

XÁC ĐỊNH HỆ SỐ SỨC CHỊU TẢI CỦA ĐẤT DƯỚI MÓNG BẰNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

Châu Ngọc Ẩn⁽¹⁾, Trương Quang Hùng⁽²⁾

⁽¹⁾ Trường ĐH Bách Khoa – ĐHQG-HCM, ⁽²⁾ Trường ĐH Sư phạm Kỹ thuật Tp. HCM
(Bài nhận ngày 22 tháng 3 năm 2004, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 23 tháng 7 năm 2004)

TÓM TẮT: Bài báo sẽ trình bày cách xác định các hệ số sức chịu tải N_c , N_q , N_γ của đất nền dưới móng băng bằng phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH) phi tuyến với thuật giải Newton-Raphson. Trong phân tích PTHH, đất được mô hình bằng phần tử tứ giác đẳng tham số 4 nút với ứng xử của vật liệu là đàn dẻo tuyệt đối. Tiêu chuẩn chảy dẻo Tresca, Mohr-Coulomb sẽ được áp dụng trong trường hợp đất không thoát nước và thoát nước. Móng băng với giả thiết mềm hay cứng sẽ được thể hiện bằng cách điều khiển chuyển vị hay lực tại những nút ngay bên dưới móng. Bài báo này được tiến hành nhằm: khảo sát ảnh hưởng độ nhám của móng, ứng suất ban đầu của đất đến sức chịu tải của móng. Kết quả của quá trình tính toán số được kiểm chứng lại bằng lời giải giải tích dựa trên lý thuyết trạng thái tới hạn (TTTH).

1. Tổng quan

Khả năng chịu tải của đất nền dưới móng băng chịu lực đứng thường được xác định bằng cách dùng công thức được Buisman (1940) và Terzaghi (1943), với giả thiết sức kháng cắt của đất có thể thể hiện bằng đường bao phá hoại Mohr-Coulomb (c, ϕ), đề nghị [1,2,3,5]:

$$\frac{Q_{ult}}{A} = q_{ult} = cN_c + qN_q + \gamma BN_\gamma \quad (1)$$

với Q_{ult} , q_{ult} = lực và áp lực tới hạn; A = diện tích móng; γ = trọng lượng riêng đất; c = lực dính và ϕ = góc ma sát trong đất. Các hệ số sức chịu tải N_c , N_q , N_γ thể hiện sự đóng góp của các thành phần lực dính, lực bề mặt và trọng lượng riêng vào sức chống cắt của đất.

Từ việc dùng lý thuyết dẻo để phân tích sự xuyên của đế móng cứng vào trong đất, Terzaghi (1943), với các giả thiết: góc của nêm đất dưới móng nhám $\alpha = \phi$ (Hình 1) và không xét đến sức chống cắt của phần đất bên trên móng (đường cd – Hình 1a), đã đề nghị biểu thức xác định các hệ số sức chịu tải trên như sau:

$$N_q = \frac{a^2}{2\cos^2(45+\phi/2)}$$

$$N_c = (N_q - 1)\cot\phi$$

$$N_\gamma = \frac{\tan\phi}{2} \left(\frac{K_{py}}{\cos^2\phi} - 1 \right)$$

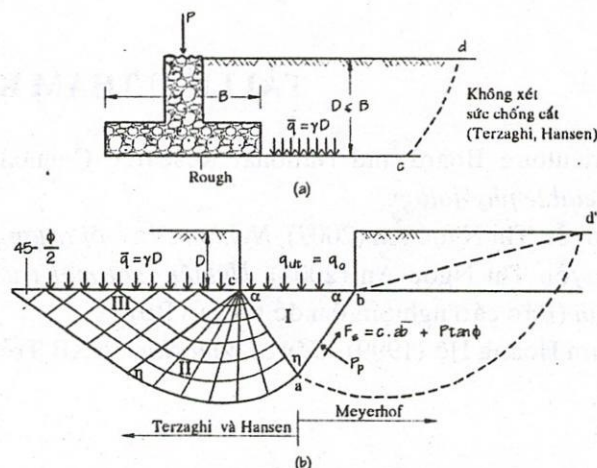
Tương tự Terzaghi, nhưng Meyerhof (1963), với giả thiết $\alpha = 45^\circ + \phi/2$ và có kể đến sức kháng cắt của vùng đất bên trên móng, đã đưa ra các biểu thức:

$$N_q = e^{\pi \tan\phi} \tan^2(45+\phi/2)$$

$$N_c = (N_q - 1)\cot\phi$$

$$N_\gamma = (N_q - 1)\tan(1.4\phi)$$

Ngoài ra, Hansen (1970) cũng đã đề nghị $N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\phi$ và Vesic (1973,1974) thì đề nghị: $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\phi$; các giá trị N_c , N_q của Hansen và Vesic tương tự như của Meyerhof [2,5]. Một số tác giả khác cũng đưa ra những giá trị N_c , N_q , N_γ khác nhau, nhưng ngoại trừ N_γ , chênh lệch các giá trị N_c , N_q không lớn khi so với các lời giải trên.



Hình 1: Cơ chế phá hủy do Terzaghi, Meyerhof đề nghị cho móng nông nhám

Với sức kháng cắt được thể hiện bằng đường bao phá hoại Mohr-Coulomb, trong tính toán số, như phương pháp PTHH, sai phân hữu hạn,... đất hoàn toàn có thể được mô hình bằng vật liệu đàn dẻo tuyệt đối Tresca khi xét đất không thoát nước hay Mohr-Coulomb khi xét đất thoát nước. Khi dùng PTHH, ta không những xác định được giá trị lực tới hạn mà còn có thể thiết lập mối liên hệ giữa lực - độ lún, khảo sát được ảnh hưởng của độ nhám móng và trạng thái ứng suất ban đầu đến sức chịu tải của đất nền. Ngoài ra, ứng dụng PTHH còn mở ra một hướng nghiên cứu khả thi đối với các trường hợp có tổ hợp tải trọng và địa chất phức tạp mà không thể nghiên cứu được bằng lý thuyết TTHH.

2. Cơ sở lý thuyết

2.1. Sơ lược về lý thuyết dẻo áp dụng cho đất nền

Hàm chảy dẻo: $f(\{\sigma\}, \{k\}) = 0$ với $\{k\}$ là thông số cứng cố.

Hàm thế năng dẻo: $p(\{\sigma\}, \{m\}) = 0$ với $\{m\}$ là thông số trạng thái.

Gia số biến dạng tổng, $\{\Delta\varepsilon\} : \{\Delta\varepsilon\} = \{\Delta\varepsilon^e\} + \{\Delta\varepsilon^p\}$ (2)

Liên hệ giữa gia số ứng suất và biến dạng: $\{\Delta\sigma\} = [D^{ep}] \{\Delta\varepsilon\}$ (3)

Ma trận ứng xử vật liệu, $[D^{ep}]$, có dạng:

$$[D^{ep}] = [D] - \frac{[D] \left\{ \frac{\partial p(\{\sigma\}, \{k\})}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f(\{\sigma\}, \{k\})}{\partial \sigma} \right\}^T [D]}{\left\{ \frac{\partial f(\{\sigma\}, \{k\})}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial p(\{\sigma\}, \{k\})}{\partial \sigma} \right\} + A} \quad (4)$$

Tiêu chuẩn chảy dẻo: [3]

* Tiêu chuẩn Tresca : $2(J_2)^{1/2} \cos\theta = 2S_u = \sigma_y$ (5)

với S_u là sức chống cắt không thoát nước của đất nền, áp dụng cho giai đoạn thi công tức thời ngay sau khi thi công trên nền đất dính.

* Tiêu chuẩn Mohr-Coulomb: $\frac{1}{3} I_1 \sin\phi' + (J_2)^{1/2} \left(\cos\theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin\theta \sin\phi' \right) = c' \cos\phi'$ (6)

với θ, J_1, J_2 là các bất biến của ứng suất lệch, c', ϕ' là lực dính, góc ma sát trong của đất, áp dụng cho nền đất ở giai đoạn đã lún ổn định.

2.2. Phương pháp PTHH

Trong bài báo này, đất sẽ được mô tả bằng phần tử đẳng tham số 4 nút với 2 bậc tự do tại mỗi nút. Trường chuyển vị trong phần tử:

$$\{\Delta d\} = \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{Bmatrix} = [N] \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{Bmatrix}_n = [N] \{\Delta d\}_n \quad (7)$$

với N_i là hàm nội suy và cũng là hàm dạng của phần tử.

