MÔ HÌNH BỐN THÀNH PHẦN RỐI k_g - k_p - ε_g - ε_P CỦA DÒNG PHUN RỐI HAI PHA TRONG NGHIÊN CỨU CÁC QUÁ TRÌNH TRAO ĐỔI NHIỆT VÀ CHẤT

Nguyễn Thanh Nam

Khoa Cơ Khí, trường Đại học Bách Khoa – ĐHQG-HCM

(Bài nhận ngày 14 tháng 11 năm 2002)

TÓM TẮT: *Khi nghiên cứu số dòng phun rối hai pha dựa trên sơ đồ hai pha độc lập, vấn đề mô hình hóa đòi hỏi phải có mô hình rối phù hợp cho cả hai pha. Trong công trình này tác giả xây dựng mô hình sửa đổi (k - ε) của dòng hai pha, bao gồm hai cặp phương trình đối với động năng rối (k_g - k_p) và vận tốc rối (ε_g - ε_p). Mô hình được sử dụng để nghiên cứu dòng chảy rối hai pha không đẳng nhiệt trong các thiết bị trao đổi nhiệt và chất.*

ĐẶT VẤN ĐỀ:

Dòng chảy rối hai pha được sử dụng rất nhiều trong tự nhiên và trong kỹ thuật do đó việc nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm về dòng chảy rối hai pha được quan tâm đặc biệt. Tuy nhiên nghiên cứu thực nghiệm là rất khó khăn và đòi hỏi nhiều vốn đầu tư do đó các nghiên cứu thường kết hợp với việc mô phỏng số các dòng chảy hai pha dựa trên các mô hình tính toán của chúng.

Như chúng ta đã biết, khi xây dựng mô hình toán cho dòng nhiều pha, ta thường sử dụng hai phương pháp nghiên cứu. Phương pháp thứ nhất coi dòng chảy như dòng một pha tương ứng với trường vận tốc, nhiệt độ và nồng độ của các pha là như nhau, tác động qua lại giữa các pha được thể hiện thông qua mật độ tương đối của các pha, theo đó pha thứ hai đóng vai trò thứ yếu trong sự phát triển của dòng phun. Phương pháp thứ hai coi các pha là độc lập với các trường vận tốc, nhiệt độ và nồng độ riêng. Phương pháp này được khởi xướng bởi Nigmatulin dựa trên giả thiết của Landau vào những năm 40. việc nghiên cứu dòng hai pha rối theo hướng này đưa mô hình toán đến gần bức tranh thực của dòng chảy.

MÔ HÌNH RỐI CỦA DÒNG HAI PHA:

Các phương trình liên tục và chuyển động của dòng phun rối hai pha với mô hình các pha độc lập được triển khai bởi Schraiber [1]:

$$\sum_j \left(\frac{V_{gj}}{\partial X_j} \right) = 0 \tag{1}$$

$$\sum_j \left(\frac{V_{pj}}{\partial X_j} \right) = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial V_{gi}}{\partial t} + \sum_j V_{gj} \frac{\partial V_{gi}}{\partial X_j} = -\frac{1}{\rho_g}\frac{\partial p}{\partial X_i} + \frac{1}{\rho_g}\sum_j \frac{\partial \tau_{gij}}{\partial X_j} - \frac{1}{\rho_g} F_i \tag{3}$$

$$\frac{\partial V_{pi}}{\partial t} + \sum_j V_{pj} \frac{\partial V_{pi}}{\partial X_j} = \frac{1}{\rho_p}\sum_j \frac{\partial \tau_{pij}}{\partial X_j} + \frac{1}{\rho_p} F_i \tag{4}$$

Theo lý thuyết của dòng chảy rối, các đại lượng trong các phương trình trên có thể biểu diễn bằng tổng của các giá trị trung bình thời gian và thành phần mạch động (thành phần rối). Do đó trung bình hóa các đại lượng của các phương trình (1) ÷(4) và lấy hiệu tương ứng với các phương trình đó ta nhận được hệ các phương trình của các thành phần rối:

$$\sum_j \frac{V'_{gj}}{\partial X_j} = 0 \qquad (5)$$

$$\sum_j \frac{V'_{pj}}{\partial X_j} = 0 \qquad (6)$$

$$\frac{\partial V'_{gi}}{\partial t} + \sum_j \left[V'_{gj} \frac{\partial \overline{V}_{gi}}{\partial X_j} + \partial \overline{V}_{gj} \frac{\partial V'_{gi}}{\partial X_j} + \frac{\partial \left(V'_{gi} V'_{gj} \right)}{\partial X_j} \right] =$$
$$= -\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial p'}{\partial X_i} + \frac{1}{\rho_g} \sum_j \frac{\partial \tau'_{gij}}{\partial X_j} - \frac{1}{\rho_g} F'_i \qquad (7)$$

$$\frac{\partial V'_{pi}}{\partial t} + \sum_j \left[V'_{pj} \frac{\partial \overline{V}_{pi}}{\partial X_j} + \partial \overline{V}_{pj} \frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_j} + \frac{\partial \left(V'_{pi} V'_{pj} \right)}{\partial X_j} \right] = \frac{1}{\rho_p} \sum_j \frac{\partial \tau'_{pij}}{\partial X_j} + \frac{1}{\rho_p} F'_i \qquad (8)$$

Trong các phương trình trên các ký hiệu: g, p _ thành phần của các pha chính (thường là khí) và pha thứ hai (thường là các hạt chất lỏng hoặc rắn); i, j =1, 2, 3 (theo trục toạ độ); V_{gi} , V_{gj} , V_{pi} , V_{pj} _ các thành phần vận tốc; ρ_g , ρ_p _ khối lượng riêng của các pha; p _ ký hiệu áp suất; τ_{gij} , τ_{pij} _ các thành phần ứng suất rối của hai pha; F_i _ lực tương tác của các pha; ký hiệu (') để chỉ thành phần rối của các đại lượng.

Với sự trợ giúp của hệ phương trình các thành phần rối (5) ÷(8) chúng ta có thể xây dựng được các phương trình động năng rối (k_g - k_p) và các phương trình vận tốc rối (ε_g - ε_p). Do việc xây dựng các phương trình k_g -ε_g của pha chính tương tự như mô hình $(k-\varepsilon)$ của dòng chảy rối đã thực hiện bởi nhiều tác giả [1,3] . Ở đây tác giả xin trình bày việc xây dựng các phương trình động năng rối và vận tốc rối của pha thứ hai (k_p- ε_p).

PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG NĂNG RỐI CỦA PHA THỨ HAI:

Nhân phương trình (8) với thành phần rối của vận tốc V'_{pk} ta có:

$$V'_{pk} \frac{\partial V'_{pi}}{\partial t} + \sum_j \left[V'_{pj} V'_{pk} \frac{\partial \overline{V}_{pi}}{\partial X_j} + \overline{V}_{pj} V'_{pk} \frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_j} + V'_{pk} \frac{\partial \left(V'_{pi} V'_{pj} \right)}{\partial X_j} \right] =$$
$$= \frac{1}{\rho_p} \sum_j V'_{pk} \frac{\partial \tau'_{pij}}{\partial X_j} + \frac{1}{\rho_p} F'_i V'_{pk} \qquad (9)$$

Đổi vị trí các chỉ số i và k trong phương trình (9), sau khi cộng hai vế với phương trình (9) ta nhận được phương trình:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(V'_{pi} V'_{pk} \right) + \sum \left[\left(V'_{pj} V'_{pk} \right) \frac{\partial \overline{V}_{pi}}{\partial X_j} + \left(V'_{pj} V'_{pi} \right) \frac{\partial \overline{V}_{pk}}{\partial X_j} + \overline{V}_{pj} \frac{\partial \left(V'_{pk} V'_{pi} \right)}{\partial X_j} + \frac{\partial \left(\overline{V}_{pi} V'_{pk} V'_{pj} \right)}{\partial X_j} \right] =$$
$$= \frac{1}{\rho_p} \sum_j \left(V'_{pk} \frac{\partial \tau'_{pij}}{\partial X_j} + V'_{pi} \frac{\partial \tau'_{pkj}}{\partial X_j} \right) + \frac{1}{\rho_p} \left(F'_i V'_{pk} + F'_k V'_{pi} \right) \qquad (10)$$

Kết hợp với phương trình (6) và biểu thức xác định ứng suất rối :

