

MÔ HÌNH TOÁN ĐỘC LẬP CỦA DÒNG PHUN RỐI XOÁY HAI PHA KHÔNG ĐẲNG NHIỆT TRONG CÁC QUÁ TRÌNH TRAO ĐỔI NHIỆT VÀ CHẤT

Nguyễn Thanh Nam

Khoa Cơ Khí, trường Đại học Bách Khoa – ĐHQG-HCM

(Bài nhận ngày 14 tháng 11 năm 2002)

TÓM TẮT: Báo cáo giới thiệu một mô hình toán hoàn chỉnh cho dòng phun rối xoáy hai pha không đẳng nhiệt với sơ đồ hai pha độc lập dựa trên cơ sở các phương trình chuyển động, liên tục và mô hình rối bốn thành phần (k_g - k_p - ε_g - ε_p). Đại lượng đặc trưng cho sự rối trong quá trình trao đổi nhiệt và chất (k_{Tg} , k_{Tp} và k_c) được biểu diễn bằng các phương trình trao đổi nhiệt và chất rối.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ:

Dòng phun rối xoáy hai pha không đẳng nhiệt được ứng dụng rộng rãi trong kỹ thuật, đặc biệt là trong kỹ thuật đốt nhiên liệu trong đó các tác dụng tích cực của sự xoáy được sử dụng để tăng cường quá trình cháy và điều khiển các thông số cơ bản của ngọn lửa để đảm bảo quá trình cháy sạch.

Dòng phun rối xoáy hai pha không đẳng nhiệt trong không gian là dòng phun phức tạp được đặc trưng bởi ba thành phần vận tốc (mỗi pha) theo ba trục tọa độ: dọc trục U, theo phương ngang V và theo phương tiếp tuyến W, đồng thời cũng tồn tại gradient của áp suất theo phương ngang và phương dọc trục. Do tính chất đối xứng của dòng phun, thuận tiện hơn là sử dụng hệ tọa độ trụ (X, r, θ). Mô hình toán của dòng phun rối xoáy hai pha không đẳng nhiệt được xây dựng trong hệ tọa độ trụ với X là trục của dòng phun, r là bán kính theo phương ngang và θ là góc xoay quanh trục X.

2. MÔ HÌNH TOÁN CỦA DÒNG PHUN RỐI XOÁY HAI PHA KHÔNG ĐẲNG NHIỆT:

a) Hệ phương trình cơ bản của dòng phun rối xoáy hai pha không đẳng nhiệt:

Hệ phương trình cơ bản biểu diễn dòng phun rối xoáy hai pha không đẳng nhiệt là hệ phương trình vi phân được phát triển từ các phương trình Reynold viết cho từng pha độc lập với các thành phần tương tác giữa các pha. Các phương trình vi phân này đã được trình bày trong các nghiên cứu trước đây [2, 3], [4], bao gồm các phương trình sau:

- Các phương trình liên tục của hai pha:

$$\frac{\partial}{\partial X}(U_g r) + \frac{\partial}{\partial r}(V_g r) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial X}(U_p r) + \frac{\partial}{\partial r}(V_p r) = 0 \quad (2)$$

- Phương trình nồng độ (trao đổi chất):

$$\frac{\partial(U_p r C)}{\partial X} + \frac{\partial(V_p r C)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{v_{tp}}{Sc} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right) \right] \quad (3)$$

- Các phương trình động lượng của hai pha:

$$\frac{\partial(U_g^2 r + p)}{\partial X} + \frac{\partial(V_g r U_g)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[r v_{tg} \left(\frac{\partial U_g}{\partial r} \right) \right] - \frac{F_u r}{\rho_g} \quad (4)$$

$$\frac{\partial(U_p^2 Cr)}{\partial X} + \frac{\partial(V_p U_p Cr)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[Cr v_{tp} \left(\frac{\partial U_p}{\partial r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[r U_p \frac{v_{tp}}{Sc} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right) \right] + \frac{F_u r}{\rho_g} \quad (5)$$

$$\frac{\partial(U_g V_g r)}{\partial X} + \frac{\partial(V_g^2 r + p)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[r v_{tg} \left(\frac{\partial V_g}{\partial r} \right) \right] + W_g - \frac{F_v r}{\rho_g} \quad (6)$$

$$\frac{\partial(U_p V_p Cr)}{\partial X} + \frac{\partial(V_p^2 Cr)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[r C v_{tp} \left(\frac{\partial V_p}{\partial r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[r V_p \frac{v_{tp}}{Sc} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right) \right] + \frac{F_v r}{\rho_g} \quad (7)$$

$$\frac{\partial(U_g W_g r)}{\partial X} + \frac{\partial(V_g W_g r)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[r v_{tg} \left(\frac{\partial W_g}{\partial r} \right) \right] - \frac{F_w r}{\rho_g} \quad (8)$$

$$\frac{\partial(U_p W_p Cr)}{\partial X} + \frac{\partial(V_p W_p Cr)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[r C v_{tp} \left(\frac{\partial W_p}{\partial r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[r W_p \frac{v_{tp}}{Sc} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right) \right] + \frac{F_w r}{\rho_g} \quad (9)$$

