

# PHƯƠNG PHÁP ĐIỂM NÚT BÌNH SAI LƯỚI ĐA GIÁC

Đào Xuân Lộc, Nguyễn Ngọc Lâu

Trường Đại học Bách khoa - Đại học Quốc Gia TP. HCM

(Bài nhận ngày 7 tháng 11 năm 2002, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 10 tháng 2 năm 2003)

**TÓM TẮT:** Đối với các lưới tọa độ trắc địa có dạng đường chuyển, việc xử lý thích hợp nhất là dùng phương pháp bình sai điều kiện kèm ẩn số. Tuy nhiên phương pháp này chưa được ứng dụng rộng rãi trong các phần mềm bình sai hiện có. Trong bài báo này, chúng tôi trình bày cơ sở lý thuyết của phương pháp bình sai đã nêu cho các lưới đường chuyển. Các kết quả so sánh với phương pháp bình sai tham số thông thường đã chứng minh tính đúng đắn của thuật toán và phần mềm "BSDGI" của chúng tôi có thể sử dụng để bình sai chặt chẽ các lưới đa giác độ chính xác cao.

## 1. GIỚI THIỆU

Hiện nay phương pháp lập lưới tọa độ trắc địa bằng phương pháp lập lưới đường chuyển đang được sử dụng rộng rãi trên toàn quốc do việc ra đời nhiều công nghệ đo tiên tiến như các máy toàn đạc điện tử cho phép cùng đồng thời đo góc và cạnh.

Việc xử lý tính toán bình sai lưới đường chuyển có thể tiến hành theo các phương pháp tham số hay điều kiện tùy thuộc vào số lượng ẩn cần giải. Phương pháp điều kiện có ưu điểm là cho phép thành lập hệ phương trình chuẩn với số lượng ẩn số ít hơn nhưng do tính phức tạp từ việc nhận biết các phương trình điều kiện độc lập khi xử lý mạng lưới, nên đa số các phần mềm bình sai hiện có đều dựa trên cơ sở của phương pháp tham số.

Trong bài báo này chúng tôi giới thiệu một chương trình tính toán xử lý bình sai mạng lưới đường chuyển theo phương pháp điểm nút, một phương pháp thường áp dụng khi bình sai lưới đường chuyển, mặc dù số lượng ẩn khi giải phương trình có tăng lên so với phương pháp điều kiện thông thường nhưng rất thuận tiện khi lập trình. Ngoài việc bình sai để nhận tọa độ điểm với giá trị xác suất nhất thì vấn đề đánh giá chúng cũng được đặt ra.

## 2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

Bản chất phương pháp bình sai điểm nút là phương pháp điều kiện kèm tham số, mà cơ sở lý thuyết đã được đề cập trong các tài liệu [1], [2] và [3]. Tham số được chọn ở đây là tọa độ  $x, y$  và góc định hướng  $\alpha$  tại các điểm nút. Như vậy số lượng ẩn số của phương pháp này ít hơn nhiều so với phương pháp tham số đặc biệt khi mỗi tuyến bao gồm nhiều điểm. Quá trình bình sai điểm nút trải qua hai giai đoạn sau:

### 2.1 Bình sai sơ bộ góc

Bước này không nhất thiết phải thực hiện, tuy vậy nó làm đơn giản các bước tính toán tiếp theo, đồng thời cho phép đánh giá kết quả đo góc trong lưới nhằm thiết lập trọng số kết quả đo.

Cho từng tuyến  $j$ , ta có phương trình số hiệu chỉnh (khi bình sai tham số)

$$V_j = \sum_i^{n'} V_{\beta_i} = -\delta\alpha_d + \delta\alpha_c - W_{\beta_j} \quad (1)$$

trong đó:  $n'$  là số góc đo trên tuyến.  $\delta\alpha_d; \delta\alpha_c$  và  $W_{\beta_j}$  là số hiệu chỉnh góc định hướng đầu tuyến, cuối tuyến và sai số khép góc đường chuyền.

Vấn đề ở đây là trọng số  $P_j$  của (1) được tính như thế nào?

$P_j$  của đường chuyền  $j$  được tính theo [4, tr. 146]

$$\frac{1}{P_j} = \frac{1}{P_1} + 1 + 1 + \dots + \frac{1}{P_{n'}}$$

$P_1$  và  $P_{n'}$  được tính phụ thuộc vào phương pháp đo góc toàn vòng hay đo góc theo phương pháp đơn giản (hướng đơn) và số góc định hướng đo nối. Nếu tuyến nối đầu lên 2 điểm nút và đo góc theo phương pháp toàn vòng thì theo [1, tr. 29]:

$$\frac{1}{P_1} = \frac{1}{P_{n'}} = \frac{1}{2} \quad \text{và} \quad P_j = \frac{1}{n_j}$$

với  $n_j$  là số cạnh trong đường chuyền  $j$ .