$\left(\tau'_{pij} = \mu_{tp}\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_j} + \frac{\partial V'_{pj}}{\partial X_i}\right)\right)$. Biểu thức đầu vế phải của phương trình (10) có thể biến đổi:

$$\sum_j\left[V'_{pk}\frac{\partial \tau'_{pij}}{\partial X_j} + V'_{pi}\frac{\partial \tau'_{pkj}}{\partial X_j}\right] = \sum_j\left[\frac{\partial}{\partial X_j}\left(V'_{pk}\tau'_{pij} + V'_{pi}\tau'_{pkj}\right) - \tau'_{pij}\frac{\partial V'_{pk}}{\partial X_j} - \tau'_{pkj}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_j}\right]$$

$$= \sum_j\left\{\frac{\partial}{\partial X_j}\mu_{tp}\left[V'_{pk}\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_j} + \frac{\partial V'_{pj}}{\partial X_i}\right) + V'_{pi}\left(\frac{\partial V'_{pk}}{\partial X_j} + \frac{\partial V'_{pj}}{\partial X_k}\right)\right] - \right.$$

$$\left. - \mu_{tp}\frac{\partial V'_{pk}}{\partial X_j}\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_j} + \frac{\partial V'_{pj}}{\partial X_i}\right) - \mu_t\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_j}\left(\frac{\partial V'_{pk}}{\partial X_j} + \frac{\partial V'_{pj}}{\partial X_k}\right)\right\}$$

$$= \mu_{tp}\sum_j\frac{\partial}{\partial X_j}\left[\frac{\partial}{\partial X_j}\left(V'_{pi}V'_{pk}\right)\right] - 2\mu_{tp}\sum_j\left(\frac{\partial V'_{pk}}{\partial X_j} + \frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_j}\right) \tag{11}$$

Thay (11) vào (10) và biến đổi ta nhận được phương trình sau:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(V'_{pi}V'_{pk}\right) + \sum_j \overline{V}_{pj}\frac{\partial}{\partial X_j}\left(V'_{pj}V'_{pk}\right) = \sum_j\frac{\partial}{\partial X_j}\left[\upsilon_{tp}\frac{\partial}{\partial X_j}\left(V'_{pi}V'_{pk}\right) - \left(V'_{pi}V'_{pk}V'_{pj}\right)\right] -$$

$$\sum_j\left[\left(V'_{pj}V'_{pk}\right)\frac{\partial \overline{V}_{pi}}{\partial X_j} + \left(V'_{pj}V'_{pi}\right)\frac{\partial \overline{V}_{pk}}{\partial X_j}\right] - 2\upsilon_{tp}\sum_j\left(\frac{\partial V'_{pk}}{\partial X_j}\right)\left(\frac{\partial \overline{V}_{pi}}{\partial X_j}\right) - \frac{1}{\rho_p}\left(F'_iV'_{pk} + F'_kV'_{pi}\right) \tag{12}$$

Cho giá trị của i và k bằng nhau (i=k) và đặt $k_p = 0.5\sum_i V'^{2}_{pi}$ _ động năng rối của pha thứ hai, phương trình (12) có dạng sau:

$$\frac{\partial k_p}{\partial t} + \sum_j \overline{V}_{pj}\frac{\partial k_p}{\partial X_j} = \sum_j\frac{\partial}{\partial X_j}\left[\upsilon_{tp}\frac{\partial k_p}{\partial X_j} - V'_{pj}\sum_j 0.5V'^{2}_{pi}\right] - \sum_j\sum_j\left(V'_{pi}V'_{pj}\right)\frac{\partial \overline{V}_{pi}}{\partial X_j} -$$

$$-\upsilon_{tp}\sum_j\sum_j\left(\frac{\partial \overline{V}'_{pi}}{\partial X_j}\right)\left(\frac{\partial \overline{V}'_{pi}}{\partial X_j}\right) - \frac{1}{\rho_p}\sum_j F'_iV'_{pi} \tag{13}$$

