\} = [K]\{d\} - \{FEA\} + \{r_p\} \quad (2.7)$$

trong đó $\{FEA\}$ là véc tơ của các lực đầu mút phần tử, $\{r\}$ là véc tơ lực nút phần tử, $\{r_p\}$ là véc tơ tải trọng nút được chịu bởi phần chảy dẻo của mặt cắt ngang phần tử và $[K]$ là ma trận độ cứng phần tử.

$$[K] = [K_0] + \frac{EA_e}{2} [K_1] + \frac{EA_e}{3} [K_2] + [K_3] \quad (2.8)$$

Áp dụng công thức $K_T(i, j) = \partial r_i / \partial d_j$ ta được ma trận độ cứng tiếp tuyến:

$$[K_T] = [K_0] + EA_e [K_1] + EA_e [K_2] + [K_3] \quad (2.9)$$

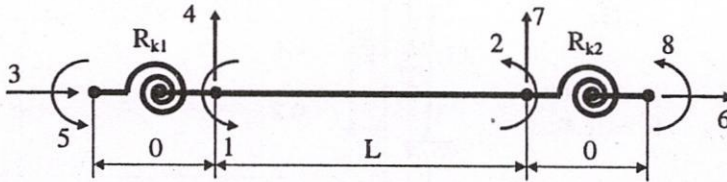
trong đó $[K_0]$, $[K_1]$ và $[K_2]$, $[K_3]$ lần lượt là các ma trận độ cứng tuyến tính, phi tuyến hình học và phi tuyến vật liệu.

Giả thuyết bỏ qua biến dạng dọc trục và cắt của liên kết nửa cứng, ta mô phỏng chúng bằng hai phần tử lò xo ở hai đầu mút dầm có độ cứng R_{k1} và R_{k2} trong phần tử ghép như Hình 3. Thực hiện thủ tục lắp ghép phần tử đề xuất bởi E.M. Lui và W.F. Chen (1986) [12], ta nhận được hệ phương trình độ cứng cho phần tử ghép là:

$$\begin{bmatrix}
 (k_{33} + R_{k1}) & k_{36} & k_{13} & k_{23} & -R_{k1} & k_{34} & k_{35} & 0 \\
 & (k_{66} + R_{k2}) & k_{16} & k_{26} & 0 & k_{46} & k_{56} & -R_{k2} \\
 & & k_{11} & k_{12} & 0 & k_{14} & k_{15} & 0 \\
 & & & k_{22} & 0 & k_{24} & k_{25} & 0 \\
 & & & & R_{k1} & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & k_{44} & k_{45} & 0 \\
 & & & & & & k_{55} & 0 \\
 & & & & & & & R_{k2}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 d_1 \\
 d_2 \\
 d_3 \\
 d_4 \\
 d_5 \\
 d_6 \\
 d_7 \\
 d_8
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 M_1 \\
 M_2 \\
 0 \\
 V_1 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 V_2
 \end{bmatrix}$$

[dx]

trong đó M_1, M_2, V_1, V_2 là các lực nút gia tăng.



Hình 3. Mô hình phần tử ghép để kể đến độ cứng liên kết

Ta dùng một thủ tục rút gọn đề xuất bởi Wilson (1974) [13] để khử các bậc tự do không cần thiết. Các phương trình của phần tử hiệu chỉnh có thể được phân chia như sau:

$$\begin{bmatrix}
 K_{aa} & K_{ab} \\
 K_{ba} & K_{bb}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 u_a \\
 u_b
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 r_a \\
 r_b
 \end{bmatrix}$$

trong đó u_a là những bậc tự do cần rút gọn d_1, d_2 của phần tử ghép. Biến đổi, ta được:

$$[K_{bb} - K_{ab}^T K_{aa}^{-1} K_{ab}] u_b = r_b - K_{ab}^T K_{aa}^{-1} r_a \tag{2.10}$$

(2.10) là hệ phương trình độ cứng rút gọn có kể đến độ cứng liên kết.

