VỀ MỘT BÀI TOÁN XÁC ĐỊNH DỊ VẬT VỚI MIỀN ĐA LIÊN TRONG TRỌNG LỰC HỌC

Đặng Đình Áng[(1)], Đinh Ngọc Thanh[(1)] và Chu Văn Thọ[(2)]
[(1)]Trường ĐH Khoa học Tự nhiên – ĐHQG-HCM, [(2)] Trường ĐH Y Dược Tp. HCM
(Bài nhận ngày 28 tháng 10 năm 2002)

TÓM TẮT: *Trong bài báo này chúng tôi xét bài toán xác định dạng của một vật thể có hình dạng là một miền đa liên bên trong trái đất, có tỉ trọng khác với tỉ trọng của môi trường xung quanh.*
Với mô hình phẳng của trái đất, bài toán qui về việc tìm một miền trong nửa mặt phẳng $z \leq H$, $H > 0$, biểu thị bởi:

$$\Omega = \{\ (x,z): \sigma_0(x) \leq z \leq \sigma_1(x)\ ,\ \ 0 \leq x \leq 1\ ;\ \ \sigma_0(x) \leq z \leq \sigma_2(x)\ ,\ \ 2 \leq x \leq 3\ \}$$

trong đó σ_0 được cho trước và σ_1, σ_2 thỏa một phương trình tích phân phi tuyến.
Tính duy nhất nghiệm được chứng minh. Phương trình tích phân phi tuyến được xấp xỉ bằng một bài toán momen. Nghiệm của bài toán momen được chỉnh hóa bằng phương pháp Tikhonov.

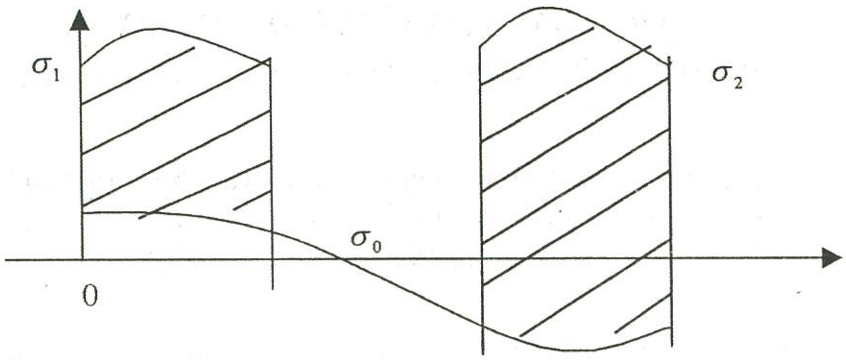
I. Giới thiệu:

Xác định dạng của một vật thể bên trong trái đất, tỉ trọng của vật thể khác với tỉ trọng của môi trường xung quanh, là bài toán ứng dụng căn bản của vật lý địa cầu. Các phương pháp của trọng lực học được dùng để giải quyết bài toán này. Các phương pháp này bao gồm các đo đạc về dị thường trọng lực được tạo ra trên mặt bởi sự khác nhau về tỉ trọng.
Công thức toán của bài toán này được tìm ra bởi Tikhonov và Asenin (xem [6]). Bài toán chứng minh nghiệm duy nhất được công bố trong [1], [2], [3], [4] và [5].
Trong bài báo này, chúng tôi xét bài toán 2 chiều và dùng gradien trọng lực (xem [7]).
Coi trái đất được biểu thị bởi nửa mặt phẳng (x; z) với $-\infty < z \leq H$, $H > 0$. Vật thể Ω được biểu thị bởi:

$$\Omega = \{\ (x,z): \sigma_0(x) \leq z \leq \sigma_1(x)\ ,\ \ 0 \leq x \leq 1\ ;\ \ \sigma_0(x) \leq z \leq \sigma_2(x)\ ,\ \ 2 \leq x \leq 3\ \}$$

trong đó $\sigma_0: [0, 3] \to \mathrm{IR}$; $\sigma_1: [0, 1] \to \mathrm{IR}$ và $\sigma_2: [2, 3] \to \mathrm{IR}$ là các hàm có đạo hàm liên tục từng mãnh và thỏa :

