

ÁP DỤNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ BIÊN PHÂN TÍCH SỰ ỔN ĐỊNH MÁI DỐC BA CHIỀU (3D)

Đỗ Quang Khánh, Lê Phước Hảo

Khoa Địa Chất – Dầu Khí Trường Đại Học Bách Khoa– ĐHQG-TP.HCM
(Bài nhận ngày 11 tháng 9 năm 2002, hoàn chỉnh ngày 28 tháng 11 năm 2002)

TÓM TẮT: Phân tích ổn định mái dốc 3D có tầm quan trọng to lớn trong kỹ thuật mái dốc. Trong bài báo này phương pháp phần tử biên được trình bày và áp dụng để phân tích sự ổn định mái dốc 3D được đánh giá qua hệ số an toàn. Kết quả của bài toán áp dụng tìm được từ chương trình BEM3DSLOP của chúng tôi được so sánh với phương pháp cổ điển cho thấy độ tin cậy, khả năng và triển vọng của phương pháp này trong việc phân tích ổn định của mái dốc thực chịu tác động ở điều kiện 3D.

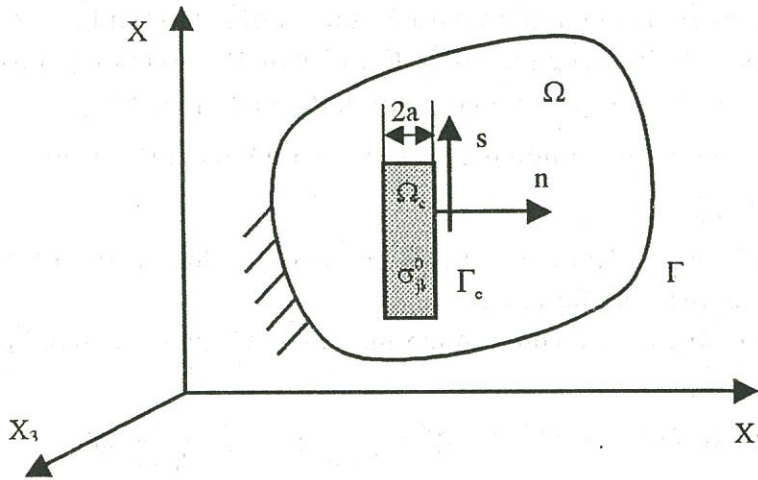
1. GIỚI THIỆU

Hiện nay đa số các phương pháp phân tích ổn định mái dốc đều xem mái dốc là hai chiều (2D), nghĩa là chấp nhận giả thiết tiết diện của mái dốc khảo sát là một phần của mái dốc thẳng dài vô hạn và bề mặt trượt vẫn phẳng. Chính sự lý tưởng hóa 2D của mái dốc có thể sẽ dẫn đến những sai số đáng kể trong việc đánh giá hệ số an toàn của mái dốc thực chịu tác động ở các điều kiện 3D. Hơn nữa, các phá hủy quan sát được thường chỉ ra các ảnh hưởng 3D là khá đáng kể trong phân tích ổn định mái dốc. Do vậy, việc áp dụng phép phân tích ổn định 2D trong những trường hợp tổng quát thường không nghiệm đúng và phép phân tích ổn định mái dốc 3D ngày càng đóng một vai trò quan trọng hơn trong kỹ thuật tính toán ổn định mái dốc.

Kể từ khi Skempton đề nghị phương pháp $\phi_u = 0$ đối với mái dốc 2D cho đến nay vẫn có rất ít các phương pháp phân tích ổn định áp dụng cho mái dốc 3D và nhìn chung có thể phân thành ba nhóm chính là: phương pháp cân bằng giới hạn, phương pháp phần tử hữu hạn và phương pháp phần tử biên. Trong số các phương pháp này, phương pháp phần tử biên với ưu điểm vượt trội đã thu hút được sự quan tâm lớn của nhiều nhà nghiên cứu trong thời gian gần đây: Do tính chất biến đổi các tích phân miền thành các tích phân biên, nhờ vậy giảm đi một kích thước của bài toán nên việc tính toán có thể thực hiện trên một bề mặt trượt cho trước tương tự như các phương pháp cân bằng giới hạn. Điều này cho phép dễ dàng đánh giá sự ổn định toàn cục của mái dốc 3D hơn so với phương pháp phần tử kiểu miền. Tuy nhiên, so với phương pháp cân bằng giới hạn nó lại nghiêm ngặt hơn vì được dựa trên cơ sở của cơ học môi trường liên tục, nghĩa là đảm bảo các điều kiện động học và cân bằng cũng như luật ứng xử của vật liệu. Ngoài ra, nó cũng không đòi hỏi bất kỳ một giả thiết nào về sự phân bố ứng suất trên bề mặt trượt như trong các phương pháp cân bằng giới hạn.