Sử dụng công thức của Kolmogorov [2] đối với các thành phần phân tán (biểu thức đầu vế phải); tạo rối (biểu thức thứ hai vế phải); vận tốc rối (biểu thức thứ ba vế phải) và tương tác rối (biểu thức thứ tư vế phải) ta có:

$$\left[\upsilon_{tp}\frac{\partial k_p}{\partial X_j}-V_{pj}{}'0.5\sum_i V_{pi}{}'^2\right]=\frac{\upsilon_{tp}}{\sigma_k}\frac{\partial k_p}{\partial X_j}$$

$$-V_{pj}{}'V_{pi}{}'=\upsilon_{tp}\left(\frac{\partial\overline{V}_{pi}}{\partial X_j}+\frac{\partial\overline{V}_{pj}}{\partial X_i}\right) \tag{14}$$

$$\varepsilon_p=\upsilon_{tp}\sum_j\sum_j\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_j}\right)\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_j}\right)$$

$$\varepsilon^*=\frac{1}{\rho_p}\sum_j F'_iV'_{pi}$$

Thay các biểu thức trong (14) vào phương trình (13) ta nhận được phương trình động năng rối của pha thứ hai ở dạng tổng quát:

$$\frac{\partial k_p}{\partial t}+\sum_j\overline{V}_{pj}\frac{\partial k_p}{\partial X_j}=\sum_j\frac{\partial}{\partial X_j}\left[\frac{\upsilon_{tp}}{\sigma_k}\frac{\partial k_p}{\partial X_j}\right]+\upsilon_{tp}\sum_j\sum_j\frac{\partial\overline{V}_{pi}}{\partial X_j}\left(\frac{\partial\overline{V}_{pi}}{\partial X_j}+\frac{\partial\overline{V}_{pj}}{\partial X_i}\right)+\varepsilon_p+\varepsilon^* \tag{15}$$

Hay trong hệ toạ độ trụ phương trình động năng rối của pha thứ hai có dạng sau:

$$\frac{\partial k_p}{\partial t}+U_p\frac{\partial k_p}{\partial X}+V_p\frac{\partial k_p}{\partial r}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\upsilon_{tp}}{\sigma_k}\left(\frac{\partial k_p}{\partial r}\right)\right]+\upsilon_{tp}\left(\frac{\partial U_p}{\partial r}\right)^2+\varepsilon_p+\varepsilon^* \tag{16}$$

PHƯƠNG TRÌNH VẬN TỐC RỐI CỦA PHA THỨ HAI TRONG DÒNG CHẢY RỐI HAI PHA:

Ta hãy xem xét biểu thức sau:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\upsilon_{tp}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)=2\upsilon_{tp}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\frac{\partial}{\partial X_k}\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial t}\right) \tag{17}$$

Thay giá trị của $\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial t}\right)$ từ phương trình (8) vào (17) ta có:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\left(\upsilon_{tp}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)=-2\upsilon_{tp}\Bigg\{\sum_j\Bigg[&\overline{V}_{pj}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\frac{\partial^2 V'_{pi}}{\partial X_k\partial X_j}+\frac{\partial\overline{V}_{pj}}{\partial X_k}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_j}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}+\\&+\frac{\partial\overline{V}_{pi}}{\partial X_j}\frac{\partial V'_{pj}}{\partial X_k}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}+\frac{\partial^2\overline{V}_{pi}}{\partial X_j\partial X_k}V'_{pj}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}+\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\frac{\partial^2}{\partial X_k\partial X_j}\left(V'_{pi}V'_{pj}\right)\\&-\upsilon_{tp}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\frac{\partial}{\partial X_k}\left(\frac{\partial^2 V'_{gi}}{\partial X_j^2}\right)\Bigg]+\frac{1}{\rho_p}\frac{\partial F'_i}{\partial X_k}\frac{\partial V'_{gi}}{\partial X_k}\Bigg\}\end{aligned} \tag{18}$$

Các biểu thức trong phương trình (18) có thể được triển khai ở dạng trung bình thời gian như sau:

Biểu thức vế trái trung bình thời gian chính là đạo hàm của vận tốc rối theo thời gian hay:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\upsilon_{tp}\sum_i\sum_k\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)\right)=\frac{\partial\varepsilon_p}{\partial t} \tag{19}$$

Biểu thức đầu của vế phải có thể biến đổi:

$$-2\upsilon_{tp}\sum_{i,j,k}\overline{V}_{pj}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\frac{\partial^2 V'_{pi}}{\partial X_k \partial X_j} = -\sum_j \overline{V}_{pj}\frac{\partial}{\partial X_j}\left[\upsilon_{tp}\sum_{i,k}\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)\right] =$$

$$= -\sum_j \overline{V}_{pj}\left(\frac{\partial \varepsilon_p}{\partial X_j}\right) \qquad (20)$$