- Các phương trình trao đổi nhiệt năng của hai pha:

$$\frac{\partial(U_g T_g r)}{\partial X} + \frac{\partial(V_g T_g r)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{v_{tg}}{Pr} \left(\frac{\partial T_g}{\partial r} \right) \right] - \frac{Qr}{\rho_g c_p} \quad (10)$$

$$\frac{\partial(U_p T_p Cr)}{\partial X} + \frac{\partial(V_p T_p Cr)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[r C \frac{v_{tp}}{Pr} \left(\frac{\partial T_p}{\partial r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[r T_p \frac{v_{tp}}{Sc} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right) \right] + \frac{Qr}{\rho_g c_p} \quad (11)$$

- Các phương trình trao đổi động năng rối của hai pha:

$$\frac{\partial(U_g k_g r)}{\partial X} + \frac{\partial(V_g k_g r)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{v_{tg}}{\sigma_k} \left(\frac{\partial k_g}{\partial r} \right) \right] + r v_{tg} \left(\frac{\partial U_g}{\partial r} \right)^2 - r \epsilon_g - r \epsilon_g^* \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(U_p k_p Cr)}{\partial X} + \frac{\partial(V_p k_p Cr)}{\partial r} = & \frac{\partial}{\partial r} \left[r C \frac{v_{tp}}{\sigma_k} \left(\frac{\partial k_p}{\partial r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[r k_p v_{tp} \left(\frac{\partial U_p}{\partial r} \right) \right] + \\ & + r v_{tp} C \left(\frac{\partial U_p}{\partial r} \right)^2 - r \epsilon_p + r \epsilon_p^* \end{aligned} \quad (13)$$

- Các phương trình vận tốc rối của hai pha:

$$\frac{\partial(U_g \epsilon_g r)}{\partial X} + \frac{\partial(V_g \epsilon_g r)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{v_{tg}}{\sigma_\epsilon} \left(\frac{\partial \epsilon_g}{\partial r} \right) \right] + r v_{tg} C_{\epsilon_1} \frac{\epsilon_g}{k_g} \left(\frac{\partial U_g}{\partial r} \right)^2 - r C_{\epsilon_2} \frac{\epsilon_g^2}{k_g} - r \phi^* \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(U_p \epsilon_p Cr)}{\partial X} + \frac{\partial(V_p \epsilon_p Cr)}{\partial r} = & \frac{\partial}{\partial r} \left[r C \frac{v_{tp}}{\sigma_\epsilon} \left(\frac{\partial \epsilon_p}{\partial r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[r \epsilon_p \frac{v_{tp}}{Sc} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right) \right] + \\ & + r v_{tp} C C_{\epsilon_1} \frac{\epsilon_p}{k_p} \left(\frac{\partial U_p}{\partial r} \right)^2 - C_{\epsilon_2} r \frac{\epsilon_p^2}{k_p} + r \phi^* \end{aligned} \quad (15)$$

- Phương trình trạng thái:

$$p = \rho_g T_g \quad (16)$$

Trong đó :

$$X = X/r_0; r = r/r_0; U_i = U_i/U_0; V_i = V_i/V_0; W_i = W_i/W_0; i = g, p;$$

$$k_i = k_i / U_0^2; \varepsilon_i = \varepsilon_i / U_0^3; p = p / U_0^2; T_i = T_i R / U_0^2; \phi^* = \phi r_0^2 / U_0^4;$$

$$\varepsilon^* = \varepsilon^* r_0^2 / U_0^3; F_j = F_j r_0 / U_0^2; j = u, v, w; Q = Q r_0 / U_0^3$$

X, r, r_0 – tọa độ theo phương X , bán kính tại điểm đang xét và bán kính tại thiết diện ban đầu của dòng phun.

$U_i, V_i, W_i, U_0, V_0, W_0$ – Các thành phần vận tốc tại điểm đang xét và tại thiết diện ban đầu.

C, p, T_i – Nồng độ, áp suất và nhiệt độ của các pha.

k_i, ε_i – động năng rối và vận tốc rối của các pha.