Nếu tuyến đi từ điểm gốc có 1 góc định hướng đến điểm nút thì:

$$\frac{1}{P_1} = 1 \quad ; \quad \frac{1}{P_{n'}} = \frac{1}{2} \quad \text{nên} \quad P_j = \frac{1}{n_j + 0,5}$$

Tương tự nếu tuyến đi từ điểm gốc đo nối 2 góc định hướng đến điểm nút thì:

$$\frac{1}{P_1} = 0,75 \quad ; \quad \frac{1}{P_{n'}} = \frac{1}{2} \quad \text{nên} \quad P_j = \frac{1}{n_j + 0,25}$$

Nếu tiến hành đo góc theo phương pháp đơn giản thì đối với tuyến chuẩn  $\frac{l}{P_j} = n'$

Đối với tuyến xuất phát từ 1 điểm gốc không có đo nối góc định hướng đến điểm nút thì tuyến đó không tham gia vào giai đoạn bình sai sơ bộ góc.

Nếu gọi ma trận hệ số phương trình số hiệu chỉnh là  $A$ , kích thước  $l \times m$  (với  $l$  là số lượng tuyến tham gia bình sai;  $m$  là số lượng điểm nút xác định).  $A$  có các phần tử  $(A)_{jk} = \pm 1$  nếu điểm nút  $k \in j$ ; trường hợp  $k \notin j$  thì  $(A)_{jk} = 0$  (nếu điểm nút  $k$  là điểm đầu của tuyến  $j$  thì  $(A)_{jk} = 1$ , còn nếu  $k$  là điểm cuối tuyến  $j$  thì  $(A)_{jk} = -1$ );  $V, \Delta'_\alpha, W_\beta$  là các vectơ cột tương ứng có  $m$  là phần tử; thì:

$$V = -A\Delta'_\alpha - W_\beta \quad (2)$$

Giải (2) dưới điều kiện  $V^T P V = \min$ ; nghĩa là giải hệ phương trình chuẩn

$$(A^T P A) \Delta'_\alpha + \overline{W_\beta} = 0 \quad (3)$$

với  $P$  là ma trận chéo trọng số tuyến đo.

Nếu ký hiệu  $R = A^T P A$ , ta có:

$$R \Delta'_\alpha + \overline{W_\beta} = 0 \quad (4)$$

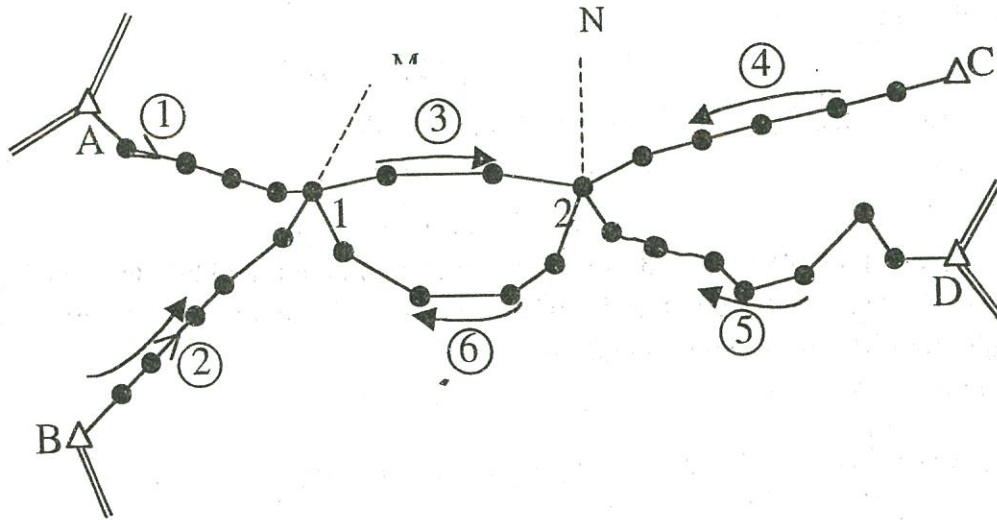
$$\text{và} \quad \Delta'_\alpha = -R^{-1} \cdot \overline{W_\beta} \quad (5)$$

Vì ma trận hệ số phương trình chuẩn  $R$  có các phần tử đối xứng với nhau qua đường chéo chính và các phần tử trên đường chéo lớn hơn 0. Nên không khó khăn ta nhận thấy:

$$R_{kk} = \sum_{j \in k} P_j \quad (6)$$

$$R_{ks} = - \sum_{j \in k,s} P_j \quad (7)$$

Lấy ví dụ sơ đồ lưới đa giác sau để minh họa



Hình 1. Ví dụ về lưới đa giác 2 điểm nút

Các góc ở điểm nút đo nối về hai hướng 1-M và 2-N theo phương pháp toàn vòng nên trọng số các tuyến  $P_1 = \frac{1}{5,25}$ ,  $P_2 = \frac{1}{6,5}$ ,  $P_3 = \frac{1}{3}$ ,  $P_5 = \frac{1}{8,25}$ , và  $P_6 = \frac{1}{5}$

Riêng tuyến số 4 không tham gia vào bình sai sơ bộ góc vì không có góc định hướng gốc tại điểm C.

