GIẢI THUẬT CÁC PHƯƠNG PHÁP GẦN ĐÚNG BIẾN ĐỔI LAPLACE NGƯỢC TÍNH ỨNG SUẤT NHIỆT TRONG VẬT LIỆU COMPOSITE ĐÀN-NHỚT

Ngô Thành Phong
Khoa Toán – Tin học, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên – ĐHQG-HCM
(Bài nhận ngày 14 tháng 7 năm 2004)

TÓM TẮT: *Bài báo trình bày giải thuật các phương pháp gần đúng biến đổi Laplace ngược để giải bài toán ứng suất nhiệt cho vật liệu lưu biến nhiệt giản đơn. Biến đổi Laplace theo biến thời gian suy dẫn. Ba phương pháp gần đúng đã được áp dụng. Nghiệm thu được từ ba phương pháp này chứa thời gian suy dẫn. Để thu được nghiệm nhiệt–đàn–nhớt phải thay thời gian suy dẫn bằng thời gian thực.*

1. Giới thiệu

Thực nghiệm chứng tỏ rằng, các đặc tính chùng ứng suất (relaxation) và chảy chậm (creep) của biến dạng trong vật liệu phụ thuộc vào nhiệt độ, vì vậy các phương trình của lý thuyết đàn hồi di truyền có chứa sự phụ thuộc nhiệt độ. Nhiều tác giả đưa ra giả thuyết rằng, sự ứng xử lưu biến của vật liệu khi nhiệt độ thay đổi có thể mô tả bởi phương trình có cấu trúc giống như trường hợp đẳng nhiệt nhưng với thang thời gian suy dẫn. Vật liệu có tính chất như vậy được gọi là vật liệu "lưu biến nhiệt giản đơn".

Thời gian suy dẫn được đưa vào bởi quan hệ:

$$\xi = \int_0^t \frac{dt'}{a[T(x_i,t')]} \tag{1.1}$$

hàm a[T] là hàm vật liệu phụ thuộc nhiệt độ được chọn sao cho $a(T_0) = 1$, T_0 được gọi là nhiệt độ tham chiếu.

Nguyên lý dựa trên việc sử dụng thời gian suy dẫn được gọi là nguyên lý tương tự nhiệt độ – thời gian. Nguyên lý này đầu tiên không phải được sử dụng để giải bài toán đàn-nhớt (đàn hồi di truyền) mà để rút ngắn sự kéo dài của thời gian thí nghiệm xác định các đặc trưng chùng ứng suất và chảy chậm của biến dạng. Nguyên lý tương tự nhiệt độ-thời gian được sử dụng để thay thế các thí nghiệm rất lâu dài ở nhiệt độ thấp bởi thực nghiệm rất ngắn ở nhiệt độ cao.

Để tính toán ứng suất nhiệt trong vật liệu lưu biến nhiệt giản đơn, ta áp dụng phép biến đổi Laplace đối với thời gian suy dẫn. Giải thuật các phương pháp gần đúng: phương pháp chọn điểm, phương pháp trực tiếp, phương pháp tựa đàn hồi [4] được sử dụng ở đây đối với thời gian suy dẫn. Để thu được nghiệm của bài toán đàn-nhớt ta phải thay thời gian suy dẫn bằng thời gian thực.

2. Phương trình ứng xử trong vật liệu lưu biến nhiệt giản đơn

Các tính chất cơ học của vật liệu đàn-nhớt phụ thuộc vào nhiệt độ chủ yếu thông qua hệ số giãn nở nhiệt và sự thay đổi của thời gian chùng ρ_s và thời gian trễ τ_s. Các thông số thời gian này rất nhạy cảm đối với nhiệt độ. Rất nhiều vật liệu thỏa giả thiết về "ứng xử lưu biến nhiệt giản đơn" [1,2]. Theo giả thiết này, tất cả các hệ số thời gian ρ_s và τ_s chịu ảnh hưởng của nhiệt độ giống nhau. Theo R.A.Schapery [3], quy luật ứng xử của vật liệu lưu biến nhiệt giản đơn được viết dưới dạng:

