

MỘT CÁCH BIỂU DIỄN CỦA TENXƠ TỔNG TRỞ TỪ TELLUA

Nguyễn Thành Ván

Khoa Vật lý, trường Đại học Khoa học Tự nhiên – Đại học Quốc gia TP.HCM

(Bài nhận ngày 11 tháng 12 năm 2002)

TÓM TẮT: Thông qua sự biến thiên của trạng thái riêng cổ điển của ma trận, người ta chỉ ra rằng có hai và chỉ có hai trạng thái phân cực mà trường điện và từ có sự phân cực giống nhau ở những hướng trực giao. Mỗi trạng thái riêng, trường điện và từ liên quan nhau bởi một đại lượng vô hướng chính là giá trị riêng cho trạng thái đó. Mỗi quan hệ vô hướng giữa các trường là hình thức xác định lời giải cho sóng điện từ ngang trong môi trường đồng nhất và vì vậy đưa ra cơ sở vật lý đầy đủ cho điện trở suất biểu kiến hơn là phương pháp gần đúng truyền thống sử dụng những số hạng ngoài đường chéo của tenxơ tổng trở quay.

Trong phương pháp từ tellua người ta quan tâm đến sự lan truyền sóng điện từ phẳng trong trái đất; sau đó đo đạc những thành phần của trường điện, trường từ và mối quan hệ tuyến tính của chúng qua tenxơ tổng trở \hat{Z} ; \hat{Z} là một ma trận phức trong vùng tần số. Giải thích các dữ liệu từ tellua là rút ra được những tham số vô hướng từ tenxơ tổng trở \hat{Z} – hàm truyền liên quan đến trường điện và trường từ quan sát được.

Các trạng thái riêng của tenxơ tổng trở là cơ sở cho phương pháp xác định các tham số như là các biểu thức khép kín, cô đọng, đầy đủ cho việc giải thích. Các ellip phân cực được xác định bởi trạng thái riêng thể hiện trong không gian thực tất cả các thông tin chứa trong tenxơ tổng trở.

TENXƠ TỔNG TRỞ KHÁNG

Phương pháp từ tellua (MT) đã được Tikhonov và Cagniard đưa ra vào đầu những năm 50 để áp dụng cho môi trường phân lớp ngang. Trong đó thành phần điện E và từ H trực giao với nhau bởi biểu thức

$$E = ZH$$

Z: Tổng trở Tikhonov – Cagniard, phản ánh giá trị của điện trở suất theo chiều sâu.

Cantwell và Berdichevsky [2] mở rộng phương pháp cho mô hình tổng quát bằng cách biểu diễn sự liên hệ giữa các thành phần của trường điện và từ qua cặp phương trình tuyến tính:

$$\vec{E} = \hat{Z}\vec{H}, \quad \text{với } \hat{Z} = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix}$$

\hat{Z} là tổng trở; với Z_{xx} , Z_{xy} , Z_{yx} và Z_{yy} là số phức

Một bước quan trọng của việc giải thích tài liệu MT là rút ra từ \hat{Z} các thông số vô hướng; các thông số này cho ta đánh giá được tính chất của môi trường khảo sát.

Sử dụng tính chất trực giao trong phương trình $\vec{E} \cdot \vec{H} = 0$ [2] giữa các trường trong lời giải của kiểu sóng TEM (Transverse electromagnetic), chúng ta xác định trạng thái riêng của tenxơ tổng trở bởi

$$\vec{E}^i = \hat{\Lambda}^i \vec{H}^i \quad (1a)$$

sao cho:
$$\vec{E}^i \cdot \vec{H}^i = 0 \quad (1b)$$

Khai triển phương trình (1b) ta được [4]:

$$\vec{E}^i \cdot \vec{H}^i = E_x^i \cdot H_x^i + E_y^i \cdot H_y^i$$

$$\vec{E}^i \cdot \vec{H}^i = \Lambda_{xx}^i H_x^{i2} + (\Lambda_{xy}^i + \Lambda_{yx}^i) H_x^i H_y^i + \Lambda_{yy}^i H_y^{i2} = 0$$

Điều kiện cần và đủ để cho phương trình trên được thỏa mãn cho trường hợp không tầm thường là $\hat{\Lambda}^i$ có dạng phản đối xứng:

$$\hat{\Lambda}^i = \begin{bmatrix} 0 & \lambda^i \\ -\lambda^i & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

và hoàn toàn trùng với dạng toán tử liên hệ hai trường của lời giải sóng TEM trong trường hợp phân cực bất kỳ trong môi trường đồng nhất