$$\begin{cases} \sigma_0(x) \leq \alpha < H\ ,\ \ 0 \leq x \leq 3 \\ \sigma_0(x) < \sigma_1(x) \leq \alpha < H\ ,\ \ 0 < x < 1 \\ \sigma_0(x) < \sigma_2(x) \leq \alpha < H\ ,\ \ 2 < x < 3 \qquad (\ \alpha > 0 \text{ không đổi })\ . \\ \sigma_0(0) \leq \sigma_1(0)\ ;\ \ \sigma_0(1) \leq \sigma_1(1) \\ \sigma_0(2) \leq \sigma_2(2)\ ;\ \ \sigma_0(3) \leq \sigma_2(3) \end{cases}$$



II. Phát biểu bài toán:

Gọi ρ_1 là tỉ trọng của Ω, ρ_2 là tỉ trọng của môi trường chung quanh Ω. Tỉ trọng tương đối của Ω là $\rho = \rho_1 - \rho_2$.

Cho $\rho(x) = \rho(x, z) > 0$ với mọi (x; z) trong Ω.

Ký hiệu U = U(x, z) là thế trọng lực được tạo ra bởi Ω.

Ta có:
$$U(x, z) = -\frac{1}{2\pi}\int_{\Omega}\rho(\xi)\ln\left[(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2\right]dv \tag{1}$$

Dị thường trọng lực được tạo ra bởi Ω là:
$$-\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{\pi}\int_{\Omega}\rho(\xi)\frac{z-\zeta}{(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2}\,dv \tag{2}$$

Gradient trọng lực được tạo ra bởi Ω là:
$$-\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -\frac{1}{\pi}\int_{\Omega}\rho(\xi)\frac{\partial}{\partial\zeta}\left(\frac{z-\zeta}{(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2}\right)dv =$$
$$= -\frac{1}{\pi}\int_0^1\int_{\sigma_0(\xi)}^{\sigma_1(\xi)}\rho(\xi)\frac{\partial}{\partial\zeta}\left(\frac{z-\zeta}{(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2}\right)d\xi d\zeta - \frac{1}{\pi}\int_2^3\int_{\sigma_0(\xi)}^{\sigma_2(\xi)}\rho(\xi)\frac{\partial}{\partial\zeta}\left(\frac{z-\zeta}{(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2}\right)d\xi d\zeta$$
$$= -\frac{1}{\pi}\left[\int_0^1\rho(\xi)\frac{z-\sigma_1(\xi)}{(x-\xi)^2+(z-\sigma_1(\xi))^2}d\xi - \int_0^1\rho(\xi)\frac{z-\sigma_0(\xi)}{(x-\xi)^2+(z-\sigma_0(\xi))^2}d\xi\right]$$
$$-\frac{1}{\pi}\left[\int_2^3\rho(\xi)\frac{z-\sigma_2(\xi)}{(x-\xi)^2+(z-\sigma_2(\xi))^2}d\xi - \int_2^3\rho(\xi)\frac{z-\sigma_0(\xi)}{(x-\xi)^2+(z-\sigma_0(\xi))^2}d\xi\right]$$

Suy ra gradient trọng lực được tạo ra bởi Ω trên mặt $z = H$ là:
$$-\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}(x,H) = -\frac{1}{\pi}\left[\int_0^1\rho(\xi)\frac{H-\sigma_1(\xi)}{(x-\xi)^2+(H-\sigma_1(\xi))^2}d\xi - \int_0^1\rho(\xi)\frac{H-\sigma_0(\xi)}{(x-\xi)^2+(H-\sigma_0(\xi))^2}d\xi\right]$$
$$-\frac{1}{\pi}\left[\int_2^3\rho(\xi)\frac{H-\sigma_2(\xi)}{(x-\xi)^2+(H-\sigma_2(\xi))^2}d\xi - \int_2^3\rho(\xi)\frac{H-\sigma_0(\xi)}{(x-\xi)^2+(H-\sigma_0(\xi))^2}d\xi\right]$$

Gọi $f_0(x)$ là gradient trọng lực được tạo ra bởi Ω trên mặt $z = H$.