$$\sigma_{ij} = \int_0^t C_{ij}^{kl}(\xi - \xi')\frac{\partial \varepsilon_{kl}}{\partial \tau}d\tau - \int_0^t \beta_{ij}(\xi - \xi')\frac{\partial \Delta T}{\partial \tau}d\tau \tag{2.1a}$$

hoặc tương đương

$$\sigma_{ij} = \int_0^\xi C_{ij}^{kl}(\xi - \xi')\frac{\partial \varepsilon_{kl}}{\partial \xi'}d\xi' - \int_0^\xi \beta_{ij}(\xi - \xi')\frac{\partial \Delta T}{\partial \xi'}d\xi' \tag{2.1b}$$

trong đó ΔT là gia số tăng nhiệt độ so với nhiệt độ tham chiếu nào đó và ξ là thời gian suy dẫn.

$$\xi \equiv \int_0^t \frac{dt'}{a_T[T(t')]} \quad , \quad \xi' \equiv \int_0^\tau \frac{dt'}{a_T[T(t')]} \tag{2.2}$$

Mô đun chùng $C_{ij}^{kl}(\xi)$ và hàm chùng ứng suất $\beta_{ij}(\xi)$ có dạng chuỗi e-mũ

$$C_{ij}^{kl}(\xi) = \sum_s C_{ij}^{kl(s)} e^{-\xi/\rho_s} + C_{ij}^{kl} \tag{2.3}$$

$$\beta_{ij}(\xi) = \sum_s \beta_{ij}^{(s)} e^{-\xi/\rho_s} + \beta_{ij} \tag{2.3'}$$

các hàm $\beta_{ij}^{(s)}$ và β_{ij} xác định ứng suất nhiệt trong vật liệu chưa biến dạng và là những đại lượng nửa xác định dương.

Khi đẳng nhiệt theo thời gian, mô đun chùng ứng suất có dạng:

$$C_{ij}^{kl}(t/a_T) = \sum_s C_{ij}^{kl} e^{-t/\rho_s a_T} + C_{ij}^{kl} \tag{2.4}$$

Như vậy hiệu ứng của nhiệt độ hằng lên sự ứng xử chùng (hoặc chảy chậm) là sự chảy đơn giản trên thang thời gian, do đó a_T thường được gọi là nhân tử nhiệt lưu. Mô đun đàn hồi C_{ij}^{kl} của vật liệu đẳng hướng tỉ lệ với nhiệt độ tuyệt đối, nhưng ta bỏ qua sự phụ thuộc này bởi vì nó có hiệu quả tương đối nhỏ so với nghiệm chùng ứng suất.

Tỉ phần chùng ứng suất tăng khi nhiệt độ tăng, do đó a_T là hàm nghịch biến của nhiệt độ. Nếu mô đun chùng ứng suất được đo tại các nhiệt độ khác nhau và vẽ đồ thị theo $\log t$ thì khoảng cách ngang giữa đường cong tại nhiệt độ tham chiếu ứng với $a_T = 1$ và đường cong khác tại nhiệt độ T, bằng $\log a_T$. Sự phát hiện này cung cấp biện pháp ước lượng hàm a_T và giúp kiểm tra giả thuyết ứng xử lưu biến nhiệt giản đơn.

Phương trình ứng xử ngược (2.1b) là:

$$\varepsilon_{ij}(x_i,\xi) = \int_0^\xi S_{ij}^{kl}(\xi-\xi')\frac{\partial\sigma_{kl}}{\partial\xi'}d\xi' + \int_0^\xi \alpha_{ij}(\xi-\xi')\frac{\partial\Delta T}{\partial\xi'}d\xi' \tag{2.5}$$

trong đó $\alpha_{ij}(\xi)$ là biến dạng khi không có ứng suất và được tính theo công thức:

$$\alpha_{ij}(\xi) = \sum_s \alpha_{ij}^{(s)}\left(1-e^{-\xi/\tau_s}\right) + \alpha_{ij} \tag{2.6}$$