Theo trên, ta có:

$$\vec{E} = \hat{Z}\vec{H} = \hat{\Lambda}\vec{H} \quad (3)$$

thỏa mãn:

$$(\hat{Z} - \hat{\Lambda}^i) \vec{H}^i = 0$$

Giá trị riêng thu được từ phương trình đặc trưng:

$$\det(\hat{Z} - \hat{\Lambda}^i) = 0$$

Đặt: $Z_1 = (Z_{xy} - Z_{yx}) / 2 \quad (4a)$

$$Z_2 = (Z_{xx} + Z_{yy}) / 2 \quad (4b)$$

Khai triển và sử dụng phương trình (4a) chúng ta thu được phương trình:

$$\det \hat{Z} - 2Z_1 \lambda^i + \lambda^{i2} = 0$$

Với lời giải:
$$\lambda^{\pm} = Z_1 \pm \sqrt{Z_1^2 - \det \hat{Z}} \quad (5)$$

Các công thức này xác định cho giá trị riêng của \hat{Z} .

Trước khi xác định vectơ riêng \vec{E}^i và \vec{H}^i , hãy xem xét ý nghĩa hình học của phương trình (1b) và các đại lượng liên quan:

1. Z_1 và định thức của \hat{Z} đều bất biến đối với phép quay, vì thế các giá trị riêng λ^{\pm} cũng bất biến đối với quay.

2. Đối với môi trường 1-D, tenxơ tổng trở đối xứng $Z_1^2 = \det \hat{Z}$, và từ phương trình (5), $\lambda^{\pm} = Z_1$. Vì thế, trường hợp 1-D tương ứng trường hợp suy biến khi mà các giá trị riêng hoàn toàn trùng với các thành phần cơ bản truyền thống.

3. Đối với tenxơ tổng trở 2-D, ta có $\det \hat{Z} = Z_1 Z_2$ bất biến đối với phép quay. Giá trị riêng được đơn giản thành $\lambda^+ = Z_1, \lambda^- = Z_2$ là hoàn toàn trùng hợp với các thành phần cơ bản truyền thống.

Từ phương trình (3), các vectơ riêng của từ trường:

$$\vec{H}^\pm = \begin{bmatrix} \lambda^\pm - Z_{xy} \\ Z_{xx} \end{bmatrix} \quad (5a)$$

$$\vec{H}^\pm = \begin{bmatrix} -Z_{yy} \\ Z_{yx} + \lambda^\pm \end{bmatrix} \quad (5b)$$

Cả hai dạng của vectơ riêng đều tương đương với một hệ số vô hướng.

Thay \hat{H} vào phương trình (1) và sử dụng tính chất $\lambda^+ \lambda^- = \det \hat{Z}$ các vectơ riêng của điện trường:

$$\vec{E}^\pm = \begin{bmatrix} Z_{xx} \\ Z_{yx} + \lambda^\mp \end{bmatrix} \quad (6a)$$

$$\vec{E}^\pm = \begin{bmatrix} Z_{xy} - \lambda^\mp \\ Z_{yy} \end{bmatrix} \quad (6b)$$

Xác định hai cặp vectơ riêng $(\vec{H}^+, \vec{E}^+); (\vec{H}^-, \vec{E}^-)$ cho chúng ta các trạng thái phân cực của trường từ và điện.

CÁC THAM SỐ VẬT LÝ

Giá trị riêng λ^\pm thể hiện vai trò của tổng trở vô hướng Cagniard. Điện trở suất cơ bản được nhận từ các giá trị riêng:

$$\rho^\pm = \frac{1}{\omega \mu} |\lambda^\pm|^2 \quad (7)$$

Như trình bày ở trên, các đại lượng này là trùng khớp với các điện trở suất cơ bản được xác định theo các phương pháp truyền thống cho trường hợp 1-D và 2-D. Tương tự, những pha của giá trị riêng thì tương ứng với những pha của Z'_{xy} và $-Z'_{yx}$

Hướng của trục chính của ellip phân cực điện được xác định trực tiếp từ các số hạng của các vectơ riêng bởi [4]:

$$\text{tg } 2\Psi = \frac{2 \text{Re}(E_x E_y^*)}{|E_x|^2 - |E_y|^2} \quad (8)$$

Pha thay đổi với góc $\pi/2$ thì dấu tử số và mẫu số thay đổi tương ứng.

Các trục chính của ellip phân cực từ cho bởi:

$$\text{tg } 2X = \frac{2 \text{Re}(H_x H_y^*)}{|H_x|^2 - |H_y|^2} \quad (9)$$

Trường hợp 2-D, cả hai trạng thái riêng của vectơ điện trường \vec{E} phân cực tuyến tính ở các phương vuông góc nhau, được xác định bởi θ_0 (góc lệch của phương dị vật đối với

trục tọa độ). Sự khác nhau của các trạng thái riêng từ các trạng thái chuẩn của trường hợp 2-D thể hiện mức độ 3-D của tenxơ \hat{Z} .