Liên hệ giữa biến dạng và chuyển vị: $\{\Delta\varepsilon\} = [B] \{\Delta d\}_n$, với $[B]$ là ma trận chứa đạo hàm của hàm dạng và $\{\Delta d\}_n$ chứa chuyển vị nút của một phần tử. Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng: $\{\Delta\sigma\} = [D] \{\Delta\varepsilon\}$, với $\{\Delta\sigma\} = \{\Delta\sigma_x \Delta\sigma_y \Delta\tau_{xy} \Delta\sigma_z\}$. Cực tiểu hóa phiếm hàm năng lượng, ta có:

$$\sum_{i=1}^{nel} [K_E]_i (\{\Delta d\}_n)_i = \sum_{i=1}^{nel} \{\Delta R_E\} \quad (8)$$

trong đó, $[K_E] = \int_V [B]^T [D] [B] dV$ là ma trận độ cứng phần tử (9)

$$\{\Delta R_E\} = \int_V [N]^T \{\Delta F\} dV + \int_S [N]^T \{\Delta T\} dS \quad (10)$$

với $nel =$ tổng số phần tử của kết cấu, $\{\Delta F\}^T = \{\Delta F_x, \Delta F_y\}$ là véc tơ lực khối, $\{\Delta T\}^T = \{\Delta T_x, \Delta T_y\}$ là véc tơ lực bề mặt, S là phần biên của miền có lực bề mặt tác dụng, V là thể tích của miền khảo sát.

2.3. PTHH phi tuyến

Phương trình hệ thống:

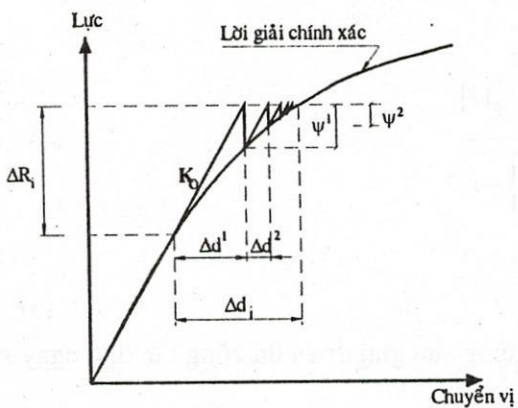
$$[K_G]^i \{\Delta d\}_{nG}^i = \{\Delta R_G\}^i \tag{11}$$

với $[K_G]^i$ là ma trận độ cứng tổng thể, $\{\Delta d\}_{nG}^i$ và $\{\Delta R_G\}^i$ là gia số chuyển vị nút, lực nút.

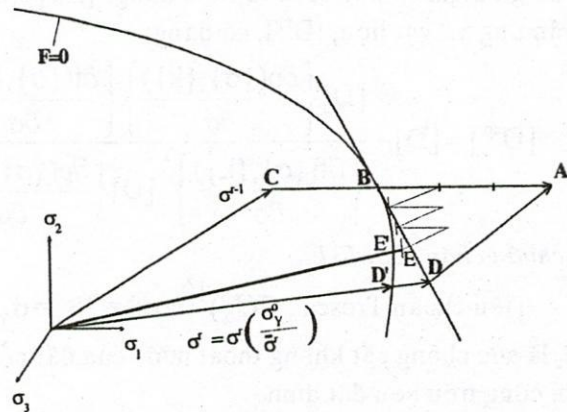
Do vật liệu có ứng xử đàn dẻo nên ma trận độ cứng tổng thể của phương trình trên sẽ thay đổi theo giá trị chuyển vị. Do đó hệ phương trình này sẽ có dạng phi tuyến. Để giải quyết vấn đề này, ta dùng giải thuật sau:

Giải thuật Newton-Raphson

Quá trình gia tải sẽ được chia thành nhiều giai đoạn. Kết quả cuối cùng sẽ là tổng của các kết quả gia số. Ứng suất và biến dạng sẽ được xác định tại các điểm Gauss. Công đoạn quan trọng nhất trong giải thuật là đưa ứng suất từ ngoài mặt chảy dẻo vào mặt chảy dẻo khi ứng suất tổng tại điểm Gauss đó vượt qua ngưỡng dẻo [3,4].