Phương trình ứng xử đối với vật liệu đẳng hướng được suy trực tiếp từ phương trình (2.1) bằng cách đòi hỏi $C_{ij}^{kl}(\xi)$ và $\beta_{ij}(\xi)$ bất biến đối với các phép quay tọa độ. Dùng các ký hiệu tương tự trong lý thuyết đàn hồi, ta có:

$$\sigma_{ij} = 2\int_0^\xi G(\xi-\xi')\frac{\partial\varepsilon_{ij}}{\partial\xi'}d\xi' + \delta_{ij}\int_0^\xi\left[\lambda(\xi-\xi')\frac{\partial\varepsilon}{\partial\xi'} - \beta(\xi-\xi')\frac{\partial\Delta T}{\partial\xi'}\right]d\xi' \tag{2.7}$$

trong đó ε là bất biến bậc một của tenxơ biến dạng, δ_{ij} là ký hiệu Kronecker và $G(\xi), \lambda(\xi)$ là các mô đun chùng tương ứng với các hằng số Lamé.

Ba hàm chùng trong (2.7) giới hạn bởi các điều kiện nhiệt động, có dạng e-mũ:

$$G(\xi) = \sum_s G^{(s)} e^{-\xi/\rho_s} + G_e \tag{2.8a}$$

$$\lambda(\xi) = \sum_s \lambda^{(s)} e^{-\xi/\rho_s} + \lambda_e \tag{2.8b}$$

$$\beta(\xi) = \sum_s \beta^{(s)} e^{-\xi/\rho_s} + \beta_e \tag{2.8c}$$

trong đó $\rho_s > 0$ (2.9)

$$G^{(s)} \geq 0 \ , \ G_e \geq 0 \ , \ \sum_s G^{(s)} + G_e > 0 \tag{2.10a}$$

$$K^{(s)} = \lambda^{(s)} + \frac{2}{3} G^{(s)} \geq 0 \ , \ K_e \equiv \lambda_e + \frac{2}{3} G_e \geq 0 \ , \ \sum_s K^{(s)} + K_e > 0 \tag{2.10b}$$

K_e và $K^{(s)}$ là các mô đun chùng thể tích

$$K(\xi) = \lambda(\xi) + \frac{2}{3} G(\xi) = \sum_s K^{(s)} e^{-\xi/\rho_s} + K_e \tag{2.10c}$$

Hàm $\lambda(\xi)$ không cần đòi hỏi dương bởi vì chúng không phải là các phần tử trên đường chéo chính của tenxơ độ cứng.

Phương trình ứng xử với hiệu ứng nhiệt vừa nêu trên chỉ áp dụng cho vật liệu với giả thiết có tính lưu biến nhiệt giản đơn. Mặc dù rất nhiều vật liệu có quy luật ứng xử này, nhưng cũng có một số composite không thỏa quy luật này. Thí dụ, composite có hai pha đàn-nhớt khác nhau. Nếu mỗi pha là lưu biến nhiệt giản đơn, nhưng hệ số nhiệt lưu a_T không bằng nhau, composite không phải vật liệu lưu biến nhiệt giản đơn khi một pha đàn hồi trong khi pha khác đàn-nhớt, thí dụ nhựa-thủy tinh. Trong trường hợp này, ta gặp phải rất nhiều khó khăn về mặt toán học vì nguyên lý tương ứng không còn hiệu lực.

Quy luật ứng xử đẳng nhiệt có thể áp dụng cho vật liệu có hay không có tính lưu biến nhiệt giản đơn nếu nhiệt độ không thay đổi theo thời gian. Theo Schapery [3], ta có thể xem nhiệt độ như tham số trong mô đun chùng và cộng thêm số hạng $-\beta_{ij}(T,t)\Delta T$. Nếu $\Delta T = 0$ khi $t < 0$ và $\Delta T = const$ khi $t > 0$, ta có:

$$\sigma_{ij} = \int_0^t C_{ij}^{kl}(T, t-\tau) \frac{\partial \varepsilon_{kl}}{\partial \tau} d\tau - \beta_{ij}(T,t)\Delta T \tag{2.11}$$

trong đó các hàm chùng có dạng:

$$C_{ij}^{kl}(T,t) = \sum_s C_{ij}^{kl(s)}(T) e^{-t/\rho_s} + C_{ij}^{kl}(T) \tag{2.12}$$

Nếu nhiệt độ tác dụng tại thời điểm $t << 0$ thì $\beta_{ij}(T,t) \approx \beta_{ij}(T,\infty)$.