Vectơ cột số hạng tự do trong phương trình (3) được tính

$$\bar{W}_\beta = A^T P W_\beta$$

trong đó  $(W_\beta)_j = \alpha_d^0 + \sum_1^n \beta_i^T - \alpha_c^0 - 180^\circ \cdot k$

$\beta_i^T$  là góc nằm bên trái của tuyến; k là số lượng góc đo trên tuyến để chuyển góc định hướng từ đầu đến cuối tuyến.

Sau khi giải tìm số hiệu chỉnh sơ bộ  $\Delta'_\alpha$  vào góc định hướng tại điểm nút, chúng ta dễ dàng tìm được số hiệu chỉnh sơ bộ  $v'_{\beta_i}$  vào góc  $\beta_i$  trong tuyến đo j:

$$v'_{\beta_i} = \frac{1}{P_{\beta_i}} P_j v_j \quad (8)$$

Sau khi bình sai sơ bộ góc, để đánh giá độ chính xác đo góc theo công thức [4, tr. 154]

$$m_\beta = \sqrt{\frac{[P W_\beta^2] + \Delta'_\alpha \bar{W}_\beta + \eta'}{r_1}} \quad (9)$$

Với  $\eta' = [W^2]$  là tổng bình phương số hạng tự do trên trạm đo, đo nối hai góc định hướng

$$r_1 = l - m + n$$

l - số tuyến có đo nối góc định hướng; m - số điểm nút; n - số lượng điểm có đo nối 2 góc định hướng. Theo ví dụ trên l = 5; m = 2; n = 2. Vậy r<sub>1</sub> = 5. Tuyến số 4 không tham gia vào bình sai sơ bộ góc.

**2.2. Bình sai chính xác**

Sau bình sai sơ bộ, các góc β<sub>i</sub> đo được hiệu chỉnh v'<sub>β<sub>i</sub></sub> và góc định hướng cạnh của tuyến được xác định theo:

$$\alpha_{i,i+1} = \alpha_{i-1,i} + \beta_i^T - 180^0$$

và dựa vào các cạnh đo S<sub>i,i+1</sub> xác định được số gia tọa độ

$$\Delta X_{i,i+1} = S_{i,i+1} \cdot \cos \alpha_{i,i+1}$$

$$\Delta Y_{i,i+1} = S_{i,i+1} \cdot \sin \alpha_{i,i+1}$$

Nói cách khác, biết tọa độ điểm đầu tuyến, góc định hướng khởi đầu và các góc, cạnh đo trên tuyến sẽ xác định được tọa độ điểm cuối tuyến hoặc lập được 3 phương trình điều kiện kèm 6 tham số cho mỗi tuyến như sau:

$$[v'_\beta] + \delta\alpha_d - \delta\alpha_c = 0$$

$$[v_x \cos \alpha] + \frac{1}{\rho} [\eta v'_\beta] + \frac{1}{\rho} \eta_d \delta\alpha_d - \frac{1}{\rho} \eta_c \delta\alpha_c + \delta x_d - \delta x_c + \omega_x = 0 \tag{10}$$

$$[v_x \sin \alpha] - \frac{1}{\rho} [\xi v'_\beta] + \frac{1}{\rho} \xi_d \delta\alpha_d + \frac{1}{\rho} \xi_c \delta\alpha_c + \delta y_d - \delta y_c + \omega_y = 0$$

Đối với tuyến gố đầu lên 1 điểm gốc không đo nối góc định hướng (ví dụ tuyến 4 ở hình 1) sẽ không có phương trình (10a) mà chỉ có 2 phương trình điều kiện tọa độ (10b) và (10c).

Nếu kết hợp tất cả các phương trình điều kiện kèm tham số của tất cả các tuyến, đồng thời sắp xếp các phương trình (10a) vào nhóm thứ nhất và (10b), (10c) vào nhóm thứ 2, ta có:

$$BV + \beta\Delta + L = 0 \tag{11}$$

Với B là ma trận các hệ số phương trình điều kiện

β - Ma trận hệ số các tham số

L - Ma trận số hạng tự do phương trình điều kiện kèm tham số

$$L = (00...0 \delta x_1 \delta y_1... \delta x_n \delta y_n)^T$$

Từ phương trình (11) dẫn tới giải hệ phương trình chuẩn sau [2, tr.156]

$$\begin{pmatrix} N & \beta \\ \beta^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ \Delta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \tag{12}$$

với N = BP<sup>-1</sup>B<sup>T</sup>, và K là các số liên hệ

Từ (12) ta đi đến phương trình chuẩn duy nhất

$$R\Delta + b = 0 \tag{13}$$

trong đó R = β<sup>T</sup>N<sup>-1</sup>β và b = β<sup>T</sup>N<sup>-1</sup>L

Giải (13), ta được nghiệm  $\Delta = \begin{pmatrix} \Delta_\alpha \\ \Delta_\delta \end{pmatrix} = -R^{-1}b$

trong đó Δ<sub>α</sub> = (δα<sub>1</sub> δα<sub>2</sub> ... δα<sub>n</sub>)<sup>T</sup> và Δ<sub>δ</sub> = (δx<sub>1</sub> δx<sub>2</sub> ... δx<sub>n</sub> δy<sub>n</sub>)<sup>T</sup>