a. Giải thuật Newton-Raphson (modified)



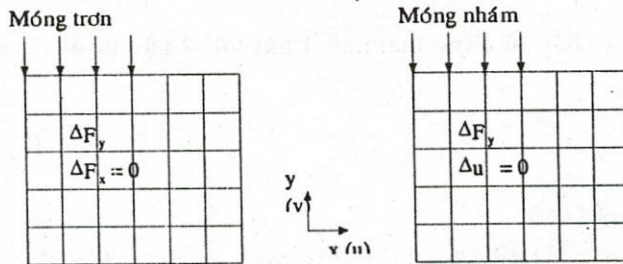
b. Tiến trình đưa ứng suất về mặt chảy dẻo

Hình 2: Giải thuật Newton-Raphson.

2.4. PTHH trong phân tích ứng xử của đất dưới móng băng

Điều khiển lực

Điều khiển chuyển vị

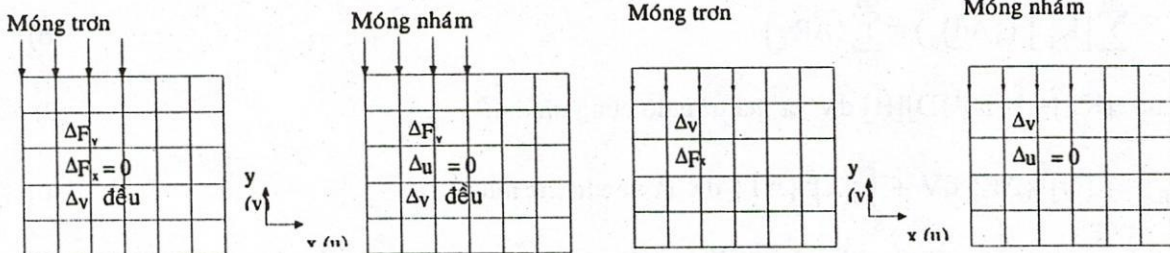


a. Trường hợp móng mềm

KHÔNG THỂ

Điều khiển lực

Điều khiển chuyển vị



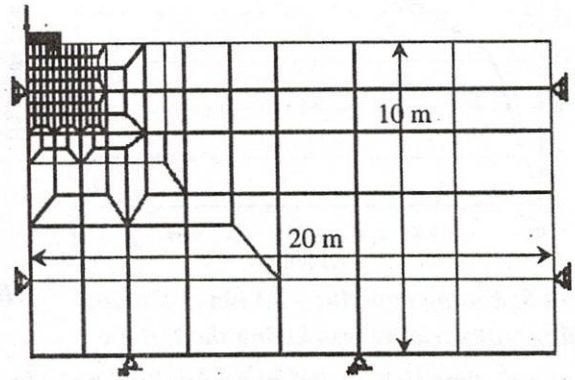
b. Trường hợp móng cứng

Hình 3: Điều kiện biên của những nút ngay bên dưới móng

Do khó khăn khi xử lý vấn đề tiếp xúc giữa móng và đất trong PTHH [3], để thể hiện được tương tác của một móng băng mềm hay cứng, trơn hay nhám khi đặt trên nền đất, người ta thường dùng cách áp đặt các giá trị chuyển vị hay lực của những nút ngay bên dưới móng – Hình 3.

3. Ví dụ

Lưới PTHH dùng trong phân tích móng băng
 Trong bài báo này, móng băng được giả sử là cứng tuyệt đối có bề rộng bằng 2m. Với giả thiết này, quá trình phân tích ứng xử đất sẽ được tiến hành bằng cách điều khiển chuyển vị tại những nút ngay bên dưới móng. Do đây là bài toán biến dạng phẳng, đối xứng trục nên ta chỉ cần xét ½ móng. Vùng đất khảo sát là 10x20m; ngoài phạm vi này, ảnh hưởng của móng băng đến đất nền không đáng kể nên có thể bỏ qua [2,5].