3. Biến đổi Laplace

Trường hợp bất đẳng nhiệt trong môi trường lưu biến nhiệt giản đơn, ta dùng phép biến đổi Laplace với thời gian suy dẫn:

$$\hat{f} = \hat{f}(p) \equiv \int_0^\infty e^{-p\xi} f(x_i, \xi) d\xi \tag{3.1}$$

Biến đổi Laplace phương trình (2.1b) có dạng:

$$\hat{\sigma}_{ij} = \widetilde{C}_{ij}^{kl} \hat{\varepsilon}_{kl} - \widetilde{\beta}_{ij} \Delta \hat{T} \tag{3.2}$$

trong đó

$$\widetilde{C}_{ij}^{kl}(T, p) = \sum_s \frac{p C^{kl(s)}}{p + 1/\rho_s a_T} + C_{ij}^{kl} \tag{3.3}$$

$$\widetilde{\beta}_{ij}(T,p) \equiv p\overline{\beta}_{ij} = \sum_s \frac{p \beta_{ij}^{(s)}}{p + 1/\rho_s} + \beta_{ij} \tag{3.4}$$

Quy luật ứng xử đã biến đổi Laplace (3.2) đồng nhất về hình thức với các quy luật ứng xử của môi trường đẳng hướng với các hằng số đàn hồi $\widetilde{C}_{ij}^{kl}$ và hệ số giãn nở nhiệt $\widetilde{\beta}_{ij}$.

4. Thiết lập bài toán hiệu ứng nhiệt đàn-nhớt. Nguyên lý tương ứng.

Hệ phương trình kín của bài toán biên đàn-nhớt với hiệu ứng nhiệt gồm sáu phương trình ứng xử (2.1b), ba phương trình cân bằng và sáu hệ thức Cauchy. Trong hệ phương trình này, các đại lượng ứng suất, biến dạng và chuyển vị là hàm của bốn biến độc lập, gồm 3 biến không gian x_i và biến thời gian suy dẫn ξ.

Ta có hệ thức biến đổi các biến độc lập:

$$x'_i = x_i \ , \ \xi = \xi(x_i, t) = \int_0^t \frac{dt'}{a_T[T(x_i, t')]} \tag{4.1}$$

Từ đây ta có:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x'_j}\frac{\partial x'_j}{\partial x_i} + \frac{\partial f}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{\partial f}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x_i} \tag{4.2}$$

Nếu nhiệt độ không phụ thuộc các biến không gian thì các phương trình cân bằng và hệ thức Cauchy vẫn giữ nguyên dạng như trong trường hợp đẳng nhiệt vì $\frac{\partial \xi}{\partial x_i} = 0$.

Giả sử nhiệt độ thay đổi theo biến thời gian nhưng không thay đổi theo biến không gian và vật liệu có tính lưu biến nhiệt giản đơn. Trong trường hợp này ta vẫn có thể áp dụng nguyên lý tương ứng. Áp phép biến đổi (3.1) vào các phương trình cân bằng và hệ thức Cauchy ta được:

$$\frac{\partial \hat{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} + \hat{F}_i = 0 \tag{4.3}$$

$$\hat{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i}\right) \tag{4.4}$$

