# VỀ SỰ TỒN TẠI ƯỚC LƯỢNG BAYES TRONG MÔ HÌNH THỐNG KÊ VÔ HẠN CHIỀU VỚI KHÔNG GIAN THAM COMPĂC

**Ung Ngọc Quang**
Khoa Toán – Tin học, Trường Đại học Khoa học Tự Nhiên – ĐHQG-HCM
*(Bài nhận ngày 11 tháng 6 năm 2002, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 06 tháng 8 năm 2002)*

*TÓM TẮT: Bài báo khảo sát sự tồn tại ước lượng Bayes trong mô hình thống kê vô hạn chiều với không gian tham compăc bằng kỹ thuật giải tích hàm.*

## 1 Mở đầu

Khảo sát phân phối xác suất trong các không gian tuyến vô hạn chiều là một bài toán lớn của xác suất và giải tích hàm. Từ bài toán này, hoàn toàn tự nhiên nảy sinh vấn đề ứng dụng các phân phối xác suất vô hạn chiều vào việc nghiên cứu các ước lượng tối ưu trong các mô hình thống kê. Bài báo này xét đến sự tồn tại ước lượng tối ưu Bayes cho lớp các ước lượng bị chặn và lớp các ước lượng bị chặn cốt yếu trong các mô hình thống kê vô hạn chiều. Trường hợp mô hình hữu hạn chiều đã được khảo sát trong các bài báo khác (xem [1], [2], [3]).

## 2 Mô hình thống kê vô hạn chiều

Trong bài này,ta thường dùng các ký hiệu sau:

**E**, **F** là các không gian Banach khả ly.

θ là tập compăc trong **F**.

$B$ (**E**), $B$ (**F**), $B$ (θ) là các σ - đại số Borel trong các không gian **E**, **F** và Θ

**Định nghĩa 1**. *Cho không gian xác suất (Ω, A, P)* và không gian đo được (**E**, **B(E)**).

*Ánh xạ* $X : (\Omega, A) \to (E, B(E))$ gọi là phần tử ngẫu nhiên Borel nếu $X^{-1}(B(E)) \subset \mathbf{A}$ (xem [4], trang 80).

**Định nghĩa 2.** *Ký hiệu* $E^*$ *là không gian liên hiệp của không gian Banach* **E**. *Đặt* $C(\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n) = \{y \in E : (\varphi_1(y), \varphi_2(y), ..., \varphi_n(y)) \in B\}$, $B \in B(R^n)$, , *với* $B(R^n)$ *là σ - đại số Borel trên* $IR^n$ *và* $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n \in E^*$. *Họ các tập hợp C này là một đại số và σ - đại số sinh bởi đại số ấy được gọi là σ - đại số trụ, ký hiệu* $\hat{C}$ **(E)** *(Xem [4] trang 14).*

*Ánh xạ* $X : (\Omega, A) \to (E, \hat{C}(E))$ *gọi là phần tử ngẫu nhiên nếu* $X^{1}(\hat{C}(E)) \subset A$. *Dễ thấy* $\hat{C}(E) \subset B(E)$. *Do đó, nếu X là phần tử ngẫu nhiên Borel thì X là phần tử ngẫu nhiên, song ngược lại chưa chắc đúng. Tuy nhiên, khi* **E** *khả ly, thì* $B(E) = \hat{C}(E)$, *do đó phần tử ngẫu nhiên chính là phần tử ngẫu nhiên Borel (xem [4] trang 25).*

Biết rằng với phần tử ngẫu nhiên X và θ ∈ Θ, tồn tại phân phối xác suất có điều kiện, chính quy, thường ký hiệu $Q_\theta$, θ ∈ Θ (xem [5])

Bộ ba (**E**, X, { $Q_\theta$, θ ∈ Θ}) được gọi là mô hình thống kê vô hạn chiều với không gian tham compăc. Nếu $\mathbf{E} = IR^n$, $F = IR^p$ thì ta được mô hình hồi quy phi tuyến đã khảo sát trong [1], [2], [3].

Giả sử trên (**E**, B(**E**)) ta xác định một độ đo σ - hữu hạn μ sao cho $Q_\theta << \mu$, ∀θ. Khi đó, tồn tại một hàm mật độ xác suất có điều kiện, chính quy

$$f_\theta = \frac{Q_\theta(dx)}{\mu\ (dx)}.$$

**Định nghĩa 3.** *Gọi $F^*$ là không gian liên hiệp của không gian Banach $F$. Đặt Đặt $C\ (\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n) = \{z \in F : (\varphi_1(z), \varphi_2(z), ..., \varphi_n(z)) \in B\}$, $B \in B\ (IR^n)$, $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n \in F^*$. Người ta gọi $\sigma$ - đại số sinh bởi các tập hợp C như trên là $\sigma$ - đại số trụ và ký hiệu $\hat{C}\ (F)$.*

*Ánh xạ h : $(E, B(E)) \to (F, \hat{C}((F))$ gọi là đo được yếu nếu $h^{-1}$ ( $((\hat{C} F)) \subset B(E)$.*

*Ánh xạ đo được yếu h gọi là ước lượng của tham ẩn $\theta \in \Theta \subset F$. Biết rằng nếu h là Borel đo được, tức là nếu $h^{-1}$ $(B(F)) \subset B\ (E)$, thì h đo được yếu. Như vậy lớp các hàm đo được yếu rộng hơn lớp các hàm Borel đo được. Tuy nhiên trong bài này, ta giả sử F khả ly, do đó B (F) = $\hat{C}\ (F)$, nên hai lớp hàm ấy trùng nhau. Cũng chú ý rằng h đo được yếu khi và chỉ khi hàm hợp $\varphi$ o h là hàm số đo được với mọi $\varphi \in F^*$*