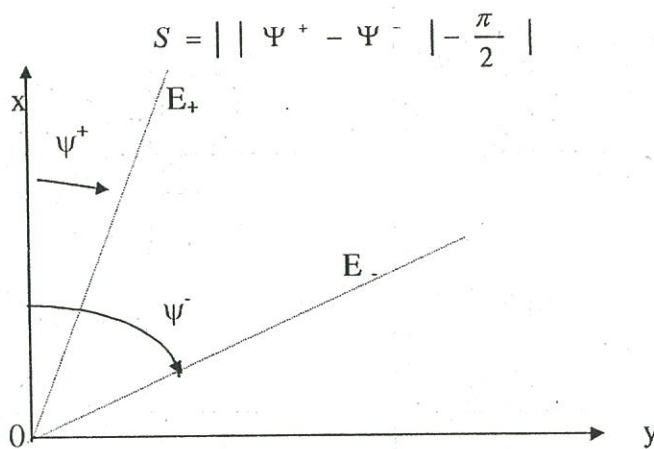
Chúng ta có thể xác định mức độ bất đồng nhất qua các tham số độ lệch mới [7]:

$$\begin{aligned} \delta^+ &= \psi^+ - \theta_0 \\ \delta^- &= \psi^- - (\theta_0 + \pi/2) \end{aligned} \quad (10)$$

Và

Dẫn đến:
$$\delta^+ - \delta^- = \Psi^+ - \Psi^- + \frac{\pi}{2}$$

Để tiện lợi có thể biểu diễn tham số độ lệch cho trường hợp này là:



Hình 1: Độ lệch S

Với ψ^\pm là hướng của trục chính của ellip phân cực được xác định trong phương trình (8).

Độ dẹt của những ellip phân cực điện cho hai trạng thái riêng [7], xác định cặp tham số 3-D.

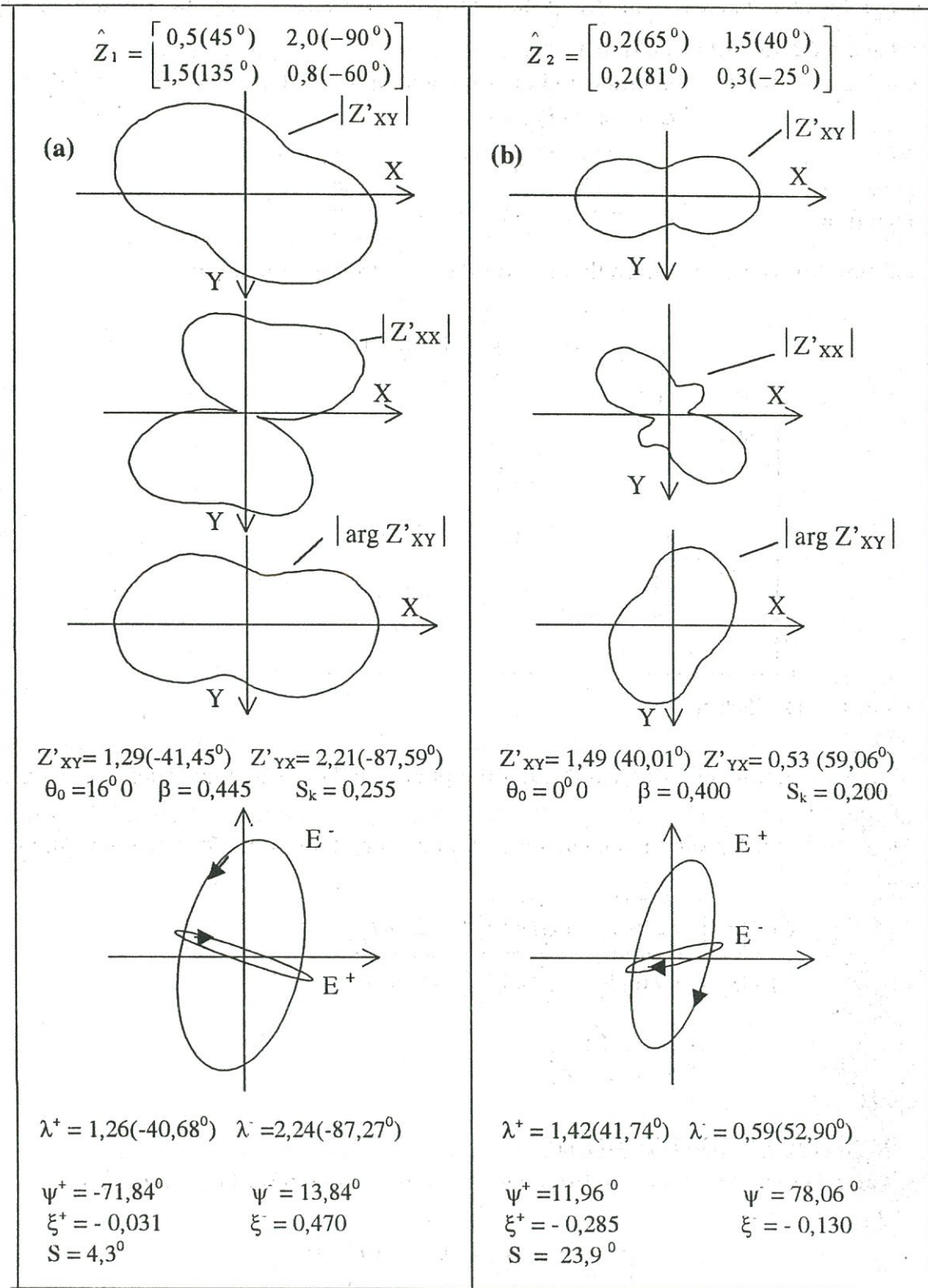
$$\begin{aligned} \zeta^\pm &= \frac{\sqrt{1 + |P_{E^\pm}|^2 + 2\text{Im}P_{E^\pm}} + \sqrt{1 + |P_{E^\pm}|^2 - 2\text{Im}P_{E^\pm}}}{\sqrt{1 + |P_{E^\pm}|^2 + 2\text{Im}P_{E^\pm}} - \sqrt{1 + |P_{E^\pm}|^2 - 2\text{Im}P_{E^\pm}}} \quad (11) \\ \text{với } P_{E^\pm} &= \frac{Z_{yy}}{\lambda_{1,2}^\pm + Z_{xx}} \end{aligned}$$