(4.3), (4.4) cùng với quy luật ứng xử (3.2) và các điều kiện biên

$$\overline{u}_i = \overline{U}_i \ , \ x_i \in S_u \tag{4.5}$$

$$\overline{\sigma}_{ij} n_j = \overline{T}_i \ , \ x_i \in S_T \tag{4.6}$$

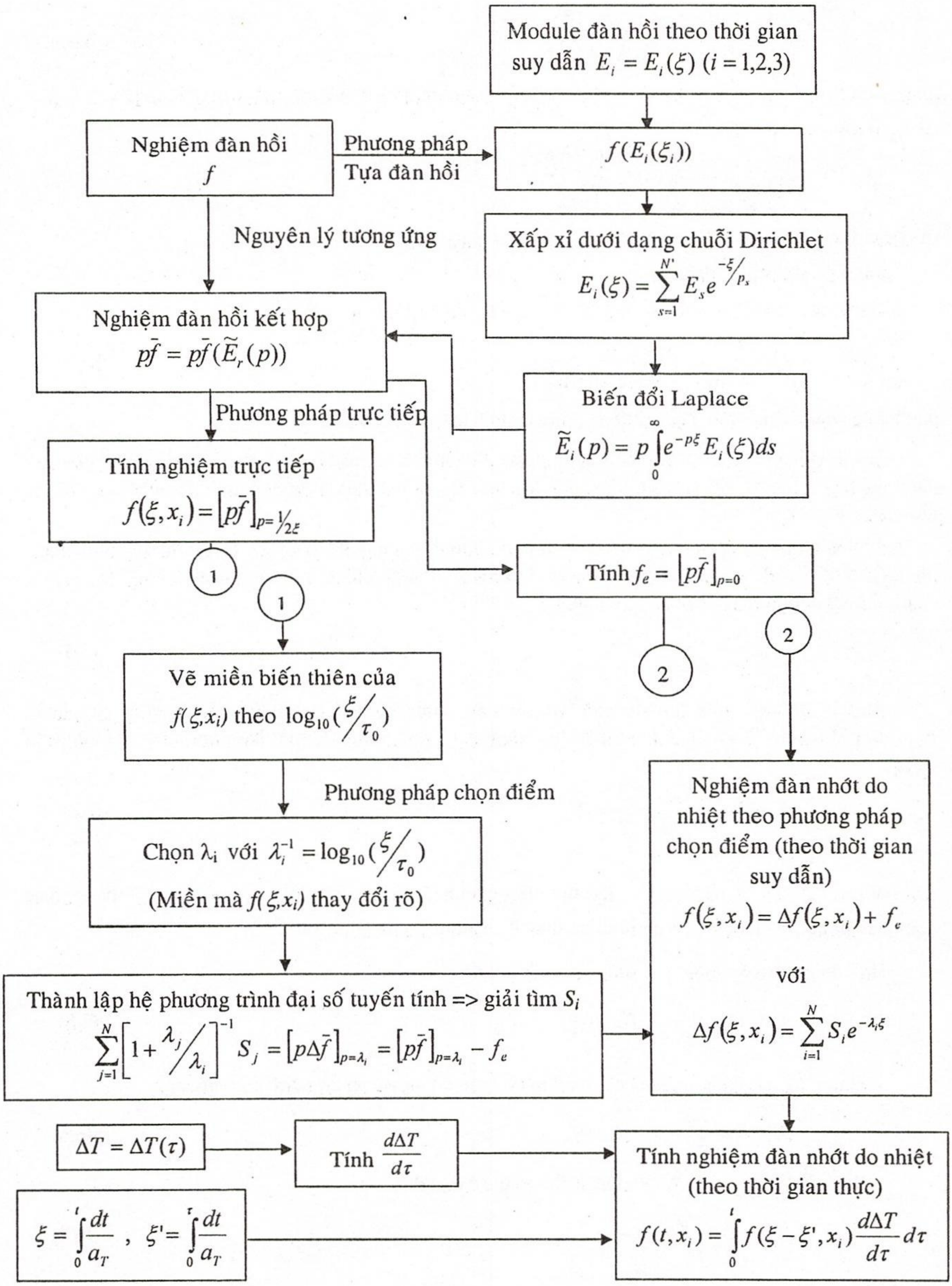
tạo thành bài toán biên nhiệt-đàn hồi kết hợp.