3. Mô hình liên kết nửa cứng

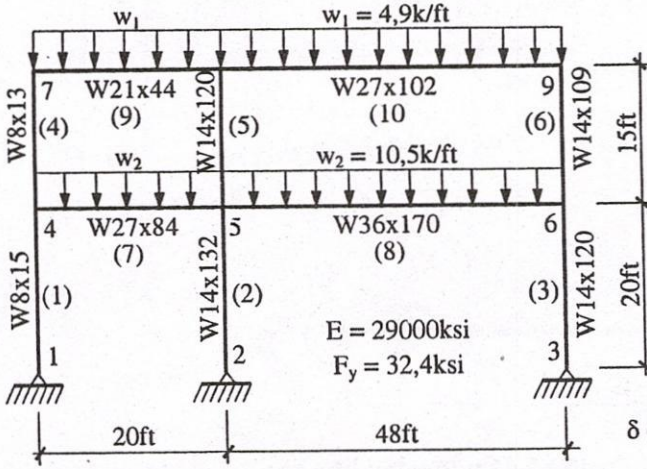
Quan hệ mô men - góc xoay của liên kết nửa cứng được biểu diễn bằng mô hình tứ tuyến Foley dùng bốn giá trị độ cứng khác nhau để tuyến tính hóa những cấu hình liên kết có sẵn trong đó độ cứng cuối cùng được giả thuyết bằng không và ứng với mô men dẻo của liên kết. Sự đỡ tải của liên kết được giả thuyết theo độ cứng ban đầu. Mô hình này tuy có sự gãy khúc tại giao điểm các đoạn thẳng nhưng điều đó không ảnh hưởng nhiều đến kết quả phân tích và đó là mô hình tổng quát cho tất cả các loại liên kết. Nó rất dễ sử dụng trong tính toán thực hành và tỏ ra rất đáng tin cậy vì bản chất của bất kỳ công thức nào về mô hình phi tuyến liên kết cũng đều là sự xấp xỉ hoá các kết quả thực nghiệm.

4. Thuật toán giải phi tuyến

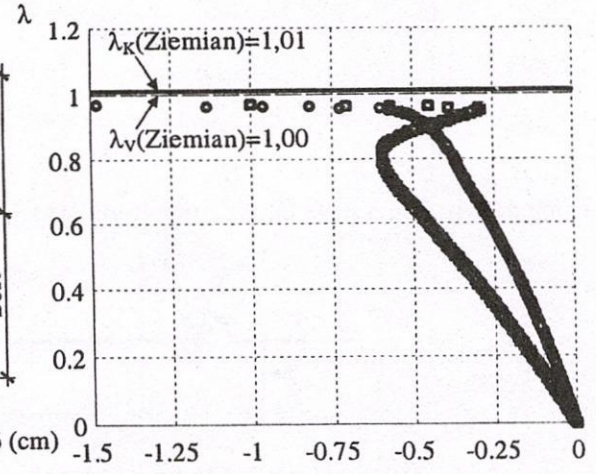
Do ma trận độ cứng kết cấu cũng có các thành phần chuyển vị nên hệ phương trình cần giải là hệ phương trình phi tuyến. Ta áp dụng thuật toán Euler đơn giản và kỹ thuật điều chỉnh công hằng với công thức $\Delta\lambda = \sqrt{\Delta W / (\{d_{rc}\}^T \{r_{rc}\})}$ để giải chúng. Việc duy trì công không đổi đảm bảo sai số trong các bước tải tiếp theo sẽ gần như đều nhau. Vì vậy, nếu hệ số tải gia tăng đầu tiên được chọn với giá trị nhỏ để có sai số nhỏ, các hệ số tải tiếp theo được tính bằng công thức trên đảm bảo sai số trong quá trình giải được giới hạn.

