TÍNH ĐỘ CAO GEOID TỪ DỊ THƯỜNG THẾ TRỌNG LỰC

Huỳnh Hữu Nghĩa, Trần Văn Nhạc, Nguyễn Thành Vấn
Bộ môn Vật lý Trái đất, Khoa Vật lý, trường Đại học Khoa học Tự nhiên – ĐHQG-HCM
(Bài nhận ngày 12 tháng 11 năm 2002, hoàn chỉnh sửa chữa 14 tháng 1 năm 2003)

TÓM TẮT: *Độ cao geoid thường được xác định qua dị thường trọng lực vệ tinh bằng chuỗi Stokes. Từ dữ liệu thế trọng lực, ta phải mất công biến đổi sang giá trị trọng lực. Dị thường trọng lực là đại lượng biến thiên với tần số cao hơn thế, có độ ổn định kém hơn thế, cho nên hợp lý hơn, ta cần xác định độ cao geoid bằng công thức Bruns, sử dụng trực tiếp dị thường thế có cùng tần số với mặt geoid. Công thức Bruns không có ứng dụng thực tế trước đây, vì không có máy đo thế. Ngày nay, thế trọng lực Trái đất, cùng trường thế bình thường của nó được xác định qua quan sát vệ tinh. Nhưng thế trọng lực bình thường qua vệ tinh không liên hệ gì tới công thức trọng lực bình thường mà các quốc gia đang sử dụng. Chúng tôi đã rút ra công thức để tính thế bình thường của trọng lực, ứng với một công thức trọng lực bình thường tuỳ ý. Nay áp dụng công thức nói trên, kết hợp với công thức Bruns, chúng tôi xác định độ cao geoid cho toàn thế giới ứng với công thức trọng lực bình thường của Cassini. Bản đồ geoid chúng tôi xây dựng phù hợp mỹ mãn với dạng khái quát quen thuộc của mặt geoid và biên độ được tăng cường về hai phá âm và dương so với các bản đồ của các tác giả khác.*

1. GIỚI THIỆU

Thế trọng lực quan sát trong không gian tại tọa độ ρ, φ, λ được biểu diễn dưới dạng chuỗi hàm cầu [10], [11] :

$$W(\rho,\varphi,\lambda) = \frac{fM}{\rho}\left[1 + \sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{R}{\rho}\right)^n (C_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\sin m\lambda)P_{nm}(\sin\varphi)\right] + \frac{\omega^2\rho^2}{3}\left[1 - P_{20}(\sin\varphi)\right] \quad (1)$$

Trong đó hệ số Stokes C_{nm}, S_{nm} được tính từ quan sát nhiễu trong quĩ đạo vệ tinh. Thế trọng lực bình thường được chọn từ các thành phần cơ bản của (1):

$$U = \frac{fM}{\rho}\left[1 + \left(\frac{R}{\rho}\right)^2 C_{20}P_{20}(\sin\varphi) + \left(\frac{R}{\rho}\right)^4 C_{40}P_{40}(\sin\varphi) + \frac{q}{2}\left(\frac{R}{\rho}\right)^{-3}\left[1 - P_{20}(\sin\varphi)\right]\right] \quad (2)$$

Phần còn lại của chuỗi (1) được gọi là dị thường thế xác định qua vệ tinh, không liên hệ gì với trường trọng lực bình thường cổ điển mà nhiều quốc gia đang sử dụng. Vấn đề là, chúng tôi muốn thế bình thường, trọng lực bình thường và Trái đất bình thường (normal Earth) là spheroid phải cùng một hệ thống đang sử dụng. Trong bài báo [8], chúng tôi đã đưa ra công thức thế bình thường dạng (2) nhưng với các tham số C'_{20}, C'_{40}, q, fM, R do chúng tôi xác định qua các tham số $\gamma_e, \beta_1, \beta_2, \alpha$ của một công thức trọng lực bình thường dạng cổ điển:

$$\gamma = \gamma_e\left(1 + \beta_1\sin^2\varphi - \beta_2\sin^2 2\varphi\right) \quad (3)$$