Nguyên lý tương ứng cho phép ta sử dụng nghiệm của bài toán nhiệt đàn hồi kết hợp để tìm nghiệm của bài toán đàn-nhớt, bất đẳng nhiệt. Giải thuật ba phương pháp gần đúng: phương pháp tựa đàn hồi, phương pháp chọn điểm, phương pháp trực tiếp tương tự như trong trường hợp đẳng nhiệt [4]. Sau khi tìm được nghiệm của bài toán nhiệt đàn hồi kết hợp ta phải thay đổi thời gian suy dẫn thực bởi thời gian thực.

5. Sơ đồ khối giải bài toán ứng suất nhiệt trong vật liệu composite đàn-nhớt bằng các phương pháp gần đúng biến đổi Laplace ngược (Xem trang 9)

6. Ứng suất nhiệt trong vật liệu composit đàn-nhớt hắc ín – sợi thủy tinh

Vật liệu composit gồm hai pha: vật liệu nền là hắc ín có tính đàn-nhớt, vật liệu gia cường là sợi thủy tinh với tiết diện ngang hình tròn có tính đàn hồi. Ta áp dụng cả ba phương pháp gần đúng biến đổi Laplace ngược để tính toán ứng suất hướng bán kính trên bề mặt tiếp xúc giữa sợi thủy tinh và hắc ín khi nhiệt độ thay đổi.



6.a. Lời giải bài toán nhiệt đàn hồi

Ứng suất nhiệt đàn hồi tại vị trí tiếp xúc theo phương bán kính của một sợi đơn được tính theo công thức [3]:

$$\sigma_r = \frac{(\alpha_r - \alpha_f)E_r E_f \Delta T}{E_r(1-\nu_f) + E_f(1+\nu_r)} \tag{6.1}$$

trong đó $\Delta T = T - T_0$ là độ chênh lệch giữa nhiệt độ hiện thời, T, và giá trị nhiệt độ ban đầu, T_0, mà tại T_0 vật liệu (sợi) có ứng suất tự do.

α : Hệ số giãn nở nhiệt tuyến tính

E : Mô đun đàn hồi Young

ν : Hệ số Poisson

và các chỉ số dưới *r* và *f* tương ứng chỉ hắc ín và sợi thủy tinh.

6.b. Lời giải nhiệt đàn -nhớt

Nguyên lý tương ứng cho ta nghiệm của bài toán nhiệt-đàn hồi kết hợp:

$$\hat{\sigma}_r = \frac{(\alpha_r - \alpha_f)\tilde{E}_r E_f \Delta \hat{T}}{\tilde{E}_r(1-\nu_f) + E_f(1+\tilde{\nu}_r)} \tag{6.2}$$

phụ thuộc vào các mô đun Young, hệ số Poisson tính toán $\tilde{E}_r$ và $\tilde{\nu}_r$.

Hệ số giãn nở nhiệt là hàm đàn-nhớt, nhưng do hầu hết trong các loại polymer các hệ số giản nở nhiệt độc lập với nhiệt độ chuyển tiếp của thủy tinh, T_g, nên ở đây ta bỏ qua tính đàn-nhớt của hệ số giản nở nhiệt.

Một cách tương tự, mô đun thể tích là hàm đàn-nhớt tương đối yếu, và thông thường được thừa nhận là hằng. Từ đó để thuận tiện, ta biểu diễn hệ số Poisson theo mô đun thể tích hằng, K_r, bằng cách sử dụng mối liên hệ đàn hồi quen thuộc:

$$\tilde{\nu}_r = \frac{1}{2} - \frac{\tilde{E}_r}{6K_r} \tag{6.3}$$

Hắc ín được sử dụng cho việc chế tạo các loại composite hắc ín–sợi thủy tinh thường phụ thuộc nhiệt độ rất mạnh. Ta cho hắc ín có mô đun chùng hướng bán kính là một hàm mũ theo nhiệt độ trên T_g [3].

$$E_r(\xi) = \frac{E_g - E_e}{\left[1 + \xi/\tau_0\right]^n} + E_e \tag{6.4}$$

với mũ n = 0,3, thời gian hằng τ_0, mô đun thời gian ngắn E_g = 3555 MPa và mô đun cân bằng trong thời gian dài E_e = 71,1 MPa. Với nhiệt độ dưới T_g, chúng ta cho $E_r(\xi) \equiv E_g$.