5. Các thí dụ minh họa

Chương trình máy tính VungDeo được viết bằng ngôn ngữ lập trình C++ để giúp kiểm tra tính chính xác của phương pháp đề xuất. Thí dụ đầu tiên là khung liên kết cứng 2 nhịp 2 tầng được Ziemian (1990) phân tích bằng hai phương pháp vùng dẻo và khớp dẻo, sau đó Clarke (1994) [4] và Foley (1997) [7] phân tích lại bằng phương pháp vùng dẻo.

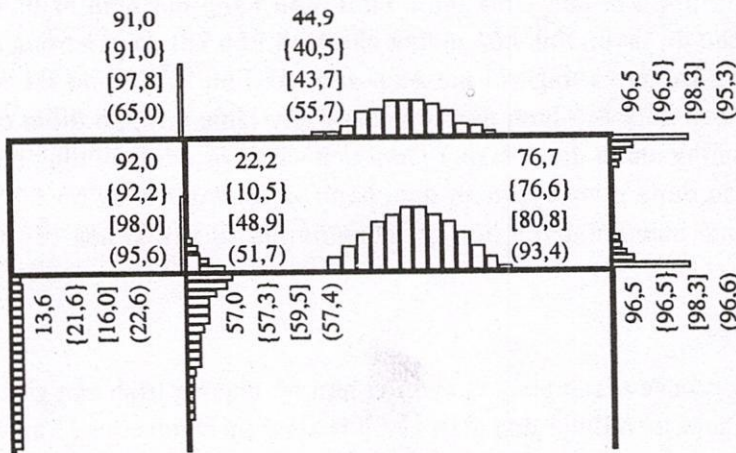


Hình 4. Khung 2 nhịp 2 tầng Ziemian (1990)



Hình 5. Ứng xử tải trọng-chuyển vị ngang nút 6 (●) và nút 9 (□)

Kết quả về ứng xử tải trọng-chuyển vị, tỷ lệ phần trăm chảy dẻo của mặt cắt ngang cấu kiện khung ở tải trọng giới hạn và bảng so sánh kết quả hệ số tải giới hạn với các tác giả khác được biểu diễn ở Hình 5, Hình 6 và Bảng 1. Qua đó, ta thấy rằng kết quả nhận được khá chính xác so với các phân tích khác. Sỡ dĩ có một chút khác biệt ở kết quả tính toán là do cách rời rạc hóa kết cấu và mẫu ứng suất dư sử dụng. Trong khi Ziemian chia 50 phần tử cho cột, 60 phần tử cho dầm và dùng mẫu ứng suất dư phân bố theo hình parabol thì tác giả và Foley chia 20 phần tử cho cột, 30 phần tử cho dầm, dùng mẫu ứng suất dư ECCS và có kết quả đều chênh lệch khoảng 4% so với kết quả của Ziemian.