Hình 4: Lưới PTHH dùng để phân tích ứng xử của đất nền dưới móng băng

Vùng đất dưới mép móng, có biến dạng lớn khi chịu tải, sẽ được mô hình hóa bằng nhiều phần tử; càng ra xa thì số lượng phần tử mô tả đất càng giảm đi [3]. Tổng số phần tử của hệ là 918 phần tử. Tổng số bậc tự do là 2150 bậc. Các ví dụ sau đây sẽ được tiến hành khảo sát bằng STRIP, một chương trình nhỏ được viết bằng ngôn ngữ Matlab dựa trên cơ sở lý thuyết đã được trình bày với phần chia lưới được thực hiện bằng CalFEM/Pre, một phần mềm phục vụ cho dạy và nghiên cứu về PTHH của Đại học Lund, Thụy Điển.

3.1. Khảo sát đất nền dưới móng băng trong giai đoạn tức thời không thoát nước

Phân tích được tiến hành với đất có: $E_u = 100 \text{ Mpa}$, $S_u = 100 \text{ kPa}$, $\nu = 0.49$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$, gia số chuyển vị là 0.001m, mực nước ngầm nằm ở mặt đất. Khi gia tăng chuyển vị tại những nút ngay dưới móng, lực tương đương với gia số chuyển vị này được xác định như sau:

$$\{Q\} = \int_V [B]^T (\{\sigma\} - \{\sigma_i\}) dV \tag{12}$$

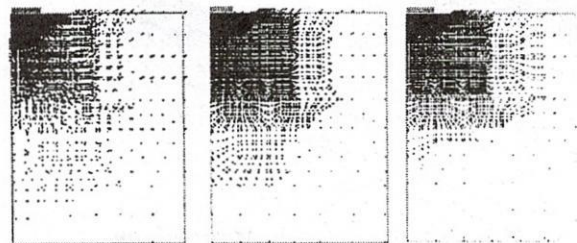
với $\{Q\}$ là vectơ phản lực, $\{\sigma\}$ là vectơ ứng suất tổng tại bước gia tải đang xét và $\{\sigma_i\}$ là vectơ ứng suất tổng ban đầu trong đất trước khi gia tải. Hệ số sức chịu tải của đất nền trong trường hợp không thoát nước là:

$$Q_{\max} = N_c AS_u \Rightarrow N_c = \frac{Q_{\max}}{AS_u} \tag{13}$$

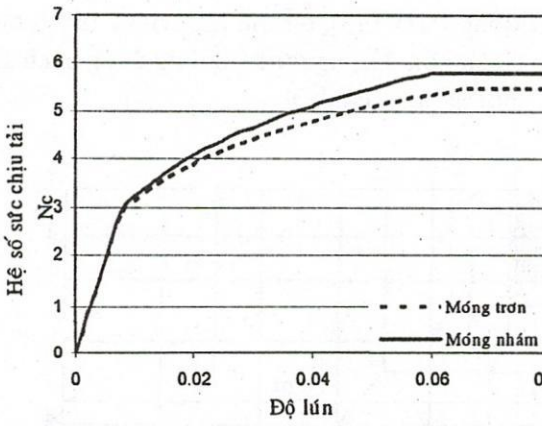
Qua khảo sát hai trường hợp móng trơn và móng nhám, theo biểu đồ lực - chuyển vị, Hình 5, ta nhận thấy hệ số sức chịu tải N_c của phân tích PTHH trong trường hợp móng nhám lớn hơn trong phân tích móng trơn. Chênh lệch giữa kết quả số và lời giải của Prantld, lời giải giải tích – $N_c = 5.14$ [2,5], khoảng 5-10%.

3.2. Khảo sát ảnh hưởng của trạng thái ứng suất ban đầu trong đất nền không thoát nước dưới tác dụng móng băng đến ứng xử của đất

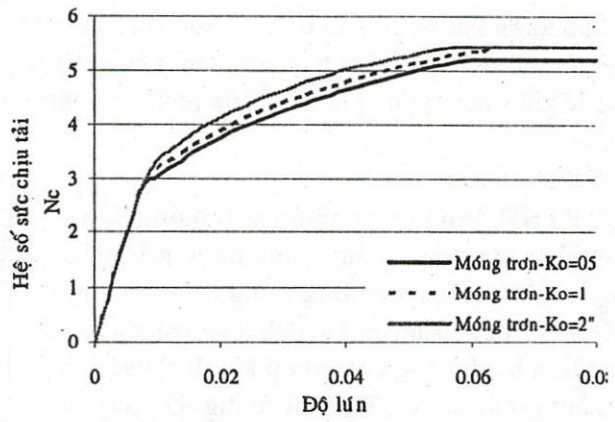
Đất trong phần 3.2 có đặc trưng cơ lý tương tự như phần 3.1. Hệ số áp lực ngang, K_0 , của đất tại trạng thái cân bằng tĩnh sẽ được thay đổi để nghiên cứu ảnh hưởng của trạng thái này đến ứng xử cũng như khả năng chịu tải của đất nền. Đối với đất quá cố kết, $K_0 = \sqrt{OCR}$. Tiến hành khảo sát 3 trường hợp $K_0 = 0.5, 1, 2$.