Đồng thời, chúng tôi còn xác định giá trị của thế bình thường trên bề mặt của spheroid tương ứng:

$$\begin{aligned}U_0 = \{&2\langle 21(\alpha+(1+\alpha)\beta_1)-8\beta_2\rangle[2205\langle 5(15+7\alpha)+\beta_1(85+42\alpha+(25+13\alpha)\beta_1)\rangle - \\ &84(3825+1470\alpha+2(1105+437\alpha)\beta_1)\beta_2+416(375+112\alpha)\beta_2^2]\gamma_e^2\}/ \\ &[135(35+2\alpha)^2\omega^2(105+63\beta_1-104\beta_2)]\end{aligned} \tag{4}$$

Phương trình bán kính spheroid [11] được rút ra từ phương trình $U(\rho,\varphi,\lambda) = U_0$:

$$\rho = R\,[1 + A_{00} + A_{20}P_{20}(\sin\varphi) + A_{40}P_{40}(\sin\varphi)] \tag{5}$$

Với các hệ số A_{00}, A_{20}, A_{40} chứa q, C'_{20}, C'_{40}

Gọi W và U là thế trọng lực của Trái đất và thế trọng lực bình thường quan sát tại cùng một điểm trên mặt spheroid. T – dị thường thế, còn gọi thế nhiễu, ta có tại một điểm quan sát:

$$T = W - U = \frac{fM}{\rho}\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{R}{\rho}\right)^n (Q_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\sin m\lambda)P_{nm}(\sin\varphi) \tag{6}$$

trong đó: $Q_{20} = C_{20} - C'_{20}$; $Q_{40} = C_{40} - C'_{40}$

Còn lại, khi $n \neq 2$ và $n \neq 4$ thì $Q_{nm} = C_{nm}$;

$S_{nm} = S_{nm}$. vẫn là hằng số Stokes.

Thay ρ rút từ (5) vào thế nhiễu (6), thực hiện phép tính [2], [3], ta được:

$$T = T_{00} + \sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(T_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\sin m\lambda)P_{nm}(\sin\varphi) \tag{7}$$

Với các hệ số: T_{00} , T_{20} , ..., T_{nm} , S_{nm} chứa fM, R, q, Q_{20}, C_{20}, C'_{20} , Q_{40}, C_{40}, C'_{40}

2. TÍNH TOÁN.

Công thức Bruns [11] xác định độ cao geoid tính từ mặt spheroid:

$$\zeta = \frac{T}{\gamma} \tag{8}$$

trong đó giá trị trọng lực bình thường spheroid γ theo công thức dạng hàm cầu.

$$\gamma = \frac{fM}{R^2}[1 + \gamma_{00} + \gamma_{20}P_{20}(\sin\varphi) + \gamma_{40}P_{40}(\sin\varphi)] \tag{9}$$

Thay T từ (7) và γ từ (9) trong (8), thực hiện phép tính [2], [3] ta được:

$$\zeta = E_{00} + \sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(E_{nm}\cos m\lambda + F_{nm}\sin m\lambda)P_{nm}(\sin\varphi) \tag{10}$$

trong đó:

$$\begin{aligned}E_{00} = R\Big(&\frac{1}{2}q - \frac{296}{45}q^2 + \frac{1}{2}C'_{20} - \frac{61}{60}qC'_{20} + \frac{29}{60}q^2C'_{20} - \frac{1}{4}C'^2_{20} + \frac{93}{280}qC'^2_{20} + \\ &- \frac{3}{8}C'_{40} - \frac{209}{168}qC'_{40} - \frac{1003}{504}q^2C'_{40} + \frac{15}{7}C'_{20}C'_{40} + \frac{113}{80}qC'_{20}C'_{40} \\ &- \frac{159}{160}C'^2_{20}C'_{40} - \frac{9}{32}C'^2_{40} + \frac{1}{5}Q_{20} + \frac{1}{5}qQ_{20} + \frac{2}{315}q^2Q_{20} - \frac{1}{5}C'_{20}Q_{20} \\ &- \frac{1}{35}qC'_{20}Q_{20} + \frac{87}{35}q^2C'_{20}Q_{20} + \frac{1}{35}C'^2_{20}Q_{20} - \frac{3}{20}C'_{40}Q_{20} - \frac{71}{210}qC'_{40}Q_{20} \\ &+ \frac{117}{140}C'_{20}C'_{40}Q_{20} + \frac{8}{105}qC'_{20}Q_{40} - \frac{4}{9}C'_{40}Q_{40} - \frac{4}{27}qC'_{40}Q_{40} - \frac{4}{9}C'_{20}C'_{40}Q_{40}\Big)\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
E_{20} = R\Big(& -q+\frac{1}{3}q^2-C'_{20}-\frac{1}{14}qC'_{20}+\frac{5230}{485}q^2C'_{20}-\frac{46}{7}C'^2_{20}-\frac{4420}{294}qC'^2_{20}\\
& +\frac{1351}{529}qC'_{40}-\frac{403}{3528}q^2C'_{40}+\frac{195}{98}C'_{20}C'_{40}+\frac{807}{184}qC'_{20}C'_{40}\\
& +\frac{19}{16}qC'^2_{40}+\frac{2}{7}Q_{20}+\frac{13}{21}qQ_{20}+\frac{5}{9}q^2Q_{20}+\frac{2}{7}C'_{20}Q_{20}-\frac{26}{35}qC'_{20}Q_{20}\\
& +\frac{29}{35}C'^2_{20}Q_{20}-\frac{1}{28}C'_{40}Q_{20}+\frac{8}{21}qQ_{40}-\frac{8}{99}qQ_{40}-\frac{8}{7}C'_{20}Q_{40}\Big)
\end{aligned} \tag{11}
$$

$$
\begin{aligned}
E_{40} = R\Big(& \frac{4}{5}q^2+\frac{12}{35}qC'_{20}-\frac{298}{269}q^2C'_{20}+\frac{54}{35}C'^2_{20}+\frac{1434}{2695}qC'^2_{20}-4C'_{40}\\
& -\frac{2054}{147}qC'_{40}+\frac{3870}{533}q^2C'_{40}-\frac{148}{21}C'_{20}C'_{40}-\frac{3}{8}C'^2_{40}+\frac{395}{154}qC'^2_{40}\\
& +\frac{18}{35}Q_{20}+\frac{18}{35}qQ_{20}-\frac{124}{385}q^2Q_{20}-\frac{18}{35}C'_{20}Q_{20}+\frac{222}{385}qC'_{20}Q_{20}\\
& +\frac{216}{385}C'^2_{20}Q_2-\frac{697}{770}C'_{40}Q_2+\frac{6}{5}C'_{20}C'_{40}Q_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E_{60} = \mathrm{R}\Big(& -\frac{26}{77}q^2C'^2_{20}-\frac{6}{77}qC'^2_{20}+\frac{5}{33}qC'_{40}+\frac{116}{254}q^4C'_{40}+\frac{20}{11}C'_{20}C'_{40}\\
& +\frac{267}{72}qC'_{20}C'_{40}-\frac{4}{11}q^2Q_{20}+\frac{48}{77}qC'_{20}Q_{20}+\frac{108}{77}C^{2'}_{20}Q_{20}\\
& -\frac{10}{11}C'_{40}Q_{20}-\frac{10}{33}qC'_{40}Q_{20}-\frac{76}{693}q^2Q_{40}-\frac{25}{11}C'_{20}Q_{40}\Big)
\end{aligned}
$$

$$
E_{80} = \mathrm{R}\left(-\frac{112}{429}q^2Q_{40}+\frac{112}{429}qC'_{20}Q_{40}+\frac{224}{143}C'^2_{20}Q_{40}\right)
$$