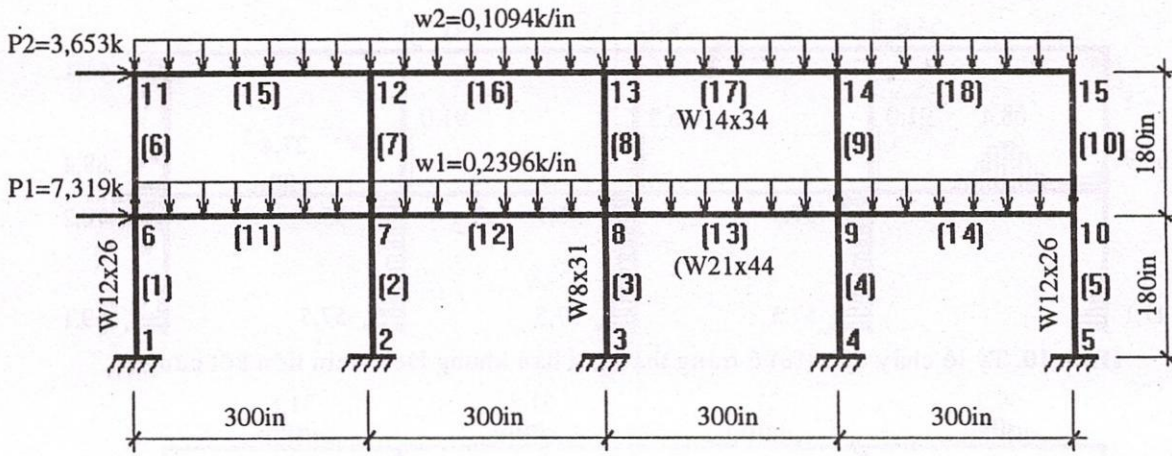


Hình 6. Tỷ lệ chảy dẻo (%) khung Ziemian, Tác giả, {} : Foley, [] : Clarke, () : Ziemian

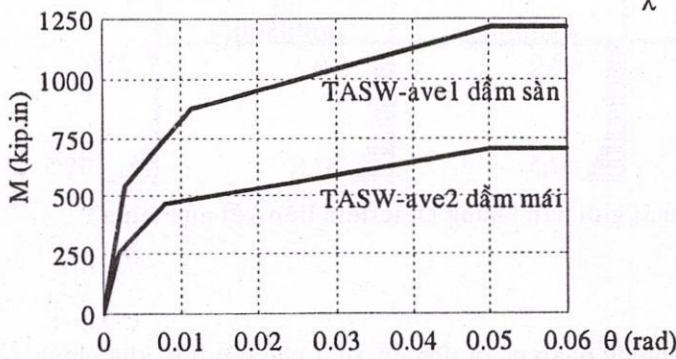
Bảng 1. So sánh kết quả λ_u của khung Ziemian

Xuất xứ phân tích	λ_u	Sai lệch (%)
Ziemian	1,010	Chuẩn
Ziemian	1,000	-0,99
Clarke [4]	0,985	-2,475
Foley [7]	0,975	-3,465
Tác giả	0,967	-4,257

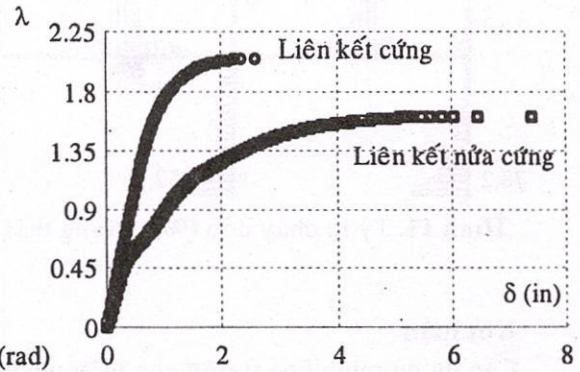
Thí dụ thứ hai là khung 4 nhịp 2 tầng của Deierlein, Hsieh, Shen, Abel (1991) [5] được vẽ ở Hình 7. Liên kết nửa cứng loại TSAW-ave của khung này đã được Foley (1999) [8] tuyến tính hóa bằng mô hình tứ tuyến như biểu diễn ở Hình 8.