TÍNH TOÁN TRÊN TENXƠ TỔNG TRỞ

Xét trường hợp tính toán số trong việc phân tích trạng thái riêng với hai tenxơ tổng trở 3-D sau:

$$\hat{Z}_1 = \begin{bmatrix} 0,5(45^\circ) & 2,0(-90^\circ) \\ 1,5(135^\circ) & 0,8(-60^\circ) \end{bmatrix}$$

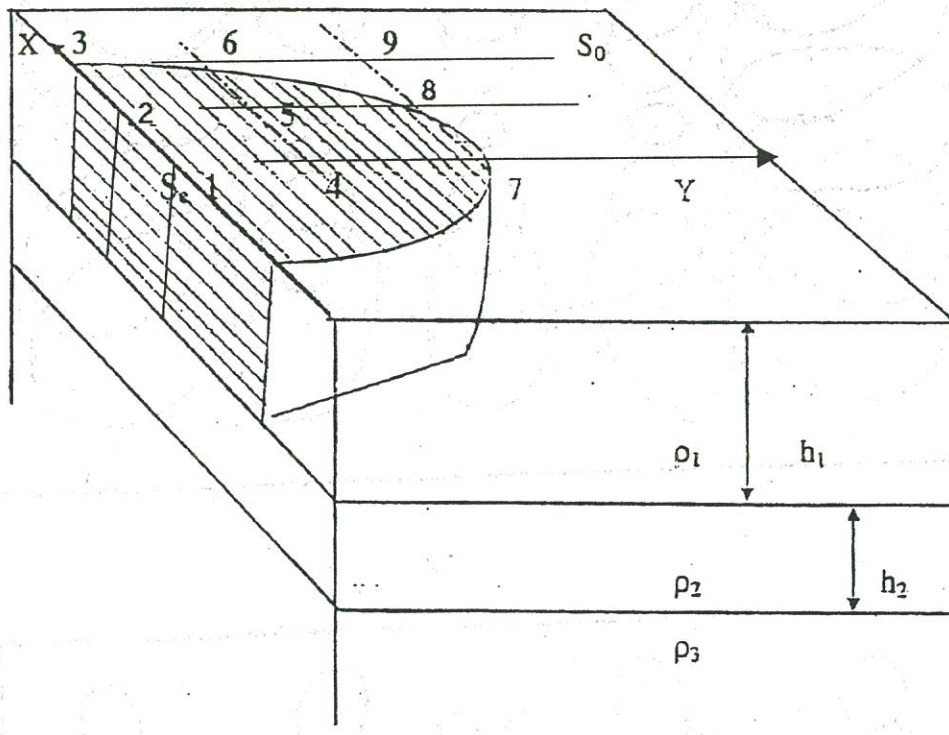
$$\hat{Z}_2 = \begin{bmatrix} 0,2(65^\circ) & 1,5(40^\circ) \\ 0,2(81^\circ) & 0,3(-25^\circ) \end{bmatrix}$$