Ta có phương trình:
$$\int_0^1\rho(\xi)\frac{H-\sigma_1(\xi)}{(x-\xi)^2+(H-\sigma_1(\xi))^2}d\xi + \int_2^3\rho(\xi)\frac{H-\sigma_2(\xi)}{(x-\xi)^2+(H-\sigma_2(\xi))^2}d\xi = f(x) \tag{3}$$

trong đó:

$$f(x) = -\pi f_o(x) + \int_0^1 \rho(\xi)\frac{H-\sigma_0(\xi)}{(x-\xi)^2+(H-\sigma_0(\xi))^2}d\xi + \int_2^3 \rho(\xi)\frac{H-\sigma_0(\xi)}{(x-\xi)^2+(H-\sigma_0(\xi))^2}d\xi$$

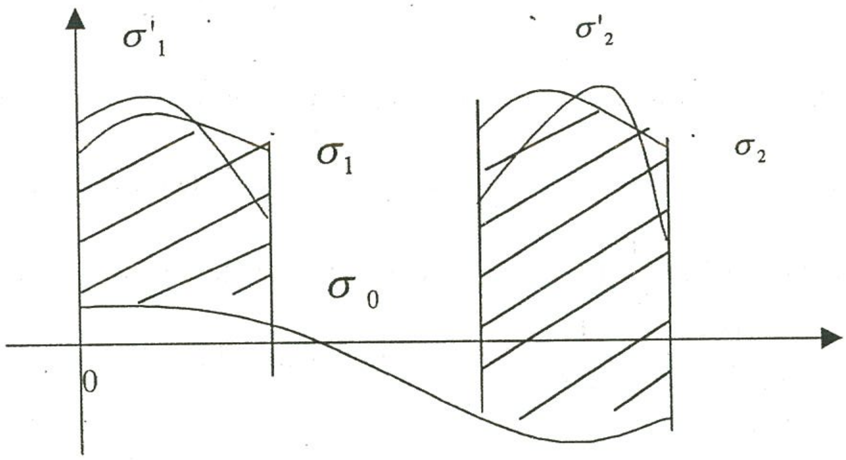
Bài toán là xác định ($\sigma_1(x)$; $\sigma_2(x)$) từ phương trình (3) khi $\sigma_0(x)$ và $\rho(x)$ đã biết.

III. Định lý về sự duy nhất nghiệm:

Phương trình (3) nhận nhiều lắm là một nghiệm ($\sigma_1(x)$; $\sigma_2(x)$) thỏa:

$$\begin{cases} \sigma_0(x) < \sigma_1(x) \le \alpha < H \;,\; 0 < x < 1 \\ \sigma_0(x) < \sigma_2(x) \le \alpha < H \;,\; 2 < x < 3 \\ \sigma_0(0) \le \sigma_1(0) \;;\; \sigma_0(1) \le \sigma_1(1) \\ \sigma_0(2) \le \sigma_2(2) \;;\; \sigma_0(3) \le \sigma_2(3) \end{cases}$$

Chứng minh:



Gọi ($\sigma_1(x)$; $\sigma_2(x)$) và ($\sigma_1'(x)$; $\sigma_2'(x)$) là 2 nghiệm của (3) .

Đặt $$F(x, z) = \int_\Omega \rho(\xi)\ell n\left[(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2\right]dv - \int_{\Omega'} \rho(\xi)\ell n\left[(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2\right]dv$$

Ta có: $$\frac{\partial F}{\partial z}(x,z) = \int_\Omega \rho(\xi)\frac{2(z-\zeta)}{(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2}dv - \int_{\Omega'} \rho(\xi)\frac{2(z-\zeta)}{(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2}dv$$

$$= -\int_\Omega \rho(\xi)\frac{\partial}{\partial\zeta}\ell n\left[(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2\right]dv + \int_{\Omega'} \rho(\xi)\frac{\partial}{\partial\zeta}\ell n\left[(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2\right]dv$$