Sau khi có Δ<sub>α</sub> và Δ<sub>δ</sub>, đối với tuyến j gố đầu 2 góc định hướng (tuyến chuẩn) ta có ba phương trình điều kiện (10) mà số hạng tự do phương trình thứ nhất là δα<sub>d</sub> - δα<sub>c</sub>, số hạng tự

do phương trình thứ hai, thứ ba là  $\omega_x'$  và  $\omega_y'$  được tính theo góc định hướng các cạnh đã hiệu chỉnh và tọa độ các điểm nút đã hiệu chỉnh  $\delta x, \delta y$ . Tiếp tục thay  $\Delta$  vào (12), ta tìm được vectơ liên hệ của tất cả các tuyến  $K = -N^{-1}(\beta\Delta + L)$ . Số hiệu chỉnh vào các góc, cạnh của tuyến j được tính như sau

$$V_j = P_j^{-1} B_j K_j$$

Sau khi đã có các góc, cạnh sau bình sai của từng tuyến, chúng ta có thể dùng chúng để tính tọa độ sau bình sai của tất cả các điểm trong tuyến đó.

Sai số trung phương đơn vị trọng số

$$\mu = \sqrt{\frac{[PW_\beta^2] + \sum W_j^T N_j^{-1} W_j + \Delta_\alpha^T b_\alpha + \Delta^T b_\Delta}{3(l-m)+n}}$$

Nếu ký hiệu  $Q = R^{-1}$ , sai số trung phương góc định hướng và vị trí tại nút k được tính như sau

$$m_{\alpha_k} = \mu \sqrt{(Q_\alpha)_{kk}}$$

$$m_{x_k} = \mu \sqrt{(Q_x)_{kk}}$$

$$m_{y_k} = \mu \sqrt{(Q_y)_{kk}}$$

Để đánh giá độ chính xác cho các yếu tố F của các tuyến (chẳng hạn như tọa độ của các điểm trong tuyến), ta có công thức [6, tr. 251]

$$\frac{1}{P_F} = N_{ff} - (N_f^T \quad \phi) \begin{pmatrix} Q_K & Q_{K\Delta} \\ Q_{\Delta K} & Q_\Delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_f \\ \phi^T \end{pmatrix}$$

trong đó

$$N_{ff} = f P^{-1} f^T$$

$$N_f = B P^{-1} f^T$$

các ma trận

$$Q_K = N^{-1} - N^{-1} \beta Q_\Delta \beta^T N^{-1}$$

$$Q_\Delta = (\beta^T N^{-1} \beta)^{-1}$$

$$Q_{K\Delta} = N^{-1} \beta Q_\Delta$$

và các vectơ

$$f = \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_0 \quad \text{và} \quad \phi = \left( \frac{\partial l}{\partial \Delta} \right)_0$$