H2.1a và H 2.1b: Giản đồ cực và trạng thái riêng của tenxơ bất đồng nhất 3-D: \hat{Z}_1, \hat{Z}_2

MÔ HÌNH BA CHIỀU THỬ NGHIỆM

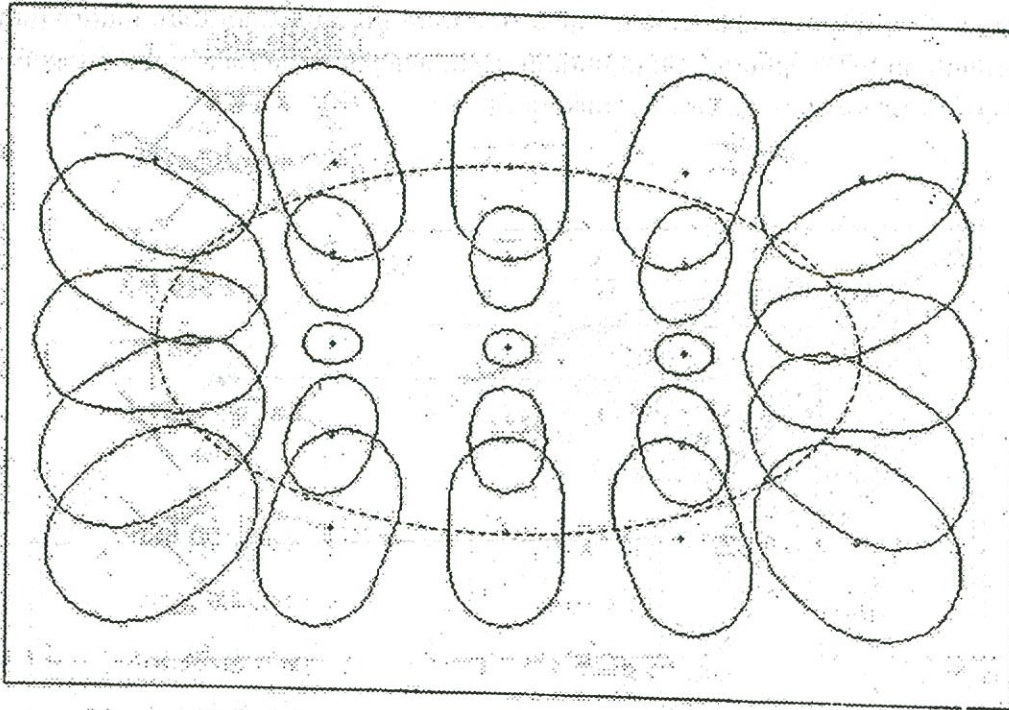
Để thử nghiệm chúng tôi sử dụng hai mô hình ba lớp: trong đó mô hình chứa bất đồng nhất ba chiều ở lớp thứ nhất. Các kết quả tính toán mô hình (bài toán thuận) được cho bởi chương trình tính SIJM (phương pháp phương trình tích phân) và FDM (phương pháp phần tử hữu hạn) của A.S.Debabov và I.M Varensov [2]