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT CỦA PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ BIÊN TRONG PHÂN TÍCH 3D

Khảo sát một vật thể đàn hồi 3D miền Ω được bao quanh bởi biên Γ . Giả sử trong miền Ω tồn tại một miền con Ω_c chịu một trường ứng suất ban đầu σ_{jk}^0 như trên hình 1.



Hình 1: Vật thể đàn hồi với sự bất liên tục

Phương trình tích phân biên chuẩn đối với chuyển vị tại điểm nguồn ξ trong miền Ω là:

$$u_i(\xi) = -\int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x) u_j(x) d\Gamma(x) + \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x) p_j(x) d\Gamma(x) + \int_{\Omega_c} \epsilon_{ijk}^*(\xi, x) \sigma_{jk}^0 d\Omega(x) \quad (1)$$

trong đó $u_{ij}^*(\xi, x)$, $p_{ij}^*(\xi, x)$ và $\epsilon_{ijk}^*(\xi, x)$ lần lượt là các lời giải cơ bản 3D đã biết đối với chuyển vị, ứng lực và biến dạng.

Miền con Ω_c có thể biến đổi thành tích phân dọc theo bề mặt trung gian Γ_c . Do vậy, phương trình trên được viết dưới dạng sau:

$$u_i(\xi) = -\int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x) u_j(x) d\Gamma(x) + \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x) p_j(x) d\Gamma(x) + \int_{\Gamma_c} u_{ijk}^*(\xi, x) \bar{q}_j^k d\Gamma(x) \quad (2)$$

trong đó kernel mới của tích phân trên Γ_c là:

$$u_{ijk}^*(\xi, x) = \frac{1}{16\pi(1-\nu)G} \left(\frac{1}{r^2} \right) \left\{ -(3-4\nu)r_k \delta_{ij} + r_i \delta_{jk} + r_j \delta_{ik} - 3r_i r_j r_k \right\} \quad (3)$$

Tương tự, bằng việc thay phương trình (2) vào định luật Hooke sau khi lấy đạo hàm phương trình chuyển vị đối với điểm nguồn, phương trình tích phân biên đối với ứng suất tại một điểm nguồn bên trong ξ sẽ có dạng sau:

$$\sigma_{im}(\xi) = -\int_{\Gamma} S_{imj}^*(\xi, x) u_j(x) d\Gamma(x) + \int_{\Gamma} D_{imj}^*(\xi, x) p_j(x) d\Gamma(x) + \int_{\Gamma_c} u_{imjk}^*(\xi, x) \bar{q}_j^k(x) d\Gamma(x) \quad (4)$$

trong đó: $S_{imj}^*(\xi, x)$, $D_{imj}^*(\xi, x)$ là các kernel ứng suất 3D đã biết và kernel mới $u_{imjk}^*(\xi, x)$ của tích phân trên Γ_c được cho bởi:

$$u_{imjk}^*(\xi, x) = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)} \left(\frac{1}{r^3} \right) \left\{ (1-2\nu) \left(\delta_{im} \delta_{jk} - \delta_{jm} \delta_{ik} - \delta_{km} \delta_{ij} \right) + 3(1-2\nu) \left(r_k r_m \delta_{ij} + r_k r_i \delta_{jm} - r_j r_k \delta_{im} \right) - 3 \left(r_i r_m \delta_{jk} + r_j r_m \delta_{ik} + r_i r_j \delta_{km} \right) + 15 r_i r_m r_j r_k \right\} \quad (5)$$

Chú ý rằng khi chiều dày của miền bất liên tục $2a$ tiến đến 0 thì các ứng suất ban đầu hay các ứng lực bề mặt tương đương phải tiến đến vô hạn để bảo toàn quá trình tiêu tán. Do vậy, đại lượng \bar{q}_j^k gọi là tensor quadrupole, phải được định nghĩa bằng tích của ứng lực bề mặt \bar{p}_j^k và chiều dày của miền bất liên tục trong hệ tọa độ địa phương của nó là:

$$\bar{q}_j^k = 2a \bar{p}_j^k \quad (6)$$

Chỉ số trên chỉ hướng pháp tuyến của bề mặt mà trên đó các ứng lực tác dụng do các ứng suất ban đầu trong miền bất liên tục.