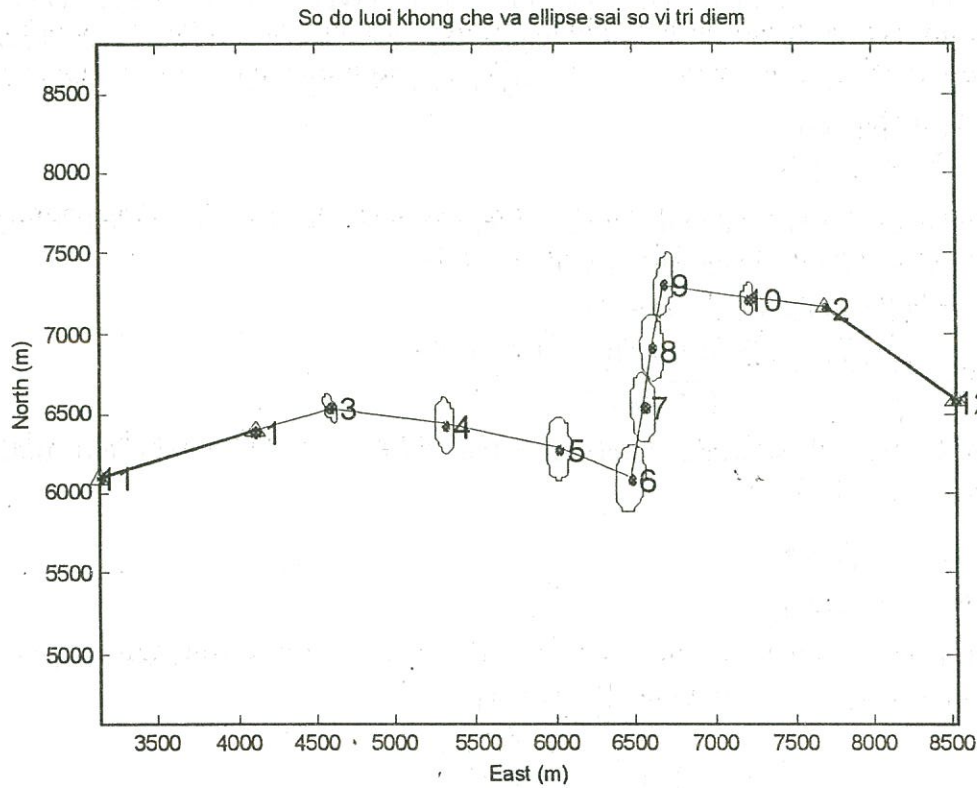
### 3. KẾT QUẢ TÍNH TOÁN VÀ PHÂN TÍCH SO SÁNH

Để chứng minh tính đúng đắn của thuật toán và chương trình bình sai lưới đa giác BSDGI đã trình bày ở phần 1, chúng tôi sẽ dùng chương trình đã viết để chạy cho 3 ví dụ mẫu và so sánh với kết quả từ một chương trình khác được viết theo thuật toán bình sai tham số thông thường.

Nhằm đảm bảo tính đa dạng của cấu hình lưới, 3 ví dụ được chọn bao gồm một tuyến đa giác đơn, lưới đa giác một điểm nút và lưới đa giác hai điểm nút. Ở các ví dụ trọng số góc đo bằng 1 do góc đo theo phương pháp đơn giản.

#### 3.1. Tuyến đa giác đơn

Sơ đồ lưới cho ở hình vẽ sau



Hình 2. Sơ đồ tuyến đa giác đơn

Số liệu gốc và số liệu đo của lưới trên cho ở bảng 1 và 2

**Bảng 1. Số liệu gốc**

Điểm	X(m)	Y(m)
1	6385.808	4108.000
2	7174.295	7710.303
11	6102.025	3149.111
12	6588.681	8520.893

**Bảng 2. Số liệu đo**

Tên góc	Trị góc	Tên cạnh	Trị cạnh (m)
11-01-03	179 38' 43"	01-03	500.216
01-03-04	205 14 49	03-04	730.983
03-04-05	183 25 28	04-05	731.805
04-05-06	190 31 25	05-06	483.115
05-06-07	78 16 18	06-07	450.208
06-07-08	178 28. 14	07-08	381.973
07-08-09	181 35 25	08-09	400.252
08-09-10	268 31 02	09-10	538.444
09-10-02	175 44 33	10-02	489.866
10-02-12	210 53 40		

Sai số trung phương đo góc là 5.0"; Sai số trung phương đo cạnh là  $(3+10^{-6} \cdot S_{km})$  mm  
 Các kết quả bình sai từ BSDGI và từ thuật toán tham số thông thường cho ở bảng 3 và 4

**Bảng 3. Toạ độ các điểm sau bình sai**

Điểm	BSDGI		Tham số		Chênh lệch	
	X(m)	Y(m)	X(m)	Y(m)	$\Delta X(mm)$	$\Delta Y(mm)$
3	6530.706	4586.771	6530.706	4586.771	0	0
4	6423.789	5309.893	6423.789	5309.893	0	0
5	6273.678	6026.138	6273.678	6026.138	0	0

6	6089.872	6472.923	6089.872	6472.923	0	0
7	6532.345	6556.015	6532.345	6556.015	0	0
8	6909.503	6616.474	6909.503	6616.474	0	0
9	7302.800	6690.766	7302.800	6690.766	0	0
10	7216.595	7222.266	7216.595	7222.266	0	0

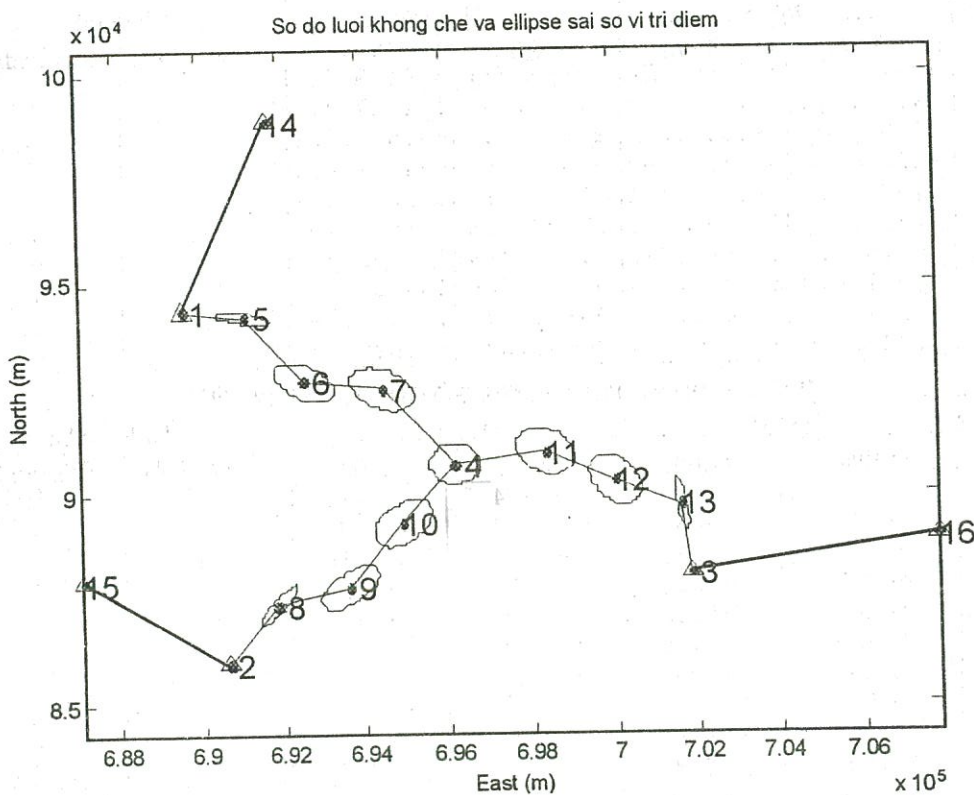
**Bảng 4. Sai số trung phương giới hạn vị trí điểm (95%)**