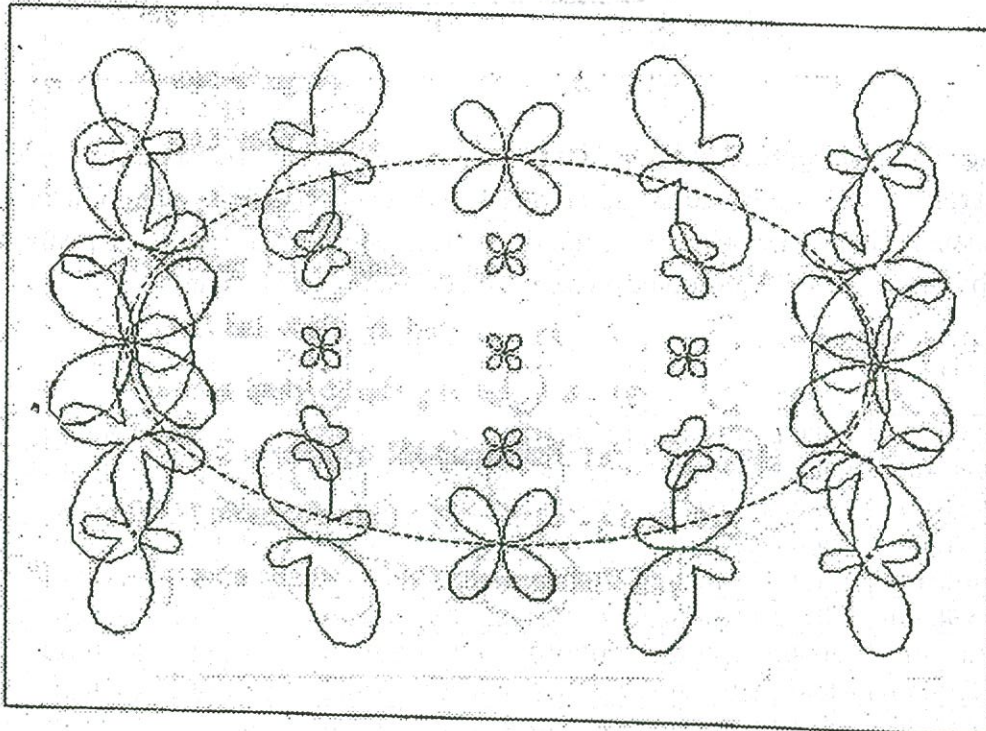
H.3: mô hình thử nghiệm với $\rho_1 = 100 \Omega m$, $h_1 = 1 \text{ Km}$, $\rho_2 = 1000 \Omega m$, $h_2 = 200 \text{ Km}$, $\rho_3 = 1 \Omega m$; 1, 2, 3..... là điểm đo. Trong lớp thứ nhất chứa bất đồng nhất ba chiều hình o-van có bán kính trục $a = 15 \text{ Km}$, $b = 5 \text{ Km}$, độ dẫn điện của o-van thay đổi từ ngoài biên có $S_0 = 0,01 \text{ Simen}$ đến tâm C của o-van $S_c = 0,1 \text{ Simen}$.

Điểm đo	ψ^+	ψ^-	λ^+	λ^-	ξ^+	ξ^-	S	S_k
1	9.0E+01	3.0E-02	1.0E-02-2.0E-03I	6.1E-03-4.0E-03I	1.1E-04	-2.7E-04	3.2E-02	1.8E-04
2	-3.3E-02	9.0E+01	1.9E-02-1.0E-02I	1.5E-02-7.5E-03I	-4.6E-04	-4.8E-04	2.3E-02	5.4E-05
3	-1.4E-02	9.0E+01	3.5E-02-1.8E-02I	2.0E-02-1.5E-02I	-1.7E-04	-3.0E-04	2.8E-03	3.3E-05
4	9.0E+01	5.5E-02	1.2E-02-2.9E-03I	7.1E-03-4.4E-03I	2.0E-04	-3.3E-04	5.6E-02	2.9E-04
5	2.0E+01	-6.2E+01	2.2E-02-1.1E-02I	1.6E-02-9.1E-03I	8.7E-02	3.2E-01	8.6E+00	4.2E-02
6	1.2E+01	-5.9E+01	3.7E-02-1.9E-02I	2.1E-02-1.5E-02I	1.6E-02	1.2E-01	1.9E+01	8.6E-02
7	-9.0E+01	1.6E-02	4.6E-02-1.9E-02I	2.4E-02-1.7E-02I	2.2E-04	3.2E-04	2.8E-04	2.7E-05
8	5.5E+01	-2.1E+01	4.6E-02-2.1E-02I	2.6E-02-1.8E-02I	1.1E-02	6.1E-02	1.4E+01	6.4E-02
9	4.7E+01	-2.5E+01	4.3E-02-2.1E-02I	2.8E-02-1.9E-02I	1.5E-02	6.5E-02	1.9E+01	6.1E-02