$$= -\int_0^1 \rho(\xi)\ell n\left[(x-\xi)^2+(z-\sigma_1(\xi))^2\right]d\xi - \int_2^3 \rho(\xi)\ell n\left[(x-\xi)^2+(z-\sigma_2(\xi))^2\right]d\xi$$

$$+\int_0^1 \rho(\xi)\ell n\left[(x-\xi)^2+(z-\sigma_1'(\xi))^2\right]d\xi + \int_2^3 \rho(\xi)\ell n\left[(x-\xi)^2+(z-\sigma'_2(\xi))^2\right]d\xi$$

$$= \int_0^1 \rho(\xi)\ell n\frac{(x-\xi)^2+(z-\sigma'_1(\xi))^2}{(x-\xi)^2+(z-\sigma_1(\xi))^2}d\xi + \int_2^3 \rho(\xi)\ell n\frac{(x-\xi)^2+(z-\sigma'_2(\xi))^2}{(x-\xi)^2+(z-\sigma_2(\xi))^2}d\xi$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}(x,z) = -\int_0^1 \rho(\xi)\frac{2(z-\sigma_1(\xi))}{(x-\xi)^2+(z-\sigma_1(\xi))^2}d\xi - \int_2^3 \rho(\xi)\frac{2(z-\sigma_2(\xi))}{(x-\xi)^2+(z-\sigma_2(\xi))^2}d\xi$$

$$+\int_0^1 \rho(\xi)\frac{2(z-\sigma'_1(\xi))}{(x-\xi)^2+(z-\sigma'_1(\xi))^2}d\xi + \int_2^3 \rho(\xi)\frac{2(z-\sigma'_2(\xi))}{(x-\xi)^2+(z-\sigma'_2(\xi))^2}d\xi$$

$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}$ (x, z) là hàm điều hòa trên $\mathbb{R}^2 \setminus (S \cup S')$, trong đó $S = \partial\Omega \setminus S_o$ và $S' = \partial\Omega' \setminus S_o$,

với $S_o = \{(x; z) : z = \sigma_0(x) \ , \ 0 \le x \le 1 \ V \ 2 \le x \le 3\}$.

Ta có: $\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}$ (x, z) $\to 0$ khi $z \to \infty$ và $\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}$ (x, H) = 0 với mọi x .

Suy ra: $\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}(x, z) = 0 \ \forall z \ge H, \forall x \ \Rightarrow \ \frac{\partial F}{\partial z}(x, z) = \lambda(x) \ \forall z \ge H, \forall x.$

Do $\frac{\partial F}{\partial z}$ (x, z) là hàm điều hòa trên $\mathbb{R}^2 \setminus (S \cup S')$ nên $\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)(x, z) = \lambda''(x) = 0 \ \forall z \ge H,$ $\forall x$.

Suy ra λ (x) là hàm tuyến tính theo x . Do $\lim_{x\to\infty} \lambda(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{\partial F}{\partial z}(x, z) = 0$ nên $\lambda(x) \equiv 0$.

Suy ra: $\frac{\partial F}{\partial z}(x, z) = 0 \ \forall z \ge H, \forall x$. Do đó : $F(x, z) = \gamma(x) \ \forall z \ge H, \forall x$.

Do F(x, z) điều hòa nên $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}(x, z) = \gamma''(x) = 0 \ \forall z \ge H$. Suy ra γ (x) tuyến tính theo x.

Mặt khác : $\frac{\gamma(x)}{\ell n(x^2+z^2)} = \frac{F(x,z)}{\ell n(x^2+z^2)}$ có giới hạn hữu hạn khi $x \to \infty$ nên $\gamma(x)$ phải hàm hằng .

Do $\frac{\partial F}{\partial z}$(x, z) là hàm điều hòa trên $\mathbb{R}^2 \setminus (S \cup S')$ nên khi $\frac{\partial F}{\partial z}(x, z) = 0 \ \forall z \ge H$ thì $\frac{\partial F}{\partial z}(x,z) = 0$ trên thành phần liên thông không bị chặn K của $\mathbb{R}^2 \setminus (S \cup S')$.