Điểm	BSDGI		Tham số		Chênh lệch	
	$m_x(m)$	$m_y(m)$	$m_x(m)$	$m_y(m)$	$\Delta m_x(mm)$	$\Delta m_y(mm)$
3	0.047	0.023	0.047	0.023	0	0
4	0.088	0.030	0.088	0.030	0	0
5	0.101	0.038	0.101	0.038	0	0
6	0.108	0.049	0.108	0.049	0	0
7	0.110	0.043	0.109	0.043	1	0
8	0.108	0.038	0.108	0.038	0	0
9	0.103	0.031	0.103	0.031	0	0
10	0.053	0.020	0.053	0.020	0	0

Các bảng trên cho thấy tọa độ sau bình sai từ hai phần mềm hoàn toàn đồng nhất với nhau, còn sai số trung phương vị trí điểm lệch nhau nhiều nhất ở trục X tối đa là 1 mm.

### 3.2. Lưới đa giác một điểm nút

Sơ đồ lưới cho ở hình vẽ sau



Hình 3. Sơ đồ lưới một điểm nút

**Bảng 5. Số liệu gốc**

Điểm	X(m)	Y(m)
1	94391.500	689626.400
2	85986.600	690625.130
3	88157.810	701861.040
14	98923.040	691739.490
15	88002.000	687170.000
16	88978.090	707804.700

**Bảng 6. Số liệu đo**

Tên góc	Trị góc	Tên cạnh	Trị cạnh (m)
14-01-05	71°15'23"	01-05	1500.000
01-05-06	220 22 08	05-06	2100.000
05-06-07	138 41 46	06-07	1900.000
06-07-04	220 56 06	07-04	2500.000
07-04-11	126 06 22	02-08	1850.000
15-02-08	101 05 50	08-09	1800.000
02-08-09	215 04 16	09-10	2000.000
08-09-10	144 13 09	10-04	1900.000
09-10-04	181 43 20	04-11	2200.000
10-04-11	219 59 53	11-12	1800.000
04-11-12	209 59 30	12-13	1700.000
11-12-13	177 51 41	13-03	1600.000
12-13-03	241 08 26		
13-03-16	90 47 10		

Sai số trung phương đo góc là 0.8"; Sai số trung phương đo cạnh là 34mm.

Các kết quả bình sai từ thuật toán đã trình bày và từ thuật toán tham số thông thường cho ở bảng 7 và 8

**Bảng 7. Toạ độ các điểm sau bình sai**

Điểm	BSDGI		Tham số		Chênh lệch	
	X(m)	Y(m)	X(m)	Y(m)	$\Delta X$ (mm)	$\Delta Y$ (mm)
4	90719.282	696180.076	90719.281	696180.076	1	0
5	94228.034	691117.472	94228.034	691117.472	0	0
6	92701.594	692559.681	92701.593	692559.681	1	0
7	92525.383	694451.498	92525.383	694451.498	0	0
8	87375.317	691847.401	87375.317	691847.401	0	0
9	87797.857	693597.100	87797.856	693597.100	1	0
10	89315.430	694899.771	89315.429	694899.771	1	0
11	91011.670	698360.564	91011.669	698360.565	1	1
12	90327.072	700025.295	90327.072	700025.296	0	1
13	89739.630	701620.574	89739.630	701620.574	0	0