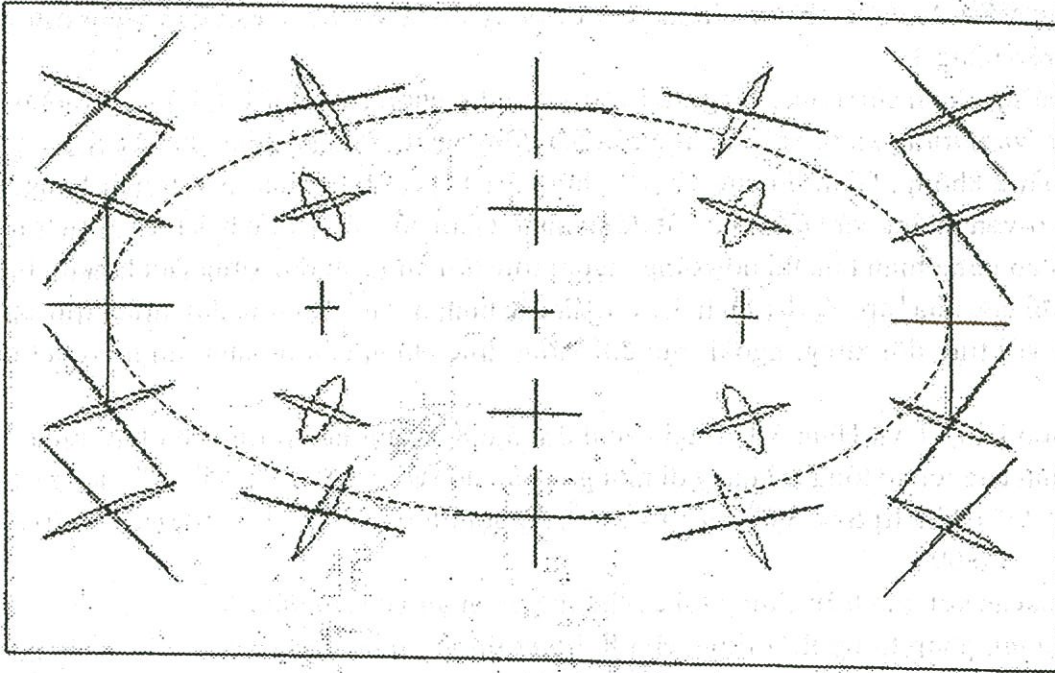
Bảng 1: Kết quả tính các tham số vật lý của mô hình



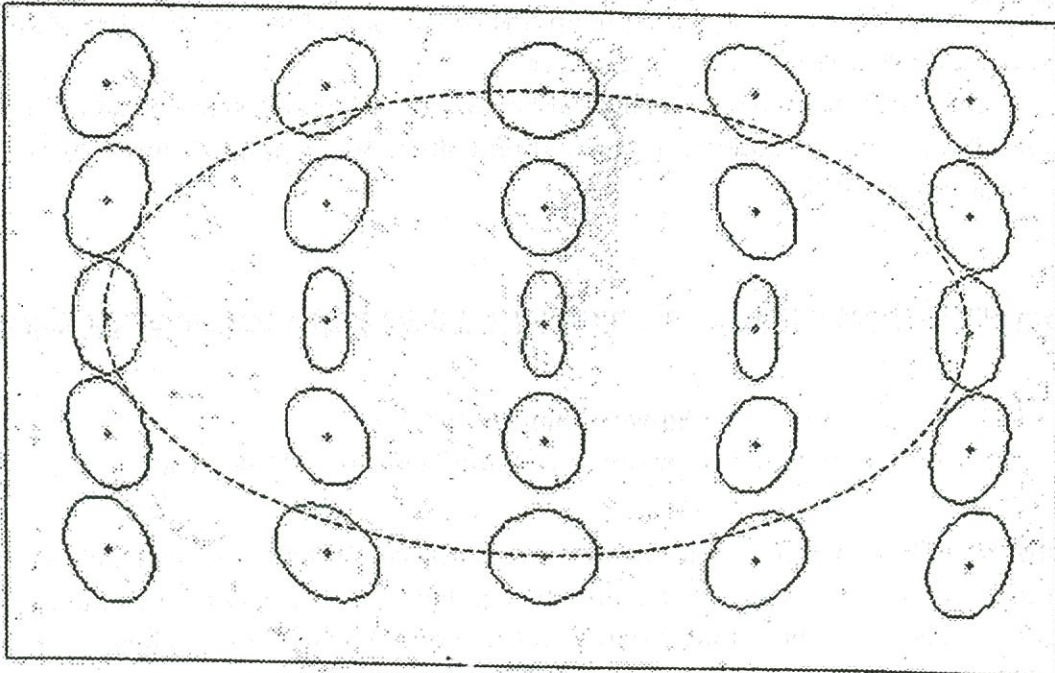
H.3.1.b giản đồ cực $|Z_{xy}|$



H.3.1.a giản đồ cực $|Z_{xx}|$



H.3.1.d Ellip phân cực điện E^+ , E^-



H.3.1.c giản đồ cực $|\arg Z_{xy}|$

NHÂN XÉT VÀ KẾT LUẬN

Các điểm đo được ghi trên hình vẽ và chu kỳ đo là $T = 2,6$ s. Kết quả phân tích được thể hiện trên bảng 1

Hướng chính của tenxơ tổng trở (trục của ellip phân cực) tại 1,2,3,4 và 7 (nằm trên trục hình o-van) trùng khớp với các trục của bất đồng nhất. Tại các điểm đo này S, ξ^+, ξ^-, S_r đều gần bằng không. Giản đồ cực $|Z_{xy}|$ (hình 3.1 b) có dạng hình o-van thắt bụng, trục chính của o-van hướng vào tâm của bất đồng nhất. Giản đồ $|Z_{xx}|$ (hình 3.1 a) trên trục bất đồng nhất có dạng hình hoa thị đối xứng, ngoài trục đối xứng sự đối xứng của hoa thị bị phá vỡ. Giản đồ cực pha $|\arg Z_{xy}|$ (hình 3.1 c) là các hình o-van. Tại trục đối xứng, trục của o-van trùng với trục đối xứng, ngoài trục đối xứng, trục chính của o-van ôm theo bất đồng nhất.