Do $\frac{\partial F}{\partial z}$ liên tục trên $\mathbb{R}^2$ nên $\frac{\partial F}{\partial z} = 0$ trên ∂K . Suy ra $\frac{\partial F}{\partial z}(x, z) = 0$ trên $S \cup S'$ vì $(S \cup S') \subset \partial K$.

Gọi ω là một thành phần liên thông bị chặn của $\mathbb{R}^2 \setminus (S \cup S')$. Ta có $\partial\omega \subset (S \cup S')$ và do đó

$\frac{\partial F}{\partial z}(x, z) = 0$ trên $\partial\omega$. Do nguyên lý cực đại của hàm điều hòa, ta suy ra $\frac{\partial F}{\partial z}(x, z) = 0$ trên ω .

Suy ra $\frac{\partial F}{\partial z}(x, z) = 0$ trên R^2 và do đó $F(x, z) = \partial(x)$ trên R^2 . Suy ra: $\partial(x) = \gamma(x)$ = hằng $\forall x$.

Như vậy : $F(x, z) = \int_{\mathbb{R}^2} \rho(\xi)(1_\Omega - 1_{\Omega'})(\xi,\zeta)\ell n[(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2]dv$ = const trên R^2

Suy ra : $\Delta F = 4\pi\rho(x)(1_\Omega - 1_{\Omega'})(x, z) = 0$ trên $\mathbb{R}^2$.

Suy ra : $(1_\Omega - 1_{\Omega'})(x, z) = 0$ trên $\mathbb{R}^2$. Nghĩa là : $\Omega \equiv \Omega'$. Vậy $\sigma_1 \equiv \sigma_1'$, $\sigma_2 \equiv \sigma_2'$.

IV. Xấp xỉ phương trình (3) bài toán momen :

Bài toán xác định dạng của vật thể có tỉ trọng không thuần nhất là bài toán không chỉnh.

Với M > 0 khá lớn và $n \in \mathbb{N}$; $n \geq 1$, ta có khai triển sau:

$$\frac{\rho(\xi)(H-\sigma_1(\xi))}{(M+n+\xi)^2+(H-\sigma_1(\xi))^2}=\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{\rho(\xi)(H-\sigma_1(\xi))^{2k-1}}{(M+n+\xi)^{2k}}$$

$$\frac{\rho(\xi)(H-\sigma_2(\xi))}{(M+n+\xi)^2+(H-\sigma_2(\xi))^2}=\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{\rho(\xi)(H-\sigma_2(\xi))^{2k-1}}{(M+n+\xi)^{2k}}$$

Xấp xỉ :

$$\frac{\rho(\xi)(H-\sigma_1(\xi))}{(M+n+\xi)^2+(H-\sigma_1(\xi))^2}\approx\frac{\rho(\xi)(H-\sigma_1(\xi))}{(M+n+\xi)^2}$$

$$\frac{\rho(\xi)(H-\sigma_2(\xi))}{(M+n+\xi)^2+(H-\sigma_2(\xi))^2}\approx\frac{\rho(\xi)(H-\sigma_2(\xi))}{(M+n+\xi)^2}$$

Phương trình (3) được xấp xỉ bằng phương trình sau :

$$\int_0^1\frac{\rho(\xi)(H-\sigma_1(\xi))}{(M+n+\xi)^2}d\xi+\int_2^3\frac{\rho(\xi)(H-\sigma_2(\xi))}{(M+n+\xi)^2}d\xi = f(-M-n) = \mu_n \quad (n \in N)$$

(4)

V. Chứng minh phương trình (4) có nghiệm duy nhất:

<u>Định lý 2</u>:

Phương trình (4) nhận nhiều lắm là một nghiệm $(\sigma_1(x);\sigma_2(x))$ thoả

$$\begin{cases}\sigma_0(x)<\sigma_1(x)\leq\alpha<H\ ,\ 0<x<1\\ \sigma_0(x)<\sigma_2(x)\leq\alpha<H\ ,\ 2<x<3\\ \sigma_0(0)\leq\sigma_1(0)\ ;\ \sigma_0(1)\leq\sigma_1(1)\\ \sigma_0(2)\leq\sigma_2(2)\ ;\ \sigma_0(3)\leq\sigma_2(3)\end{cases}$$