Hình 7. Khung 4 nhịp 2 tầng Deierlein

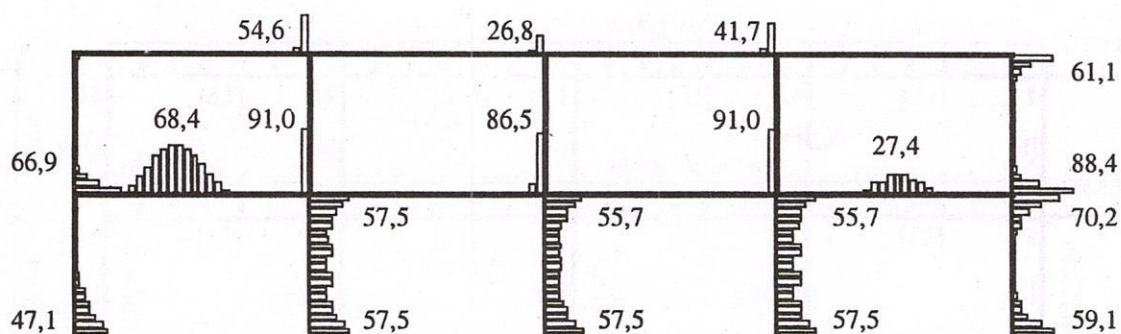


Hình 8. Tuyến tính hóa liên kết khung Deierlein

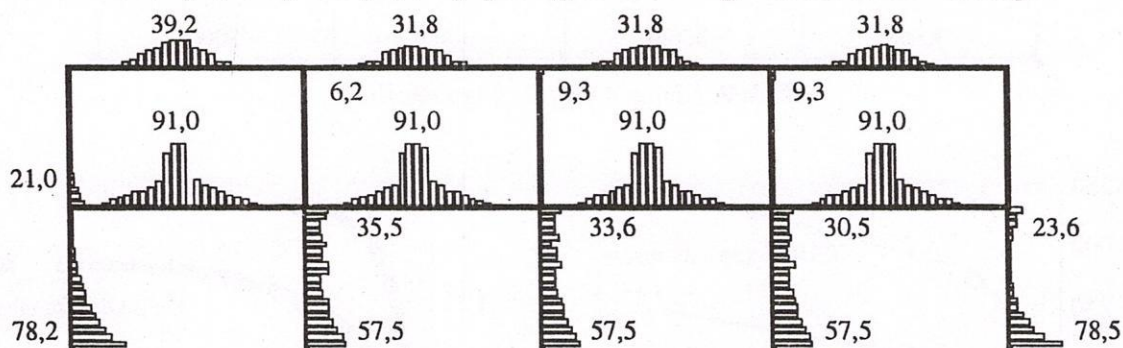


Hình 9. Tải trọng-chuyển vị nút 15

Kết quả về hệ số tải trọng giới hạn của khung liên kết nửa cứng là 1,62, khá chính xác, chỉ sai lệch -2,99% so với kết quả của Deierlein. Quá trình chảy dẻo và biểu đồ tỷ lệ chảy dẻo hoàn toàn phù hợp với vị trí, trình tự hình thành khớp dẻo và mô men trong khung ở trạng thái giới hạn của Deierlein. Ở trạng thái giới hạn khung liên kết cứng hoàn toàn có đầu mút dầm bị chảy dẻo ở tỷ lệ rất lớn, trong khi đó ở khung liên kết nửa cứng đầu dầm hầu như không bị chảy dẻo do liên kết bị giảm khả năng chịu mô men do độ cứng liên kết giảm. Cường độ chảy dẻo dọc theo chiều dài cấu kiện trường hợp khung nửa cứng cũng cao hơn nhiều và các dầm bị phá hoại gần giống trường hợp dầm đơn giản liên kết hai đầu khớp. Ngoài ra, ta còn nhận thấy hệ số tải giới hạn trong trường hợp khung liên kết cứng lớn hơn gấp 1,26 lần so với khung liên kết nửa cứng, trong trường hợp vật liệu đàn dẻo lớn hơn gấp 1,65 lần so với đàn hồi. Đây là các tỷ lệ khá lớn và chứng tỏ việc kể đến độ cứng liên kết cũng như tính đàn dẻo của vật liệu là rất cần thiết.