Từ khảo sát cân bằng có thể chứng minh mối quan hệ giữa các thành phần của tensor quadrupole như sau:

$$\bar{q}_1^2 = \bar{q}_2^1, \bar{q}_1^3 = \bar{q}_3^1, \bar{q}_2^3 = \bar{q}_3^2 \text{ và } \bar{q}_2^2 = \frac{\nu}{1-\nu} \bar{q}_1^1, \bar{q}_3^3 = \frac{\nu}{1-\nu} \bar{q}_1^1 \quad (7)$$

Bằng việc rời rạc hoá các bề mặt biên và bề mặt bất liên tục thành các phần tử, các phương trình tích phân trên có thể viết lại dưới dạng ma trận như sau:

- Đối với các nút trên bề mặt biên:

$$Hu = Gp + Kq \quad (8)$$

- Đối với các điểm collocation trên bề mặt bất liên tục:

$$\sigma^e = -H'u + G'p + K'q \quad (9)$$

trong đó K và K' là các ma trận của hệ số ảnh hưởng thu được bằng việc lấy tích phân $u_{ijk}^*(\xi, x)$ và $u_{imjk}^*(\xi, x)$ tương ứng nhân với hàm gân đúng dùng trên tất cả phần tử trên bề mặt bất liên tục. Vectơ q chứa các đại lượng \bar{q}_j^k được áp dụng ở mọi điểm collocation trên bề mặt bất liên tục.

Sau khi chuyển đổi các cột giữa ma trận H và G trong phương trình (8) và thực hiện các phép toán ma trận, hệ phương trình phần tử biên trở thành:

$$Ax = F + Kq \quad (10)$$

trong đó x chứa các ẩn số biên và F là các chuyển vị hay ứng lực cho trước.

Từ phương trình (10), ta có thể dễ dàng tính được ẩn số x là:

$$x = A^{-1}F + A^{-1}Kq \quad (11)$$

Do vậy, phương trình (11) có thể được viết lại là:

$$x = M + Rq \quad (12)$$

trong đó $M = A^{-1}F$ (13)

và $R = A^{-1}K$ (14)

Tương tự, phương trình (9) có thể được biến đổi thành dạng:

$$\sigma^e = -A'x + F' + K'q \quad (15)$$

Thay thế phương trình (12) vào phương trình (15) ta có:

$$\sigma^e = N + Sq \quad (16)$$

trong đó $N = -A'A^{-1}F + F'$ (17)

là vectơ của ứng suất đàn hồi do tải tác dụng và

$$S = -A'A^{-1}K + K' \quad (18)$$

Ma trận S nhân với quadrupole không suy biến q sẽ gây ra một trường ứng suất mới như là một sự hiệu chỉnh vector ứng suất đàn hồi theo luật ứng xử của vật liệu. Bởi vì ma trận S được thiết lập từ lời giải cơ bản và đã bao hàm các điều kiện biên nên trường ứng suất mới được tạo bởi S nhân với q sẽ đảm bảo các phương trình cân bằng cũng như các điều kiện

biên của bài toán đã cho. Dựa trên đặc điểm này, giải thuật giải lặp như sau có thể được áp dụng để giải quyết các bài toán bất liên tục là:

$$\sigma^e = N \quad (\text{khởi tạo vectơ ứng suất cho lời giải đàn hồi})$$

Do

$$\{ \quad \sigma = f(\sigma^e) \quad (f(\sigma^e) \text{ là luật ứng xử của vật liệu})$$

$$\sigma^p = \sigma^e - \sigma$$

Xác định quadrupole q theo σ^p

$$\sigma^e = \sigma^e - S q$$

$$\} \text{ while } (\|\sigma^p\| > \varepsilon)$$

3. ĐÁNH GIÁ HỆ SỐ AN TOÀN CỦA MÁI DỐC

Trong kỹ thuật phân tích mái dốc, sự ổn định của mái dốc thường được đánh giá bằng một hệ số được gọi là hệ số an toàn F . Một cách tổng quát, nó được định nghĩa là tỷ số của hợp lực chống trượt (sức bền kháng trượt) trên hợp lực gây trượt (lực gây trượt).

$$F = \frac{\text{hợp lực của các lực chống trượt}}{\text{hợp lực của các lực gây trượt}}$$

Khi $F > 1$, mái dốc được xem là ổn định đối với bề mặt trượt được tính toán và không ổn định trong trường hợp ngược lại. Tuy nhiên Chowshury cũng đã cho thấy rằng biểu thức toán học tường minh của hệ số an toàn là khác nhau trong các phương pháp cân bằng giới hạn.