Chứng minh:

Đặt :

$$\varphi(\xi)=\begin{cases}\rho(\xi)(H-\sigma_1(\xi)) & (0\leq\xi\leq1)\\ \rho(\xi)(H-\sigma_2(\xi)) & (2\leq\xi\leq3)\\ 0 & (\xi\in(1,2)\cup(3,\infty))\end{cases}$$

trong đó :

$$\begin{cases}\sigma_0(x)<\sigma_1(x)\leq\alpha<H\ ,\ 0<x<1\\ \sigma_0(x)<\sigma_2(x)\leq\alpha<H\ ,\ 2<x<3\\ \sigma_0(0)\leq\sigma_1(0)\ ;\ \sigma_0(1)\leq\sigma_1(1)\\ \sigma_0(2)\leq\sigma_2(2)\ ;\ \sigma_0(3)\leq\sigma_2(3)\end{cases}$$

Phương trình (4) trở thành phương trình moment tuyến tính sau :

$$\int_0^{\infty}\frac{\varphi(\xi)}{(M+n+\xi)^2}d\xi = f(-M-n) = \mu_n \quad (n \in N) \qquad (5)$$

Chỉ cần chứng minh rằng: nếu $\int_0^\infty \frac{\varphi(\xi)}{(M+n+\xi)^2}d\xi = 0,\ \forall n \in N$ thì $\varphi \equiv 0$ trên $[0, \infty)$.

Ta có: $\int_0^\infty \frac{\rho(\xi)}{(x+\xi)^2}d\zeta = \int_0^\infty e^{-xt}.\left(\int_0^\infty t.e^{-t\xi}\varphi(\xi)d\zeta\right)dt = \hat{\psi}(x)$

Chú thích: $\int_0^\infty e^{-xt}.\left(\int_0^\infty t.e^{-t\xi}\varphi(\xi)d\zeta\right)dt = \hat{\psi}(x)$ là biến đổi Laplace của $\psi(t) = \int_0^\infty te^{-t\xi}\varphi(\xi)d\zeta$.

Do $\hat{\psi}(M+n) = 0,\ \forall n \in N$ nên $\psi \equiv 0$. Suy ra: $\varphi \equiv 0$.

VI. Chỉnh hóa nghiệm của phương trình (4) :

Đặt :
$$\theta(\xi) = \begin{cases} \rho(\xi)(H-\sigma_1(\xi)) & (0 \le \xi \le 1) \\ \rho(\xi)(H-\sigma_2(\xi)) & (2 \le \xi \le 3) \\ 0 & (\xi \in (1,2)) \end{cases}$$

Phương trình (4) trở thành phương trình :

$$\int_0^3 \frac{\theta(\xi)}{(M+n+\xi)^2}d\xi = \mu_n \qquad (n \in N)$$

(6)

Đặt: $K_n(\xi) = \frac{1}{(M+n+\xi)^2}$, $\xi \in [0, 3]$. Ta có : $K_n \in L^2(0,3)$.

$$A\theta = \left(\int_0^3 \theta(\xi)\frac{K_n(\xi)}{2^n \| K_n \|_{L^2}}d\xi\right)_{n\in N} = \left(\int_0^3 \theta(\xi).\overline{K}_n(\xi)d\xi\right)_{n\in N} = \left(\left\langle \theta, \overline{K}_n\right\rangle_{L^2(0,3)}\right)_{n\in N}$$

$$\mu = \left(\frac{\mu_n}{2^n \| K_n \|_{L^2}}\right)_{n\in N} = \left(\frac{f(-M-n)}{2^n \| K_n \|_{L^2}}\right)_{n\in N} \quad \text{với} \quad \begin{cases} \overline{K_n}(\xi) = \frac{K_n(\xi)}{2^n \| K_n \|_{L^2}} \\ \text{và } \| \overline{K}_n \|_{L^2} = 2^{-n} \end{cases}$$

Phương trình (6) được viết lại dưới dạng phương trình:

$$A\theta = \mu \qquad (7)$$

trong đó : A là toán tử tuyến tính liên tục từ $L^2(0,3)$ vào l^2.