F_j, Q tương tác lực và nhiệt giữa các pha.

v_{ii} – độ nhớt động học rối của các pha.

Pr, Sc, Nu – Hệ số Prandtl, Smidth và Nuxel.

$$Q = \frac{6Nu\lambda}{D_p^2} (T_g - T_p)$$

$$F_j = K\rho_p (j_g - j_p)^2$$

$$\varepsilon^* = 2\sqrt{2}\beta(k_g^{1/2} - k_p^{1/2})^2 k_p^{1/2}$$

$$\phi^* = 2\sqrt{2}\beta\varepsilon_p^{1/2} (\varepsilon_g^{1/2} - \varepsilon_p^{1/2}) (k_g^{1/2} - k_p^{1/2})$$

$$\beta = \frac{60\rho_g v_p}{\rho_p^0 D_p^2}$$

$$K = (1 + 0,179 Re^{0,5} + 0,013 Re)$$

$$\rho_p = \rho_g C$$

ρ_g, ρ_p^0, D_p - khối lượng riêng của các pha và đường kính tương đương của các hạt pha

thứ hai.

g, p – kí hiệu của pha thứ nhất (khí) và pha thứ hai (rắn hoặc lỏng)

Như vậy để hoàn chỉnh mô hình rối cũng như là mô hình toán của dòng phun rối xoáy hai pha không đẳng nhiệt ta cần có những phương trình biểu diễn các quá trình trao đổi nhiệt và chất của các thành phần rối. Dưới đây tác giả xin trình bày các phương trình nhiệt năng rối của các pha và phương trình nồng độ rối (k_{Tg}, k_{Tp} và k_c).

b) Phương trình trao đổi nhiệt năng rối k_{Tg} và k_{Tp} của hai pha.

Các phương trình trao đổi nhiệt năng rối của hai pha được xây dựng từ các phương trình liên tục và phương trình trao đổi nhiệt của các pha, dưới dạng tổng quát chung có dạng [2]:

$$\sum_j \left(\frac{\partial V_{gi}}{\partial X_j} \right) = 0 \quad (17)$$

$$\sum_j \left(\frac{\partial V_{pi}}{\partial X_j} \right) = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial T_{gi}}{\partial t} + \sum_j V_{gi} \frac{\partial T_{gi}}{\partial X_j} = - \frac{Q}{\rho_g c_p} (T_{gi} - T_{pi}) \quad (19)$$

$$\frac{\partial T_{pi}}{\partial t} + \sum_j V_{pj} C \frac{\partial T_{pi}}{\partial X_j} = \frac{Q}{\rho_g c_p} (T_{gi} - T_{pi}) \quad (20)$$

Các đại lượng trong các phương trình trên có thể biểu diễn bằng tổng của giá trị trung bình thời gian và thành phần mạch động (rối), do đó trung bình hoá các phương trình (17) ÷ (20) và lấy hiệu tương ứng với các phương trình đó ta nhận được phương trình của các thành phần rối:

$$\sum_j \left(\frac{\partial V'_{gj}}{\partial X_j} \right) = 0 \quad (21)$$

$$\sum_j \left(\frac{\partial V'_{pj}}{\partial X_j} \right) = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial T'_{gi}}{\partial t} + \sum_j \left[V'_{gj} \frac{\partial T'_{gi}}{\partial X_j} + \bar{V}_{gj} \frac{\partial T'_{gi}}{\partial X_j} + \frac{\partial (T'_{gi} V'_{gj})}{\partial X_j} \right] = -\psi \Delta T'_i \quad (23)$$

$$\frac{\partial T'_{pi}}{\partial t} + \sum_j \left[V'_{gj} C' \frac{\partial T'_{pi}}{\partial X_j} + \bar{V}_{pj} C' \frac{\partial T'_{pi}}{\partial X_j} + \frac{\partial (T'_{pj} V'_{pj} C')}{\partial X_j} \right] = \psi \Delta T'_i \quad (24)$$

Ký hiệu (') để chỉ thành phần rối của các đại lượng; $\psi = Q / \rho_g c_p$

Nhân phương trình (23) với T'_{pk} ta có:

$$T'_{pk} \frac{\partial T'_{gi}}{\partial t} + \sum_j \left[V'_{gj} T'_{pk} \frac{\partial T'_{gi}}{\partial X_j} + \bar{V}_{gj} T'_{pk} \frac{\partial T'_{gi}}{\partial X_j} + T'_{pk} \frac{\partial (T'_{gi} V'_{gj})}{\partial X_j} \right] = -\psi \sum_i \Delta T'_i T'_{pk} \quad (25)$$