Theo bảng 1 và Hình 3.1 d tại các điểm 5,6,8,9 nằm ngoài trục của bất đồng nhất, hướng chính của tenxơ tổng trở quay đi một góc nào đó ($\psi^+ = 20^0; 12^0; 55^0; 47^0; \psi^- = -62^0; -59^0; -21^0; -25^0$). Giá trị $S = 8.6^0; 19^0; 14^0; 19^0$, độ dẹt ellip ξ^+, ξ^- từ $0.02 \rightarrow 0,32$ và S_k từ $0,06 \rightarrow 0,09$

Qua các kết quả trên chúng tôi có thể đưa ra nhận xét sau đây:

Phương pháp trạng thái riêng cho 8 thông tin vì nó sử dụng tất cả các số hạng của tenxơ tổng trở. Còn phương pháp quay trục tọa độ truyền thống chỉ cho có 6,5 thông số do nó chỉ sử dụng các số hạng ngoài đường chéo của tenxơ. Trong trường hợp tổng quát (1-D, 2-D) hai phương pháp hoàn toàn giống nhau. Nhưng đối với trường hợp 3-D phức tạp thì phương pháp trạng thái riêng cho kết quả chính xác và cụ thể hơn qua việc thể hiện giá trị của λ^+, λ^- và của độ dẹt, chiều quay của ellip (phân cực trái hay phân cực phải tùy theo dấu của độ dẹt), tham số độ lệch của phương pháp trạng thái riêng S càng có giá trị lớn hơn để sử dụng hơn tham số độ lệch của phương pháp truyền thống S_k . Hình vẽ các ellip phân cực rõ ràng hơn các giản đồ cực $|Z_{xx}|, |Z_{xy}|, |\arg Z_{xy}|$.

Để tìm hiểu tốt hơn về khía cạnh địa vật lý của các tính chất 3-D trong các dữ liệu từ tellua đòi hỏi phải có những nghiên cứu thực nghiệm nhiều hơn. Chúng tôi hy vọng sẽ thực hiện được trong thời gian tới.

A PRESENTATION OF MAGNETOTELLURIC IMPEDANCE TENSOR

Nguyen Thanh Van

Faculty of Physics, University of Natural Sciences – VNU-HCM

ABSTRACT: Through a variation of the classical formulation of a matrix, it is shown that in general there exist two, and only two, polarization states for which the electric and magnetic fields have the same polarization at perpendicular orientations. For each eigenstate the magnetic and electric fields are related by a scalar, the eigenvalue for that state. This scalar relationship between fields is of identical form to the solution for transverse electromagnetic waves in a homogeneous medium and thus provides a physically more satisfactory basic for defining apparent resistivity than the conventional approach using the offdiagonal elements of the coordinate-rotated impedance tensor.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. BAHK K. Geological noise in magnetotelluric data: a classification of distortion types. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 66(1991), pp 24-38.
2. BERDICHEVSKY M.N, DMITRIEV V.L. Đo sâu từ tellua trong môi trường phân lớp ngang (tiếng Nga). Nedra, Moxcova (1992).
3. BERDICHEVSKYM.N, NGUYEN THANH VAN. Magnetovariational vector. *Izv.Akad.Nauk SSSR, Fizika Zemli*, No.3 (1991), pp.52-62.
4. EGGERS D.W. An eigenstate formulation of the magnetotelluric impedance tensor. *Geophysics*, 47 (1982) pp.1204 –1214.
5. GROOM R.W, BAILEY R.C. Analytic investigations of the effects of nearsurface 3-D galvanic scatterers on MT tensor decompositions. *Geophysics*, 56 (1991) pp. 496-518.
6. LILLEY F.E.M. Magnetotelluric tensor decomposition: part I, Theory for a basic procedure *Geophysics*, 63(1998) pp.1885 – 1897.
7. LILLEY F.E.M. Magnetotelluric tensor decomposition: part II, Examples of a basic procedure *Geophysics*, 63(1998) pp.1898 – 1907.
8. NGUYỄN THÀNH VẤN Phương pháp phân tích định tính số liệu từ tellua (MT). *Tạp chí Các khoa học về trái đất*, số 4 (1995) trang 169-1741.