(l^2 : không gian các dãy số thực $(a_n)_{n\in N}$ sao cho $\sum(a_n)^2 < \infty$)

Giả sử :

$|\mu - \mu_o|_{l^2} < \varepsilon$ (μ_0 là giá trị chính xác ; μ là giá trị đo được)

Xét phương trình : $\varepsilon\theta_\varepsilon + A^* A\theta_\varepsilon = A^* \mu$

(8)

Từ (8) , với $\beta > 0$, ta có phương trình : $\varepsilon\theta_\varepsilon + \beta\theta_\varepsilon = \beta I\theta_\varepsilon - A^*A\theta_\varepsilon + A^*\mu$

(9)

(I là ánh xạ đồng nhất từ $L^2(0,3) \to L^2(0,3)$)

Từ (9) suy ra phương trình : $\theta_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon+\beta}(\beta I - A^*A)\theta_\varepsilon + \frac{1}{\varepsilon+\beta}A^*\mu$

(10)

Chọn $\beta > 0$ sao cho : $\left\|\frac{\beta I - A^*A}{\varepsilon+\beta}\right\| < 1$ thì : $f(\theta) = \frac{1}{\varepsilon+\beta}(\beta I - A^*A)\,\theta + \frac{1}{\varepsilon+\beta}A^*\mu$

là ánh xạ co từ $L^2(0,3)$ vào $L^2(0,3)$.

Khi đó phương trình (10) có nghiệm duy nhất $\theta_o = \lim_{k\to\infty} f^k(\theta)$ $\forall\theta \in L^2(0,3)$,

trong đó $f^{k+1}(\theta) = f^k(f(\theta))$.

ON THE PROBLEM OF DETERMINATION OF MASS INHOMOGENEITY WITH MULTI - CONNECTED DOMAIN IN GRAVIMETRY

Dang Dinh Ang, Dinh Ngoc Thanh & Chu Van Tho

ABSTRACT: In this paper, we consider the problem of determining the shape of an object in the interior of the Earth, the density of which differs from that of the surrounding medium .Consider the flat earth model, the problem is that of finding a domain in the half plane z ≤ H, H > 0, represented by :

$$\Omega = \{\ (x,z) : \sigma_0(x) \le z \le \sigma_1(x)\ ,\ 0 \le x \le 1\ ;\ \sigma_0(x) \le z \le \sigma_2(x)\ ,\ 2 \le x \le 3\ \}$$

Where σ_0 is given and σ_1 ,σ_2 satisfies a non linear integrl equation of the first kind . Uniqeness is proved . the non linear integral is approximated by a linear moment equation . Solution of the linear moment equation is rgularized by Tikhonov method .

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] D.D.Ang , R.Gorenflo and L.K.Vy, A uniqueness theorem for nonlinear integral equation of gravimetry. Proceeding of The First World Congress of Nonlinear Analysis (Tampa, Florida,August 19-26, 1992), Walter De Gruyter Publishers (1996) , pp 2423-2430.

[2] D.D.Ang, R. Gorenflo and L.K.Vy, Regularization of a nonlinear integral equation of gravimetry. J.Inv. Ill-posed Problems, Vol.5, No. 2 (1997), pp 101-116.

[3] D.D.Ang, D.N.Thanh and V.V.Thanh , Identification of mass inhomogeneity from surface gravity anomalies. Geophysis. J. International (2000) , pp 495-498.

[4] D.D.Ang,N.V. Nhan and D.N.Thanh , A non-linear integral equation of gravimetry: uniqueness and approximation by linear moments . Vietnam Journal of Mathematics.

[5] D.N.Thanh and C.V.Tho , Determination of mass inhomogeneity from gravity anomaly measurement . University of Education HCM City - Scientific Journal ,Vol 30 , No.2 (2002), pp 44 -50 .

[6] A.N.Tikhonov and V.Y. Aresenin , Solutions of ill–posed problems .Winston, WA (1997) .

[7] W.Torge , Gravimetry. Walter De Gruyter, Utrecht, the Netherlands (1989).