Các hệ số còn lại ngoại trừ bậc 20, 40 :

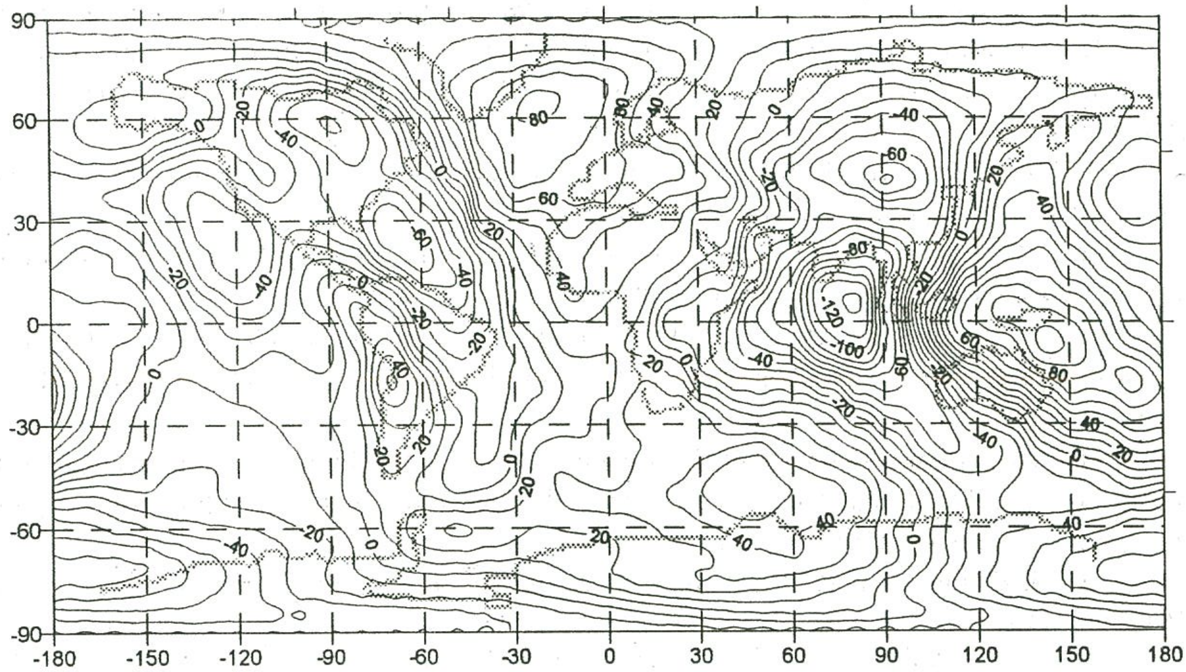
$$
E_{\mathrm{nm}} = R\left[(n-1)-\frac{n^2+n+4}{3}q\right]\mathrm{C}_{\mathrm{nm}}
$$

$$
F_{\mathrm{nm}} = R\left[(n-1)-\frac{n^2+n+4}{3}q\right]\mathrm{S}_{\mathrm{nm}}
$$

Sử dụng số liệu vệ tinh về thế trọng lực theo hệ GEM-T1 (1989) bậc 36, tính toán theo các công thức trên đây, chúng tôi nhận được độ cao geoid tính từ mặt Trái đất bình thường spheroid ứng với công thức trọng lực bình thường Cassinis.

3. NHẬN XÉT, KẾT LUẬN

Từ việc tính toán thế nhiễu, là dị thường của thế bằng hiệu của thế trọng lực biểu diễn dưới dạng chuỗi hàm cầu và thế trọng lực bình thường chứa các hằng số q, C'_{20}, C'_{40} của thế trọng lực xác định từ công thức trọng lực bình thường Cassinis, tác giả đã xác định được độ cao geoid ζ so với mặt spheroid theo công thức Bruns. Bản đồ chúng tôi xây dựng phù hợp mỹ mãn với dạng khái quát quen thuộc được biết của mặt geoid. Đặc biệt biên độ được tăng cường về hai phiá âm và dương. Ví dụ cực Nam Ấn độ, thường là –100m, nay nhận được là trên –130 m; vùng Bắc Úc thường là +80 m, nay là +102 m. Các nét cơ bản được dễ dàng nhận thấy trên bản đồ: Vùng hố âm đáng kể tại Ấn Độ Dương; Khu vực Đông Dương phần lớn là giá trị âm; Vùng có giá trị dương Nhật Bản, Philippin, Bắc Mỹ và Bắc Úc.