Hình 10. Tỷ lệ chảy dẻo (%) ở trạng thái giới hạn khung Deierlein liên kết cứng



Hình 11. Tỷ lệ chảy dẻo (%) ở trạng thái giới hạn khung Deierlein liên kết nửa cứng

6. Kết luận

Các thí dụ minh họa ở trên cho thấy phương pháp phân tích đề xuất cho kết quả khá chính xác, có thể sử dụng để kiểm tra các phương pháp khác cũng như ứng dụng trong thiết kế kỹ thuật. Ta nhận thấy sự chảy dẻo trong các cấu kiện khung thường lan dài dọc theo chiều dài cấu kiện với cường độ khá lớn, do đó các phân tích theo phương pháp khớp dẻo khó tiên đoán chính xác ứng xử thật của khung với giả thuyết sự chảy dẻo tập trung. Độ cứng liên kết dầm-cột ảnh hưởng rất lớn đến ứng xử tải trọng – biến dạng, khả năng chịu tải và tỷ lệ chảy dẻo trong cấu kiện của khung. Độ cứng liên kết càng lớn thì hệ số tải trọng giới hạn của khung càng lớn. Do đó việc xem xét độ cứng của liên kết là rất cần thiết ngoài việc kể đến phi tuyến hình học và tính đàn dẻo của vật liệu.

PLASTIC-ZONE AND GEOMETRIC NONLINEARITY ANALYSIS OF PLANAR STEEL FRAMES USING FINITE ELEMENT METHOD

Ngo Huu Cuong, Chu Quoc Thang

ABSTRACT: This paper presents a method of the large-displacement analysis of planar steel frames taking into account the effects of inelastic material behaviour and beam-column connection flexibility. A finite element is formulated to model the spread of plasticity through the member cross-section and along the member length instead of the common assumption on discrete plastic hinge. This element is also capable of including residual stresses, initial imperfections and shift of the neutral axis of the elastic core in yielding. The Foley's quadrilinear model is used to represent nonlinear moment-rotation relationship of semi-rigid connections. The simple Euler incremental-iterative algorithm and the constant work-control technique are applied to solve a set of nonlinear equations. Results of some numerical examples are derived from the computer program written by C++ programming language to verify the validity of proposed method.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Chen W.F., Goto Y., Liew J.Y.R. *Stability design of semi-rigid frames*. Wiley (1996).
- [2] Chen W.F., Kim S.E. *LRFD steel design using advanced analysis*. CRC Press (1997).
- [3] Chen W.F., Lui E.M. *Stability design of steel frames*. CRC Press (1991).
- [4] Chen W.F., Toma S. *Advanced analysis of steel frames*. CRC Press (1994).
- [5] Deierlein G.G., Hsieh S.H., Shen Y.J., Abel J.F. *Nonlinear analysis of steel frames with semi-rigid connections using capacity spectrum method*. July 2, 1991, Technical Report NCEER-91-0008, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo (1991).
- [6] Foley C.M. Advanced analysis of steel frames using parallel processing and vectorization. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engng.*, 16, 305-325 (2001).
- [7] Foley C.M., Vinnakota S. Inelastic analysis of partially restrained unbraced steel frames. *Engineering Structures*, 19(11), 891-902 (1997).
- [8] Foley C.M., Vinnakota S. Inelastic behavior of multistory partially restrained steel frames. Part I. *Journal of Structural Engineering*, 125(8), 854-861 (1999).
- [9] Foley C.M., Vinnakota S. Inelastic behavior of multistory partially restrained steel frames. Part II. *Journal of Structural Engineering*, 125(8), 862-869 (1999).
- [10] Kim S.E., Chen W.F. Practical advanced analysis for braced steel frame design. *Journal of Structural Engineering*, 122(11), 1266-1274 (1996).
- [11] Kim S.E., Chen W.F. Practical advanced analysis for unbraced steel frame design. *Journal of Structural Engineering*, 122(11), 1259-1265 (1996).
- [12] Lui E.M., Chen W.F. Analysis and behaviour of flexibly-jointed frames. *Engineering Structures*, 8, 107-118 (1986).
- [13] Wilson E.L. The static condensation algorithm. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 8, 198-203 (1974).