đổi vị trí của i, k, cộng phương trình nhận được với phương trình (25):

$$\begin{aligned} \frac{\partial (T'_{gi} T'_{pk})}{\partial t} + \sum_{ij} \left[\left(V'_{gj} T'_{pk} \frac{\partial T'_{gi}}{\partial X_j} + V'_{gj} T'_{gi} \frac{\partial T'_{pk}}{\partial X_j} \right) + \bar{V}_{gj} \frac{\partial (T'_{gi} T'_{pk})}{\partial X_j} + \frac{\partial (T'_{gi} T'_{pk} V'_{gj})}{\partial X_j} \right] = \\ = -\psi \sum_i (\Delta T'_i T'_{pk} + \Delta T'_k T'_{gi}) \end{aligned}$$

cho $i = k$ và đặt $k_{Tg} = \sum_i (T'_{gi})^2$, biến đổi phương trình trên ta nhận được:

$$\frac{\partial (k_{Tg})}{\partial t} + \sum_{ij} \bar{V}_{gj} \frac{\partial k_{Tg}}{\partial X_j} = - \sum_j \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\bar{V}'_{gj} \sum_i (T'_{gi})^2 \right) - \sum_{ij} 2 \bar{V}'_{gj} T'_{gi} \left(\frac{\partial T'_{gi}}{\partial X_j} \right) - 2\psi \sum_i \Delta T'_i T'_{gi} \quad (26)$$

Sử dụng các công thức tương tự của Kolmogorov [2], các biểu thức bên vế phải có thể viết:

$$- \bar{V}'_{gj} \sum_i T'_{gi}{}^2 = \frac{v_{Tg}}{\sigma_T} \left(\frac{\partial k_{Tg}}{\partial X_j} \right) \quad (27)$$

$$- \bar{V}'_{gj} T'_{gi} = \frac{v_{Tg}}{Pr} \left(\frac{\partial T'_{gi}}{\partial X_j} \right); \quad \epsilon_T^* = 2\psi \sum_i \Delta T'_i T'_{gi}; \quad v_{Tg} = C_\mu \frac{k_g^2}{\epsilon_g}$$

Thay các biểu thức của (27) vào phương trình (26) ta sẽ nhận được phương trình trao đổi nhiệt năng rối dạng tổng quát với pha thứ nhất:

$$\frac{\partial k_{Tg}}{\partial t} + \sum_j \bar{V}_{pj} \frac{\partial k_{Tg}}{\partial X_j} = \sum_j \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{v_{tg}}{\sigma_T} \left(\frac{\partial k_{Tg}}{\partial X_j} \right) \right) + 2 \sum_{ij} \frac{v_{tg}}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial T_{gi}}{\partial X_j} \right)^2 - \varepsilon_T^* \quad (28)$$

Hay trong tọa độ trụ với dòng ổn định ta có:

$$U_g \frac{\partial k_{Tg}}{\partial X} + V_g \frac{\partial k_{Tg}}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{v_{tg}}{\sigma_T} \left(\frac{\partial k_{Tg}}{\partial X_j} \right) \right] + 2 \frac{v_{tg}}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial T_{gi}}{\partial X_j} \right)^2 - \varepsilon_T^* \quad (29)$$

Biến đổi tương tự với pha thứ hai ta cũng có phương trình trao đổi nhiệt năng rối

$$k_{Tp} = \sum_i (T'_{pi})^2 :$$

$$\frac{\partial k_{Tp}}{\partial t} + \sum_j \bar{V}_{pj} \frac{\partial k_{Tp}}{\partial X_j} = \sum_j \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{v_{tp}}{\sigma_T} \left(\frac{\partial k_{Tp}}{\partial X_j} \right) \right) + 2 \sum_j \frac{v_{tp}}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial T_{pi}}{\partial X_j} \right)^2 + \varepsilon_T^* \quad (30)$$

Và đối với dòng ổn định trong hệ tọa độ trụ ta cũng có:

$$U_p \frac{\partial k_{Tp}}{\partial X} + V_p C \frac{\partial k_{Tp}}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{v_{tp}}{\sigma_T} \left(\frac{\partial k_{Tp}}{\partial r} \right) \right] + 2 \frac{v_{tp}}{\text{Pr}} C \left(\frac{\partial T_{pi}}{\partial r} \right)^2 + \varepsilon_T^* \quad (31)$$

c) Phương trình nồng độ rối của dòng phun:

Phương trình nồng độ rối của dòng phun cũng có thể nhận được từ phương trình liên tục và phương trình nồng độ thông qua các biến đổi tương tự như đối với phương trình nhiệt năng rối. Phương trình trao đổi thành phần rối của nồng độ có dạng:

$$\frac{\partial C'_i}{\partial t} + \sum_j \left(V'_{pj} \frac{\partial C'_i}{\partial X_j} + \bar{V}_{pj} \frac{\partial C'_i}{\partial X_j} + \frac{\partial (C'_i V'_{pj})}{\partial X_j} \right) = 0 \quad (32)$$

Nhân phương trình (32) với C'_k và tiến hành các biến đổi tương tự như với k_{Tg} ta cũng có:

$$\frac{\partial (C'_i C'_k)}{\partial t} + \sum_j \bar{V}_{pj} \frac{\partial (C'_i C'_k)}{\partial X_j} = - \sum_j \frac{\partial}{\partial X_j} \left(V'_{pj} \sum_i (C'_i C'_k) \right) - \sum_{ij} \left(V'_{pj} C'_k \frac{\partial C'_i}{\partial X_j} + V'_{pj} C'_i \frac{\partial C'_k}{\partial X_j} \right) \quad (33)$$

Cho $i=k$ và đặt:

$$k_c = \sum_i C_i'^2 - \overline{V'_{pj} \sum_i C_i'^2} = \frac{v_{tp}}{\sigma_c} \left(\frac{\partial k_c}{\partial X_j} \right) - \overline{V'_{pj} C_i'} = \frac{v_{tp}}{Sc} \left(\frac{\partial C_i}{\partial X_j} \right); \quad v_{tp} = C_\mu \frac{k_p^2}{\varepsilon_p} \quad (34)$$

Thay các giá trị của (34) vào phương trình (33) ta nhận được phương trình nồng độ rối của dòng phun dạng tổng quát:

$$\frac{\partial k_c}{\partial t} + \sum_j \bar{V}_{pj} \frac{\partial k_c}{\partial X_j} = \sum_j \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{v_{tp}}{\sigma_c} \left(\frac{\partial k_c}{\partial X_j} \right) \right) + \sum_j \left[2 \frac{v_{tp}}{Sc} \left(\frac{\partial C}{\partial X_j} \right)^2 \right] \quad (35)$$

Đối với trường hợp dòng ổn định trong hệ tọa trụ phương trình trên có dạng:

$$U_p \frac{\partial k_c}{\partial X} + V_p C \frac{\partial k_c}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{v_{tp}}{\sigma_c} \left(\frac{\partial k_c}{\partial r} \right) \right] + 2 \frac{v_{tp}}{Sc} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)^2 \quad (36)$$

KẾT LUẬN

Như vậy với hệ các phương trình cơ bản của dòng phun rối xoáy hai pha không đẳng nhiệt (1) ÷ (11), (15) cùng các phương trình biểu diễn các thành phần rối của các thông số cơ

bản trong quá trình trao đổi nhiệt và chất (12) ÷ (14), (29), (31) và (36), mô hình toán của dòng phun rối xoáy hai pha không đẳng nhiệt đã được hoàn chỉnh và khép kín hoàn toàn. Công việc tiếp theo sẽ là mô phỏng số dòng phun dựa trên mô hình toán thành lập và khi đó ta sẽ có hoàn chỉnh bức tranh của dòng phun rối xoáy hai pha không đẳng nhiệt.

Công trình nhận được sự hỗ trợ quý báu từ đề tài hợp tác quốc tế thuộc chương trình nghiên cứu cơ bản, Bộ Khoa học Công nghệ. Tác giả xin chân thành cảm ơn.

MATHEMATICAL MODEL OF THE TWO-PHASE NON-ISOTHERMAL SWIRLING TURBULENT FLOWS IN THERMAL AND MASS TRANSMISSION PROCESSES

Nguyen Thanh Nam

Faculty of Mechanical Engineering - University of Technology – VNU-HCM

ABSTRACT: The paper introduced a complete mathematical model for two phase non-isothermal swirling turbulent flows with two fluid scheme, basic on the system of equation of motions and k_g - k_p - ϵ_g - ϵ_p turbulent model. The turbulent thermal and thermal and mass transmission processes are represented by equations of the turbulent parameters k_{Tg} , k_{Tp} and k_c .

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Abramovich G.N, Theory of Turbulent Flows. M. Nauka, 1984.
2. Schraiber. A.A., *Gas Turbulent Flows*, Naukova Dumca, 1987.
3. Nam N.T. *Two-phase Turbulent Swirling Flows*, Ph.D. Thesis T.V. Sofia, 1991.
4. Nam N.T k_g - k_p - ϵ_g - ϵ_p *Turbulent model for two-phase turbulent flows in Thermal and Transmission Processes*, Tạp chí phát triển khoa học công nghệ, 2002