Bản đồ độ cao geoid
(Các đường đẳng trị cách nhau 10 m)

DETERMINATION OF THE GEOID HEIGHTS BY ANOMALIES OF POTENTIAL DEDUCED FROM A NORMAL GRAVITY FORMULA

Huynh Huu Nghia, Tran van Nhac, Nguyen Thanh Van

ABSTRACT: The geoid height – defined as the distance between surfaces of the geoid and the Earth spheroid – is usually determined by Stokes' expansion, using sattelites gravity anomalies. In this paper, we determined .the geoid heights by Bruns' formula, using anomalies of potential (perturbating potential). But the anomalies of potential provided by sattelite doesn't connected with the classical normal gravity formulae, which are using in some countries. In the previous paper [8], a method of determining the normal gravity potential from any classical normal gravity formula has been presented. Applying this formula, we have computed the perturbating potential relative to Cassinis' normal gravity formula (1930) and the geoid heights by Bruns' formula and constructed the geoid map.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Cheng M.K., Bryon D. Tapley. " *Seasonal variations in low degree zonal harmonics of Earth's gravity field from satellite laser ranging observatoin* ". *JGR vol 104, No B2, Feb 10, 1999. pp. 2667 –2681.*

[2] Đào Hữu Hồ, Nguyễn Thị Hồng Minh (2002), *Xử lý số liệu bằng thống kê toán học trên máy tính*, Nxb. Đại học Quốc Gia Hà Nội.

[3] Dương Thủy Vỹ (1999), *Phương pháp tính*, Nxb Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.

[4] Nerem R,S., Jekell C., Kaula W.M., "Gravity field determination and characteristics: Retrospective and prospective". *JGR vol 100, No B8, pp. 15,053- 15,074 Agust 10, 1995*

[5] F. Sansò, R. Rummel (1988), *Theory of Satellite Geodesy and Gravity Field Determination.* (Version). German Copyright Law.

[6] J. G. Marsh, F.J. Lerch, et al."A new gravitation Model for Earth from setellite tracking data GEM-TI" J. Geoph.Res. 1988. Vol. 93. p.6169-6215.

[7] J. G. Marsh, F.J. Lerch, D.E. Smith, S.M. Klosko, et al."GEM –TI Gravity Solution" Proceed. of the Intern. Assoc. of Geoid Simpos. Tom 1. 1987, Vancouver. P. 579-5559.

[8] Huỳnh Hữu nghĩa, Trần Văn Nhạc "Xác định thế bình thường từ một công thức trọng lực bình thường để thành lập dị thường thế". Tạp chí Phát triển khoa học công nghệ Đại học Quốc gia TP. HCM.

[9] В.С. МИРОНОВ (1972), *КУРС ГРАВИРАЗВЕДКИ*, ЛЕНИНГРАД, Издателъство "Недра", 48-61 с

[10] М. БУРША (1975), *ОСНОВЫ КОСМИЧЕСКОЙ ГЕОДЕЗИИ.* Часть II Динамическая космическая геодези. изд "Недра". Москва 250-260 с

[11] Н. П. ГРУШИНСКИЙ (1976), *ТЕОРИЯ ФИГУРЫ ЗЕМЛИ* , Москва, "Наука". 222-238 с.

[12] Б. Л. ШИМБИРЕВ, *ТЕОРИЯ ФИГУРЫ ЗЕМЛИ*, МОСКВА, "Недра" (1975).114-122 с