Mô đun tính toán được xác định theo công thức:

$$\tilde{E}_r(p) \equiv p\int_0^\infty e^{-p\xi} E_r(\xi)d\xi \tag{6.5}$$

Để tính $\tilde{E}_r$, ta dùng phương pháp điểm để biến đổi ngược chuỗi Dirichlet hữu hạn:

$$E_r(\xi) = \sum_{S=1}^{N'} E_S e^{-\xi/\rho_S} + E_e \tag{6.6}$$

Với E_S và ρ_S đã biết, phương trình (6.6) sẽ dẫn đến

$$\tilde{E}_r = \sum_{S=1}^{N'} \frac{pE_S}{p + 1/\rho_S} + E_e \tag{6.7}$$

Các hệ số của chuỗi (6.6) được tính toán dựa trên phương pháp điểm với các dữ liệu được cho từ phương trình (6.4). Đặc biệt chúng ta chọn các điểm ξ_S với một khoảng chia như sau:

$$\log\left(\xi_S/\tau_0\right) = -1, 0, 1, \ldots, 8$$

và chọn thời gian chùng $p_S = 2\xi_S$. Một hằng số thời gian thêm $p_S = 2x10^{-2}\tau_0$ được dùng để đánh dấu các hàm ở $\xi = 0$.

Hệ số Poisson của hắc ín đối với nhiệt độ thấp hơn T_g được xem như có giá trị $\nu_r(0) = 0.33$, từ đó ta có mođun thể tích K_r = 3484 MPa. Đối với sợi đàn hồi, chúng ta chọn E_f = 71100 MPa và $\nu_f = 0.22$.

Biến đổi Laplace ngược của phương trình (6.2) bây giờ được viết theo các hệ số vừa phân tích và nhiệt độ tức thời tổng quát:

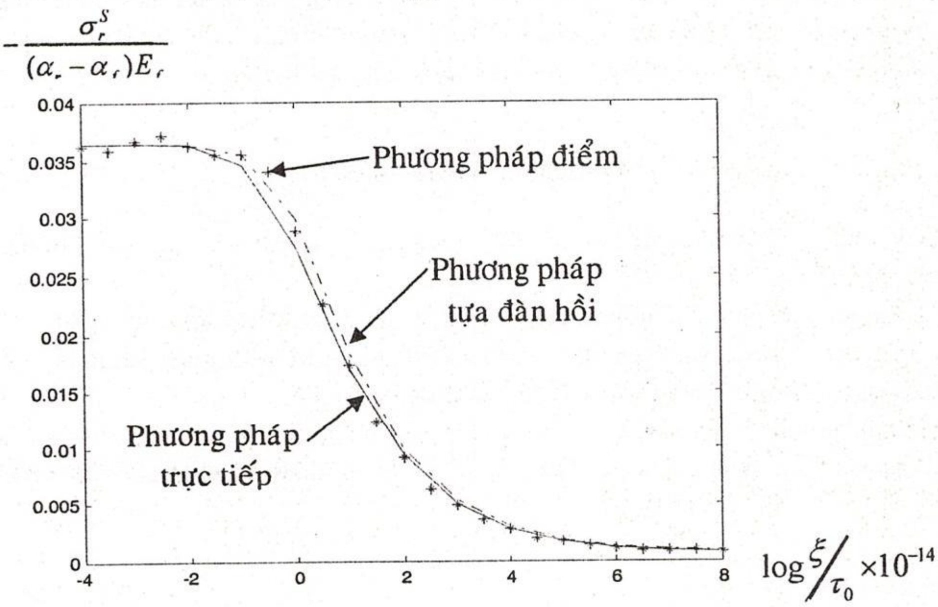
$$\sigma_r = \int_0^{\xi} \sigma_r^S(\xi - \xi') \frac{d\Delta T}{d\xi'} d\xi' \qquad (6.8)$$

trong đó $\sigma_r^S(\xi)$ là các lời giải đối với thay đổi một đơn vị nhiệt độ H(t), vì vậy:

$$p\hat{\sigma}^s = \frac{(\alpha_r - \alpha_f)\widetilde{E}E_f}{1.1x10^3 - 2.4\widetilde{E}} \qquad (6.9)$$

Bài toán được rút gọn thành biến đổi ngược (6.9) cộng với tích phân phương trình (6.8).