**Bảng 8. Sai số trung phương giới hạn vị trí điểm (95%)**

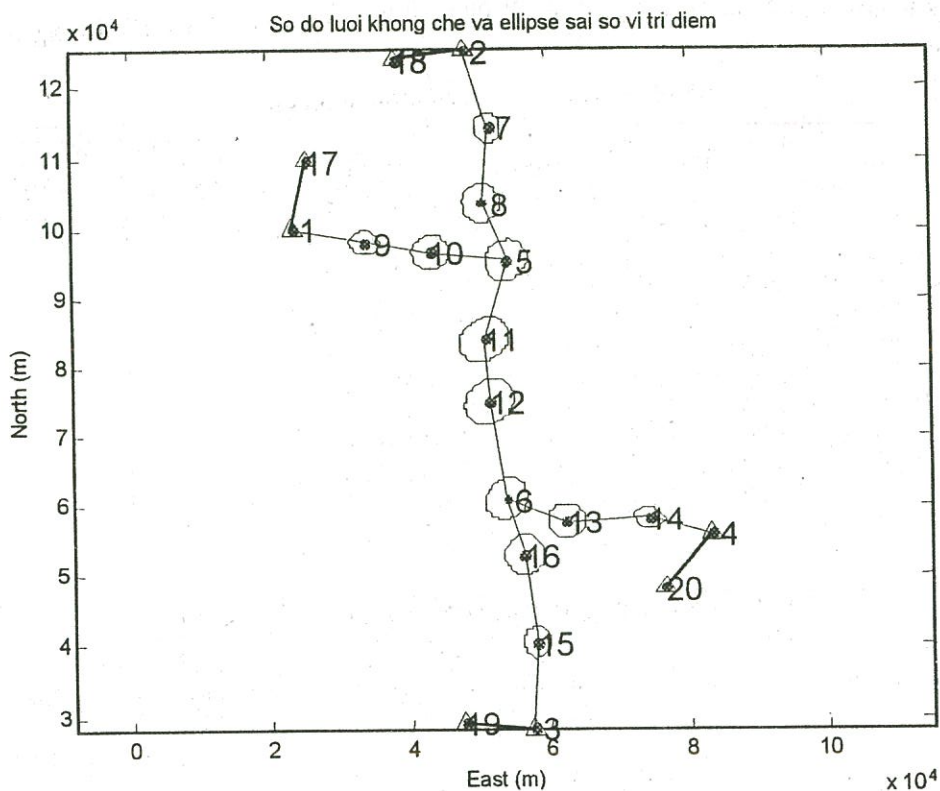
Điểm	BSDGI		Tham số		Chênh lệch	
	$m_x$ (m)	$m_y$ (m)	$m_x$ (m)	$m_y$ (m)	$\Delta m_x$ (mm)	$\Delta m_y$ (mm)
4	0.024	0.030	0.024	0.031	0	1
5	0.007	0.033	0.007	0.034	0	1
6	0.023	0.036	0.023	0.036	0	0
7	0.025	0.038	0.025	0.038	0	0
8	0.025	0.023	0.025	0.023	0	0
9	0.026	0.035	0.026	0.035	0	0
10	0.029	0.034	0.029	0.035	0	1
11	0.026	0.036	0.027	0.036	1	0
12	0.030	0.031	0.030	0.032	0	1
13	0.031	0.008	0.031	0.008	0	0

Các bảng trên cho thấy toạ độ điểm và SSTD vị trí điểm lệch nhau nhiều nhất là 1 mm. Do đó có thể kết luận là các kết quả hoàn toàn phù hợp.

### 3.3. Lưới đa giác 2 điểm nút

Ví dụ này được rút ra từ tài liệu [6], trong đó các tác giả đã phân tích và cho kết quả sau bình sai. Vì vậy chúng ta có thêm một số liệu để so sánh. Sơ đồ lưới của ví dụ này cho ở hình vẽ sau





Hình 4. Sơ đồ lưới hai điểm nút

Bảng 9. Số liệu gốc

Điểm	X(m)	Y(m)
1	99800.000	23500.000
2	125242.690	48344.840
3	28177.610	57475.890
4	55827.590	83341.740
17	109633.368	25317.931
18	123884.228	38437.541
19	28917.970	47503.334
20	48524.841	76510.206

Bảng 10. Số liệu đo

Tên góc	Trị góc	Tên cạnh	Trị cạnh (m)
18-02-07	260°43' 26.4"	02-07	11761.72
02-07-08	203 03 52 3	07-08	10557.50
07-08-05	150 54 19 0	08-05	8915.74
08-05-11	219 15 31 8	01-09	10670.51
17-01-09	89 46 57 6	09-10	9503.64
01-09-10	178 12 52 5	10-05	10866.51
09-10-05	177 52 08 6	05-11	11868.01
10-05-11	279 48 14 5	11-12	9019.91
05-11-12	160 02 29 1	12-06	14302.83
11-12-06	174 09 15 4	04-14	9299.07
12-06-16	172 18 19 2	14-13	11806.75
20-04-14	60 25 12 4	13-06	9175.95
04-14-13	164 32 55 3	03-15	12333.53
14-13-06	202 21 05 1	15-16	12403.57
13-06-16	52 14 09 3	16-06	8381.51
19-03-15	88 11 23 3		
03-15-16	170 09 12 1		
15-16-06	170 03 25 0		

Sai số trung phương đo góc là 1.0": Sai số trung phương đo cạnh là 50mm.