Hình 4: Cơ chế phá hủy và vùng biến dạng dẻo dưới móng băng (6x8 m) với $K_0 = 0.5, 1, 2$



Hình 5: Đường cong lực - độ lún của móng băng trong trường hợp không thoát nước



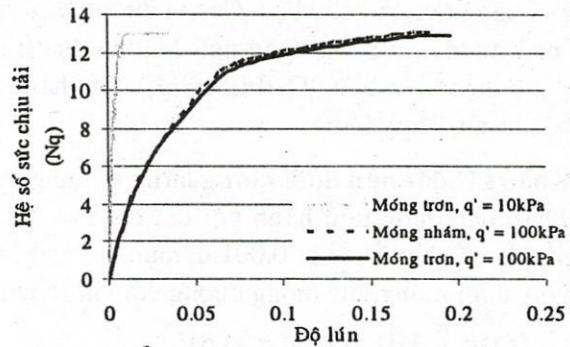
Hình 6: Lực-độ lún của móng băng trong trường hợp không thoát nước - $K_o = 0.5, 1, 2$

Từ kết quả phân tích cơ chế phá hủy và vùng biến dạng dẻo bên dưới móng, Hình 4, cho thấy khi K_o tăng, vùng chảy dẻo phát triển xa hơn về hai phía và ít sâu hơn, nhưng biểu đồ lực chuyển vị, Hình 6, cho thấy giá trị lực tới hạn thay đổi rất ít.

3.3. Khảo sát đất nền dưới móng băng trong trường hợp đất không trọng lực, thoát nước và có lực bề mặt

Phân tích được tiến hành với đất có đặc trưng cơ lý: $E' = 100 \text{ Mpa}$, $\nu = 0.3$, $\gamma = 0 \text{ kN/m}^3$, $c' = 0 \text{ kPa}$, $\phi' = 25^\circ$. Tiến hành khảo sát 3 trường hợp: móng trơn với lực bề mặt $q' = 10 \text{ kPa}$, móng trơn và nhám với $q' = 100 \text{ kPa}$.

Từ đường cong lực - độ lún, Hình 7, ta nhận thấy độ nhám của móng ảnh hưởng ít đến giá trị N_q . Lực bề mặt, q' , ảnh hưởng lớn đến độ lún khi đạt đến TTTH nhưng không ảnh hưởng đến giá trị N_q .



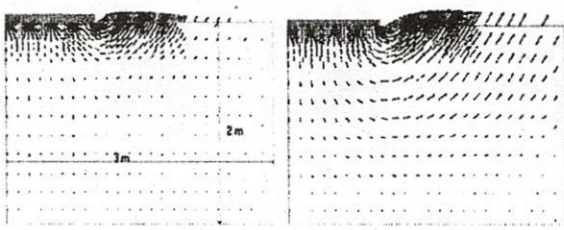
Hình 7: Lực-độ lún của móng băng trong trường hợp không thoát nước - $K_o = 0.5, 1, 2$

Chênh lệch của lời giải số so với lời giải của giải tích Terzaghi, trong trường hợp $\phi' = 25^\circ$ thì $N_q = 12.7$, vào khoảng 10%.