Ở đây, chúng ta sẽ tính toán bằng cách giả thiết rằng sức bền của vật liệu sẽ giảm dần dần và tỷ lệ để tìm ra trạng thái giới hạn mà mọi nơi trên bề mặt trượt đều trở thành chảy dẻo. Theo cách tính này, hệ số an toàn được định nghĩa như là tỷ số của giá trị gốc của sức bền vật liệu trên giá trị tương ứng với trạng thái giới hạn.

Trong trường hợp tiêu chuẩn hư hỏng của vật liệu là tiêu chuẩn Mohr-Coulomb thì giải thuật đánh giá hệ số an toàn bao gồm các bước lặp sau:

1. Tính toán lời giải đàn hồi trên bề mặt trượt cho trước
2. Khởi tạo hệ số an toàn và gán các giá trị gốc của hệ số sức bền vật liệu: đặt $F_i = 1$, $c_i = c$, $(\text{tg}\phi)_i = \text{tg}\phi$
3. Thực hiện sự phân bố lại ứng suất trên bề mặt trượt ở tất cả các điểm trên bề mặt trượt cho đến khi tiêu chuẩn bền của vật liệu được đảm bảo ở mọi nơi. Quá trình tính toán sẽ dừng khi tất cả toàn bộ bề mặt trượt chảy dẻo.
4. Gia tăng hệ số an toàn và cập nhật giá trị của các thông số sức bền vật liệu:

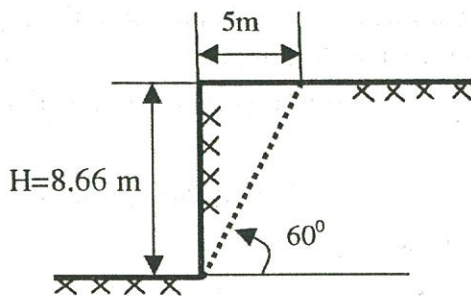
$$F_{i+1} = F_i + dF$$

$$c_{i+1} = c_i / F_{i+1}$$

$$(\text{tg}\phi)_{i+1} = (\text{tg}\phi)_i / F_{i+1}$$
5. Quay lại bước 3 cho đến khi sự mất ổn định xảy ra.

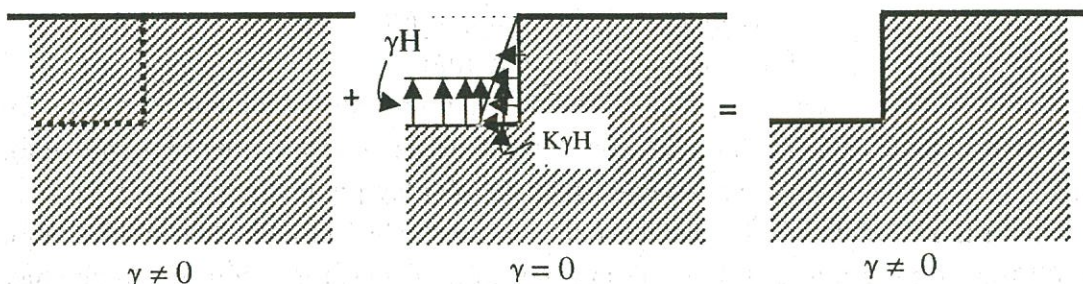
4. BÀI TOÁN ÁP DỤNG

Chúng ta tiến hành khảo sát sự ổn định của mái dốc đào thẳng đứng như hình 2.



Hình 2: Mái dốc đào thẳng đứng

Mái dốc đào có độ sâu thẳng đứng $H = 8.66$ m và bề mặt trượt có thể xảy ra là một bề mặt phẳng từ chân mái dốc nghiêng một góc 60° so với mặt phẳng nằm ngang. Thành hệ đất đá được giả thiết có hệ số Poisson $\nu = 0.3$ và môđun đàn hồi $E = 10^8 \text{ N/m}^2$. Lực dính c và góc ma sát ϕ dùng trong tiêu chuẩn bền Mohr-Coulomb tương ứng là 2.10^4 N/m^2 và 30° . Trọng lượng riêng của đất đá là $\gamma = 8.10^3 \text{ N/m}^3$. K là hệ số áp lực ngang của đất đá. Tải trọng được giải theo nguyên lý chồng chất như hình 3.