Các biểu thức thứ năm và thứ sáu của vế phải cũng có thể biến đổi như sau:

$$-2\upsilon_{tp}\sum_{i,j,k}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\frac{\partial^2}{\partial X_k \partial X_j}\left(V'_{pi}V'_{pj}\right) =$$

$$= -2\upsilon_{tp}\sum_{i,j,k}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_j}\frac{\partial V'_{pj}}{\partial X_k} + V'_{pi}\frac{\partial^2 V'_{pi}}{\partial X_j \partial X_k} + \frac{\partial V'_{pj}}{\partial X_j}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k} + V'_{pj}\frac{\partial^2 V'_{pi}}{\partial X_j \partial X_k}\right) =$$

$$= -2\upsilon_{tp}\sum_{i,j,k}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_j}\frac{\partial V'_{pj}}{\partial X_k} - \sum_j \frac{\partial}{\partial X_j}\left[V'_{pj}\sum_{i,k}\upsilon_{tp}\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)\right] \qquad (21)$$

$$2\upsilon_{tp}^2\sum_{i,j,k}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\frac{\partial}{\partial X_k}\left(\frac{\partial^2 V'_{pi}}{\partial X_j^2}\right) =$$

$$= 2\upsilon_{tp}^2\sum_{i,j,k}\left\{\frac{\partial}{\partial X_j}\left[\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\frac{\partial}{\partial X_j}\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)\right] - \frac{\partial}{\partial X_j}\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)\frac{\partial}{\partial X_j}\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)\right\} =$$

$$= \sum_j \upsilon_{tp}\frac{\partial}{\partial X_j}\left[\frac{\partial}{\partial X_j}\sum_{i,k}\upsilon_{tp}\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)\right] - \sum_{i,j,k}2\upsilon_{tp}^2\left(\frac{\partial^2 V'_{pi}}{\partial X_j \partial X_k}\right)^2 \qquad (22)$$

Thay các biểu thức (19) $\div$(22) vào (18), hoán vị các chỉ số lần lượt $j \to i$; $k \to j$; $i \to k$ ta nhận được phương trình vận tốc rối:

$$\frac{\partial\varepsilon_p}{\partial t}+\sum_j \overline{V}_{pj}\frac{\partial\varepsilon_p}{\partial X_j}=-2\upsilon_{tp}\sum_{i,j,k}\frac{\overline{V}_{pj}}{\partial X_j}\left(\frac{\partial V'_{pk}}{\partial X_i}\frac{\partial V'_{pk}}{\partial X_j}+\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\frac{\partial V'_{pj}}{\partial X_k}\right)-$$

$$(I)$$

$$2\upsilon_{tp}\sum_{i,j,k}\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_j}\frac{\partial V'_{pj}}{\partial X_k}\right)-2\upsilon_{tp}{}^2\sum_{i,j,k}\left(\frac{\partial^2 V'_{pi}}{\partial X_j\partial X_k}\right)^2-$$

$$(II)\qquad\qquad(III)$$

$$(2\upsilon_{tp}\sum_{i,j,k}\frac{\partial^2\overline{V}_{pi}}{\partial X_j\partial X_k}V'_{pj}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}-\sum_j\frac{\partial}{\partial X_j}\left(V'_{pj}\sum_{i,k}\upsilon_{tp}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)+$$

$$(IV)\qquad\qquad(V)$$

$$\upsilon_{tp}\sum_j\left(\frac{\partial^2\varepsilon_p}{\partial X_j{}^2}\right)-\frac{2\upsilon_{tp}}{\rho_p}\sum_{i,k}\left(\frac{\partial F'_i}{\partial X_k}\right)\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)$$

$$(VI)\qquad\qquad(VII)\qquad\qquad(23)$$

Các biểu thức bên vế phải của phương trình trên có vai trò tương tự như các biểu thức tương ứng trong mô hình ($k-\varepsilon$):

$$(I)=C\varepsilon_1\frac{\varepsilon_p}{k_p}\upsilon_{tp}\sum_{i,j}\left(\frac{\partial\overline{V}_{pi}}{\partial X_j}\right)^2$$

$$(II)+(III)=-C\varepsilon_2\frac{\varepsilon_{p^2}}{k_p}$$

$$(V)+(VI)=\sum_j\frac{\partial}{\partial X_j}\left[\frac{\upsilon_{tp}}{\sigma_\varepsilon}\left(\frac{\partial\varepsilon_p}{\partial X_j}\right)\right]\qquad(24)$$

$$\Phi^*=\frac{2\upsilon_{tp}}{\rho_p}\sum_{i,j}\left(\frac{\partial F'_i}{\partial X_k}\right)\left(\frac{\partial V'_{pi}}{\partial X_k}\right)$$

$$\upsilon_{tp}=C\mu\frac{k_p{}^2}{\varepsilon_p}$$

Các hệ số thực nghiệm có gía trị như sau [1]:

$C_\mu=0.09$; $\sigma_k=1$; $\sigma_\varepsilon=1.3$; $C_{\varepsilon1}=1.44$; $C_{\varepsilon2}=1.92$.

Thay giá trị của các biểu thức trong (24) vào phương trình (23) ta nhận được phương trình vận tốc rối của pha thứ hai trong dòng hai pha rối:

$$\frac{\partial\varepsilon_p}{\partial t}+\sum_j\overline{V}_{pj}\frac{\partial\varepsilon}{\partial X_j}=\sum_j\frac{\partial}{\partial X_j}\left(\frac{\upsilon_{tp}}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon_p}{\partial X_j}\right)+C_{\varepsilon1}\upsilon_{tp}\frac{\varepsilon_p}{k_p}\sum_{i,j}\left(\frac{\partial\overline{V}_{pi}}{\partial X_j}\right)^2-C_{\varepsilon2}\frac{\varepsilon_p{}^2}{k_p}+\Phi_p^*\qquad(25)$$

Hay trong hệ toạ độ trụ phương trình vận tốc rối của pha thứ hai trong dòng hai pha rối có dạng:

$$\frac{\partial\varepsilon_p}{\partial t}+U_p\frac{\partial\varepsilon_p}{\partial X}+V_p\frac{\partial\varepsilon_p}{\partial r}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\upsilon_{tp}}{\sigma_\varepsilon}\left(\frac{\partial\varepsilon_p}{\partial r}\right)\right]+C_{\varepsilon1}\upsilon_{tp}\frac{\varepsilon_p}{k_p}\sum_{i,j}\left(\frac{\partial U_p}{\partial r}\right)^2-C_{\varepsilon2}\frac{\varepsilon_p{}^2}{k_p}+\Phi_p^*\qquad(26)$$

KẾT LUẬN:

Với mô hình rối (k_g - k_p - ε_g - ε_p) hệ phương trình đặc trưng của dòng chảy hai pha sẽ được khép kín và mô hình toán của dòng chảy sẽ tiệm cận với bức tranh thực của dòng chảy. Công việc nghiên cứu tiếp tục của dòng chảy hai pha sẽ bao gồm:

- Xây dựng mô hình toán cho dòng chảy rối hai pha trên cơ sở mô hình rối (k_g - k_p - ε_g - ε_p).
- Xây dựng mô hình trao đổi thành phần rối của nhiệt độ và nồng độ, từ đó xây dựng mô hình toán của dòng hai pha không đẳng nhiệt trong các quá trình trao đổi nhiệt và chất.

Công trình nhận được sự hỗ trợ quý báu của quỹ NCCB thuộc chương trình khoa học tự nhiên, Bộ KHCN. Tác giả xin chân thành cảm ơn.

k_g - k_p - ε_g - ε_p TURBULENT MODEL FOR TWO-PHASE TURBULENT FLOWS IN THERMAL AND MASS TRANSMISSION PROCESSES

Nguyen Thanh Nam

ABSTRACT: During numerical investigation of two-phase flows using two fluid scheme, it's necessary a new turbulent model for closing the system equations. In this work is introduced the modification of k-ε model - k_g-k_p-ε_g-ε_p turbulent model for numerical investigation of two-phase non-isothermal turbulent flows in thermal and mass transmission processes.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Schraiber. A.A., *Gas Turbulent Flows*, Naucova Dumca, 1987.
2. Kolomogorov A.N., *Equation Of Motion Of Turbulent Flows*, Izv.AN.CCCP V_0L.6, 1942.
3. Nigmatulin RI. *Basic Mechanicsof Fluids.*, M. Nauka, 1978.
4. Nam N.T. *Two-phase Turbulent Swirling Flows*, Ph.D. Thesis TU. Sofia, 1991.