3.4. Khảo sát đất nền dưới móng băng trong trường hợp đất thoát nước và không có lực bề mặt

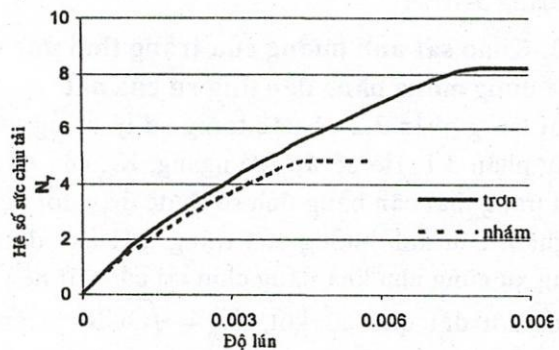
Đất nền có đặc tính cơ lý: $E' = 100 \text{ Mpa}$, $\nu = 0.3$, $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$, $c' = 0 \text{ kPa}$, $\phi' = 25^\circ$. Giả thiết mực nước ngầm nằm ở mặt đất. Gia số chuyển vị là 0.0001 m . Khi $q = 0 \text{ kPa}$, $c = 0 \text{ kPa}$, thì $N_\gamma = Q/A\gamma'$. Tiến hành khảo sát 2 trường hợp móng trơn và nhám.

Kết quả phân tích PTHH được thể hiện trên Hình 8, 9.



a. Móng trơn b. Móng nhám

Hình 8: Cơ chế phá hủy của móng trơn và móng nhám - $2 \times 3 \text{ m}$



Hình 9: Đường cong lực - độ lún của móng băng trong trường hợp có thoát nước

Qua biểu đồ lực – độ lún, Hình 9, ta nhận thấy phân tích móng nhám cho giá trị N_γ lớn hơn khoảng 40% so với phân tích móng trơn. Cơ chế phá huỷ của móng trơn và nhám trên Hình 8 cho thấy chúng cũng khác nhau khá rõ rệt. Giá trị N_γ của phân tích số trong trường hợp móng nhám sai lệch khoảng 10% so với lời giải giải tích của Terzaghi. Vậy độ nhám của móng ảnh hưởng lớn đến giá trị N_γ .

4. Kết luận

Phương pháp PTHH phi tuyến và phần tử hữu hạn trong chương trình STRIP dù ở mức độ chính xác chưa cao nhưng vẫn xác định được các kết quả giải tích trong các trường hợp riêng. Điểm mạnh của lời giải này là cho thấy được ứng xử của đất nền trong quá trình gia tải và có thể xét đến các ảnh hưởng đặc biệt như ảnh hưởng độ nhám của móng, ảnh hưởng của hệ số áp lực ngang của đất tại trạng thái nghỉ.

DETERMINATION OF SOIL BEARING CAPACITY FACTORS UNDER STRIP FOOTING BY NON-LINEAR FINITE ELEMENT METHOD

Chau Ngoc An ⁽¹⁾, Truong Quang Hung ⁽²⁾

⁽¹⁾ University of Technology – VNU-HCM, ⁽²⁾ University of Technical Education HCMC

ABSTRACT: In this article, calculation of soil bearing capacity factors N_c , N_q , N_γ under strip footing will be presented by using Non-linear Finite Element Method with the Newton-Raphson approximation. The soil will be discretized by four noded isoparametric finite elements and will be idealized as an elasto-plastic material in these analyses. The Tresca and Mohr-Coulomb yield criterions are applied in undrained and drained problems successively. Flexible or rigid strip footing will be described by controlling displacements or forces of the nodes on the soil surface below the position of the footing. The effects of footing roughness and different initial stress conditions in the ground on the soil bearing capacity will be also investigated. The numerical results are compared to the ultimate theory solutions.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Nguyen Dang Hung, *Cours de Complements de mecanique des solides*, University of Liege, Belgium (1998).
- [2] Châu Ngọc Ân, *Nền Móng*, NXB Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh (2002).
- [3] David M.Potts and Lidija Zdravković, *Finite element analysis in geotechnical engineering (Theory and Application)*, Thomas Telford (1999).
- [4] D. R. J. Owen, *Finite elements in plasticity*, Pineridge Press Limited (1980).
- [5] Joseph E.Bowles, *Foundation analysis and design*, McGraw-Hill (1988).
- [6] D.M. Dewikar, B.G. Mohapatro, "Computation of Bearing Capacity Factor N_γ - Terzaghi's Mechanism", *International Journal of Geomechanics*, Vol. 3, No. 1, 123-128 (2003).
- [7] Boonchai Ukritchon, Andrew J.White, C.Klangvijit, "Calculations of Bearing Capacity Factor N_γ Using Numerical Limit Analyses", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 129, No. 6, 468-474 (2003).