Cả ba phương pháp gần đúng, phương pháp điểm, phương pháp trực tiếp và phương pháp tựa đàn hồi được sử dụng để biến đổi ngược phương trình (6.9) với kết quả được vẽ trên hình 6.1. Trong phương pháp điểm N=11 được sử dung tại các điểm $\log p\tau_0 = -8, -7, \ldots, 2$.



Hình 6.1: Ứng suất phương bán kính tại bề mặt hắc ín – sợi thủy tinh theo bước thay đổi ΔT=1

Nghiệm của phương pháp trực tiếp thu được bằng cách thay thế $p = 1/2\xi$ vào phương trình (6.9).

Nghiệm của phương pháp tựa đàn hồi được tính bằng cách thay thế phương trình (6.4) (với các hằng số đã cho) vào ứng suất đàn hồi (6.1) với $\Delta T = 1.0$

Tất cả 3 nghiệm cho sự tương ứng tốt trên toàn bộ miền biến thiên, và ta không thể phân biệt sự chênh lệch giữa nghiệm của phương pháp điểm và nghiệm tựa đàn hồi khi $\log\left(\xi/\tau_0\right) > 1.0$.

Để tính toán ứng suất cho một lịch sử nhiệt độ cụ thể $\Delta T = \Delta T(t)$, ta đem vào mối liên hệ giữa thời gian thực và thời gian suy dẫn (2.2), và thay thế $\left(\frac{d\Delta T}{d\xi'}\right)d\xi'$ bằng $\left(\frac{d\Delta T}{d\tau}\right)d\tau$ trong (6.8).

Hệ số "nhiệt lưu" $a_T = a_T(T)$ được chọn dưới dạng hàm mũ [3]

$$a_T = \left[{(T_0 - T_a)}/{(T - T_a)} \right]^m \qquad T > T_g > T_a \tag{6.10}$$

trong đó T_a và m là các hằng số vật liệu, và T_0 là nhiệt độ tham chiếu tương ứng $a_T = 1$. Theo các số liệu thực nghiệm, m = 15 và T_a thấp hơn vài độ so với nhiệt độ chuyển tiếp của thủy tinh T_g.

ALGORITHM OF APPROXIMATE METHODS OF LAPLACE TRANSFORM INVERSION ANALYSING THERMAL-STRESS IN VISCO-ELASTIC COMPOSITE MATERIALS

Ngo Thanh Phong
Faculty of Mathematics and Informatics, University of Natural Sciences – VNU-HCM

ABSTRACT: *The paper presents the algorithm of approximate methods analysing thermal-stress in the thermorheologially* simple *materials. The Laplace transforme is taken with respect to reduced time. Three approximate methods are applied. The solution included the reduced time. The thermo-viscoelastic solution is given by replacing the reduced time by the real time.*

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] A.B.Bugakov, *Chảy chậm của các vật liệu composit, lý thuyết và ứng dụng* (tiếng Nga), Nauka, Matxcova, 1973.

[2] Yu.N.Rabotnov, Elements of Hereditary solid Mechanics, Mir, Moscow, 1980.

[3] R.A. Schapery, Stress Analysis of Viscoelastic Composite Materials, Volume 2, Edited by G.P. Sendeckyj, Academic Press, New York and London, 1974.

[4] Ngô Thành Phong, *Phương pháp gần đúng giải bài toán biên trong vật liệu composite đàn-nhớt*, Tạp chí phát triển khoa học công nghệ- ĐHQG–Tp.HCM, tập 6, 9&10/2003.