Hình 3: Lời giải của bài toán mái dốc đào theo nguyên lý chồng chất

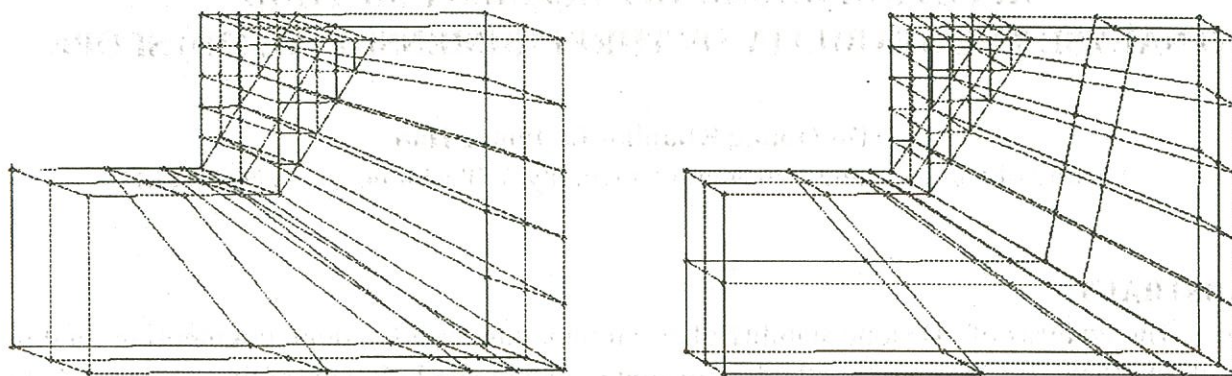
Lúc này mái dốc đào thẳng đứng sẽ được khảo sát với cấu hình 3D. Do vậy, để có thể so sánh với mái dốc 2D tương đương ở điều kiện biến dạng phẳng theo phương Oy thì chuyển vị theo phương này phải bằng không trên hai bề mặt biên vuông góc với phương này.

Chúng ta lần lượt đánh giá hệ số an toàn trên mặt trượt cho trước của mái dốc 3D theo giải thuật này được thực hiện bởi chương trình BEM3DSLOP của chúng tôi bằng cách chỉ cần rời rạc hoá các bề mặt trên biên thành các phần tử biên và mặt trượt cho trước thành các phần tử bất liên tục. Ba lưới rời rạc hoá mái dốc thẳng đứng 3D này, từ thô đến mịn, lần lượt gồm 10 phần tử bất liên tục trên mặt trượt và 98 (1176 dof), 120 (1440 dof) và 142 (1704 dof) phần tử biên như hình 4.

Các hệ số an toàn tính được từ ba lưới 3D rời rạc trên được so sánh với giá trị hệ số an toàn $F = 1.667$ tính theo phương pháp cân bằng giới hạn đối với mái dốc 2D tương đương dưới điều kiện biến dạng phẳng như sau:

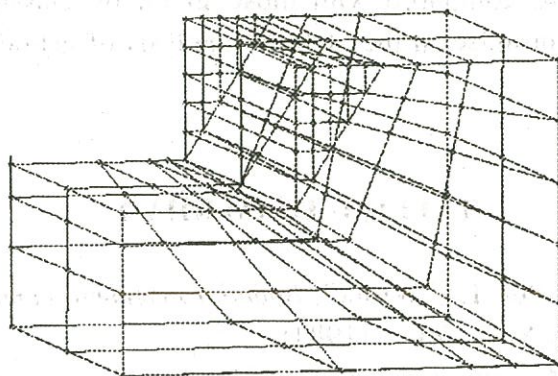
	Lưới 1	Lưới 2	Lưới 3	Tham khảo 2D
Hệ số an toàn, F	1.883	1.734	1.726	1.667
Sai số, %	9.96	4.02	3.54	