Các kết quả bình sai từ thuật toán đã trình bày và từ thuật toán tham số thông thường cho ở bảng 11 và 12

**Bảng 11. Toạ độ các điểm sau bình sai**

Điểm	BSDGI		Tham số		Tài liệu [6]	
	X(m)	Y(m)	X(m)	Y(m)	X(m)	Y(m)
5	95299.906	54200.054	95299.901	54200.051	95299.907	54200.049
6	60799.978	53900.056	60799.975	53900.051	60799.982	53900.073
7	113999.946	51800.060	113999.944	51800.060		
8	103499.917	50700.044	103499.915	50700.043		
9	97899.994	34000.013	97899.994	34000.012		
10	96499.956	43399.987	96499.955	43399.985		
11	83899.936	50900.045	83899.932	50900.036		
12	74900.010	51500.068	74900.006	51500.050		
13	57600.027	62499.976	57600.026	62499.973		
14	58000.024	74299.973	58000.024	74299.971		
15	40500.019	58000.017	40500.018	58000.017		
16	52799.990	56400.098	52799.989	56400.096		

**Bảng 12. Sai số trung phương giới hạn vị trí điểm (95%)**

Điểm	BSDGI		Tham số		Tài liệu [6]	
	$m_x(m)$	$m_y(m)$	$m_x(m)$	$m_y(m)$	$m_x(m)$	$m_y(m)$
5	0.153	0.151	0.154	0.151	0.152	0.149
6	0.150	0.152	0.150	0.153	0.149	0.152
7	0.112	0.093	0.112	0.093		
8	0.139	0.134	0.140	0.135		
9	0.083	0.112	0.084	0.112		
10	0.120	0.142	0.121	0.143		
11	0.161	0.176	0.162	0.177		
12	0.164	0.176	0.164	0.176		
13	0.124	0.139	0.125	0.140		
14	0.075	0.111	0.075	0.111		
15	0.111	0.094	0.112	0.094		
16	0.138	0.141	0.139	0.141		

**Bảng 13. Chênh lệch toạ độ và sai số trung phương vị trí điểm (39.4%)**

Điểm	$\Delta X(mm)$	$m_x(mm)$	$\Delta Y(mm)$	$m_y(mm)$
5	5	63	3	62
6	3	61	5	62
7	2	46	0	38
8	2	57	1	55
9	0	34	1	46
10	1	49	2	58
11	4	66	9	72
12	4	67	18	72
13	1	51	3	57
14	0	31	2	45
15	1	46	0	38
16	1	57	2	58

Bảng 13 cho thấy toạ độ sau bình sai của hai thuật toán lệch nhiều nhất là 18mm chủ yếu tại các điểm giữa tuyến (11 và 12). Tuy nhiên cũng theo bảng 13 các độ lệch này đều chấp nhận được do chúng nhỏ hơn sai số vị trí chuẩn (39.4%). Sự chênh lệch lớn nhất giữa kết quả bình sai điều kiện kèm ẩn số và tài liệu [6] ở các điểm nút là 17mm. Trong khi đó các sai số trung phương vị trí điểm của BSDGI trùng hợp với tài liệu [6] tại các điểm nút và hoàn toàn trùng hợp với bình sai tham số ở tất cả các điểm.

Qua việc so sánh các kết quả bình sai, ta thấy chương trình bình sai theo phương pháp điểm nút và theo bình sai tham số cung cấp các tọa độ sau bình sai phù hợp với nhau. Về sai số trung phương vị trí điểm sau bình sai của hai chương trình hoàn toàn trùng nhau đến mức mm. Vì thế chương trình BSDGI có thể dùng để bình sai chặt chẽ lưới đa giác nhà nước và lưới đa giác phục vụ thi công công trình.

## ADJUSTMENT OF TRAVERSE USING TO NODE METHOD

Dao Xuan Loc, Nguyen Ngoc Lau  
University of Technology – VNU-HCM

**ABSTRACT:** For geodetic traverses, the most suitable processing method is condition adjustment with unknown. However this method has not widely applied to present adjustment software packages. In this paper, we present basic theory of mentioned method for traverses. The results of comparison between the new method and the conventional parameter method show correct of the algorithm and our software named “BSDGI” can be used to adjust robustly high precision traverses.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Tổng cục Địa chính, (1996), “Quy phạm thành lập bản đồ địa chính tỷ lệ 1/200, 1/500, 1/1000 khu vực đô thị”.
- [2] Đào Xuân Lộc, (2001), “Cơ sở lý thuyết xử lý số liệu đo đạc”, Nhà xuất bản ĐHQG TP.HCM.
- [3] Đào Xuân Lộc, Trần Trọng Đức và Nguyễn Ngọc Lâu, (2001), “Nghiên cứu thiết kế lưới trắc địa trên bản đồ số”, Đề tài cấp Bộ B99-20-59.
- [4] VD. Bonsakov và các cộng sự, (1987), “Hướng dẫn Trắc địa công trình”, Nhà xuất bản NEDRA, Moscow.
- [5] UI. Markuze, (1990), “Cơ sở tính toán bình sai”, Nhà xuất bản NEDRA, Moscow.
- [6] VD. Bonsakov và các cộng sự, (1989), “Bình sai lưới Trắc địa”, Nhà xuất bản NEDRA, Moscow.