Các giá trị của hệ số an toàn của mái dốc 3D tính theo giải thuật phần tử biên đều cao hơn giá trị cho bởi phương pháp cân bằng giới hạn trong trường hợp 2D dưới điều kiện biến dạng phẳng cho thấy ảnh hưởng 3D trong phân tích ổn định mái dốc như lưu ý của nhiều công trình nghiên cứu về kỹ thuật mái dốc [7, 8, 9, 10].



a- Lưới 1: (108 phần tử)

b- Lưới 2: (152 phần tử)



c- Lưới 3: (152 phần tử)

Hình 4: Ba lưới phần tử biên của mái dốc đào thẳng đứng 3D

Sự khác biệt giữa các giá trị của hệ số an toàn so với phương pháp cân bằng giới hạn cổ điển có thể được hiểu là do tiến trình phân tích mái dốc có cấu hình 3D và không đòi hỏi bất kỳ giả thiết nào về phân bố ứng suất trên bề mặt trượt và bên trong khối mái dốc. Tuy nhiên, khi ta chọn lưới phần tử mịn thích hợp hơn thì sự khác biệt này có thể được giảm đến sai số dưới 5%, một giá trị chấp nhận được trong kỹ thuật phân tích mái dốc giữa các phương pháp.

5. KẾT LUẬN

Phương pháp phần tử biên đã được áp dụng để phân tích sự ổn định mái dốc 3D thông qua việc tính toán hệ số an toàn của mái dốc 3D đối với bề mặt trượt giả định.

Hệ số an toàn tính được bởi phần mềm BEM3DSLOP từ các lưới khảo sát của bài toán mái dốc 3D được đối chiếu với phương pháp cổ điển 2D đã chứng tỏ được sự chính xác và tin cậy trong tính toán của phần mềm chúng tôi. Mặc dù mới chỉ thông qua một bài toán áp dụng 3D đơn giản, kết quả thu được cũng đã cho thấy khả năng và triển vọng lớn lao của phương pháp này trong việc phân tích sự ổn định của các mái dốc chịu tác động ở các điều kiện 3D thực tế.

LỜI CẢM ƠN

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đối với G.S. Nguyễn Đăng Hưng - LTAS Université de Liège, Belgique đã tạo mọi điều kiện thuận lợi để thực hiện nghiên cứu này.

APPLYING BOUNDARY ELEMENT METHOD TO ANALYSE THE STABILITY OF THREE-DIMENSIONAL (3D) SLOPE

Do Quang Khanh – Le Phuoc Hao

Faculty of Geology and Petroleum University of Technology – VNU-HCM

ABSTRACT

The analysis of 3D slope stability plays an important role for slope engineering. In this work, the boundary element method is presented and applied to analyse the stability of 3D slope with the safety factor. Results of applied problem, which obtained from our BEM3DSLOP program, are compared with those given by classical method showing its confidence, potential and promise in the stability analysis of actual slopes subjected to 3D conditions.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] C. A Brebbia , J.C.F Telles, L.C Wrobel, *Boundary element techniques*, Springer- Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo (1984)
- [2] D.Q. Khanh, *Report: Construction and development of a boundary element method for three-dimensional fracture analyse program*, Liège (4/1999)
- [3] D.Q. Khanh, Y.S. Jiang, N.D. Hung., *A program of boundary element method for 3D elastic solids on PC*, p539-544, International Nha Trang's Conference (2000)
- [4] D.Q. Khanh, Y.S. Jiang, N.D. Hung., *Three-dimensional slope stability analysis by the direct boundary element method*, p819-829, Internaltional Nha Trang's Conference (2000)
- [5] D.Q. Khanh, *Report: Construction and development of a boundary element method for three-dimensional slope analyse program on PC*, Liège (4/2001)
- [6] F.S. Rocha , W.S. Venturini, *Boundary element algorithm to solve discontinuity problems*, in *Boundary Elements X*, Proceedings of the 10th International Conference. Southampton, U.K., September 1988.
- [7] G.P. Giani, *Rock slope stability analysis*, A.A Balkema-Rotterdam-Brookfield (1992)
- [8] R. N. Chowdhury, *Slope analysis*, *Developments in Geotechnical Engineering*, Vol. 22, Elsevier Science Publishing Company, Amsterdam (1978)
- [9] Y.S. Jiang, *Slope analysis using boundary elements*, *Lecture notes in Engineering*, Vol. 52, Springer-Verlag, Berlin New York London Paris Tokyo Hong Kong (1989)
- [10] W. S. Venturini, *Boundary element method in geomechanics*, Springer- Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo (1983)