*Ánh xạ đo được yếu h gọi là bị chặn nếu $\sup_{x \in E} \| h(x) \|_F < +\infty$.*

*Dễ thấy rằng, tập hợp tất cả các ánh xạ đo được yếu và bị chặn tạo thành một không gian Banach với chuẩn :*

$$\| h \|_{B(E,F)} = \sup_{x \in B(E,F)} \| h(x) \|_F$$

*Và được kí hiệu là B(E,F). Hiển nhiên B(E,F) là một lớp ước lượng của tham ẩn $\theta \in \Theta \subset F$.*

**Định nghĩa 4.** *Cho $\mu$ là độ đo $\sigma$- hữu hạn trên (E, B (E)). Ánh xạ đo được yếu h : (E, B (E)) → $(F, \hat{C}\ (F))$ gọi là bị chặn cốt yếu nếu tồn tại tập $B \in B\ (E)$, $\mu\ (B) = 0$, sao cho : $\sup_{x \in E-B} \| h(x) \|_F < +\infty$.*

*Họ tất cả các ánh xạ bị chặn cốt yếu như trên là một lớp ước lượng của tham ẩn $\theta \in \Theta \subset F$ và tạo htành một không gian Banach với chuẩn*

$$\| h \|_\infty = \inf_{B:\mu(B)=0} \sup_{x \in E-B} \| h(x) \|_F$$

*thường được ký hiệu $L^\infty\ (\mu,E,F)$*

**Định nghĩa 5.** *Cho hai hàm đo được $L : (F \times \Theta, \hat{C}\ (F) \times B(\Theta)) \to (\overline{R}+, B(\overline{R}+))$ và $H : (E \times \Theta, B(E) \times B(\Theta)) \to (F \times \Theta, \hat{C}\ (F) \times B(\Theta))$, $H(x,\theta) = (h(x),\theta)$.*

*Ta gọi hàm hợp $L(h(.),.) = LoH : (E \times \Theta, B(E) \times B(\Theta)) \to (\overline{R}+, B(\overline{R}+))$ là hàm tổn thất.*

*Độ đo xác suất $\tau$ trên không gian tham compăc $(\Theta, B\ (\Theta))$ gọi là phân phối xác suất tiên nghiệm của tham ẩn $\theta \in \Theta \subset F$.*

**Định nghĩa 6.** *Ánh xạ $\Psi : B\ (E,F) \to \overline{R}+$ được xác định bởi*

$$\Psi(h) = \iint_{\Theta\ E} L\ (h(x),\theta)\ Q_\theta(dx)\ \tau(d\theta)$$

$$= \iint_{\Theta\ E} L(h(x),\theta)\ f_\theta(dx)\ \mu\ (dx)\ \tau(d\theta)$$

*gọi là hàm mạo hiểm Bayes với phân phối xác suất tiên nghiệm $\tau$.*

*Ước lượng $\hat{h} \in B\ (E,F)$ được gọi là ước lượng Bayes với phân phối tiên nghiệm $\tau$ nếu:*

$$\Psi(\hat{h}) = \inf_{h \in B(E,F)} \Psi(h)$$

*Định nghĩa tương tự cho ước lượng Bayes của lớp ước lượng $L^\infty\ (\mu,E,F)$*

## 3. Hai định lý về sự tồn tại ước lượng Bayes trong mô hình vô hạn chiều

**Định lý 1.** *Cho K là tập hợp các ước lượng của tham ẩn $\theta \in \Theta \subset F$ thỏa mãn các điều kiện :*

**(i)** $h(E) \subset \Theta, \quad \forall h \in K$

**(ii)** $\forall \varepsilon > 0$, $\exists$ phân hoạch hữu hạn $\{E_i\}_{i=1}^m \subset E$ và các điểm $x_i \in E_i, i = 1, \ldots\ldots, m$ sao cho

$\sup_{x \in E_i} \| h(x) - h(x_i) \|_F < \in$, $\forall$ h $\in$K, $\forall$i = 1, . . . . , m

**(iii)** Tồn tại C > 0 sao cho

$| L(y', \theta) - L(y'', \theta) \leq C \| y' - y'' \|_F, \qquad \forall\, y', y'' \in F, \forall\, \theta \in \Theta$

*Khi ấy K là tập compăc tương đối trong B (E,F) và trong lớp ước lượng* $\overline{K}$ *tồn tại ước lượng Bayes.*

**Định lý 2.** *Cho K là tập hợp các ước lượng của tham ẩn* $\theta \in \Theta \subset F$ *thỏa mãn các điều kiện :*

*(i)* $h(E) \subset \Theta\, (mod\ \mu), \quad \forall h \in K$

*(ii)* $\forall \in > 0, \exists$ *phân hoạch hữu hạn* $\{E_i\}_{i=1}^m \subset E$ *và các điểm xi* $\in$ *Ei,i = 1,……… , m sao cho*

**(a)** $h(x_i) \in \Theta \quad \forall h \in K, \forall i = 1, \ldots, m$

**(b)** $\forall h \in K, \exists B \in B\,(E), \mu\,(B) = 0$ *sao cho*

$$\sup_{x \in E_i - B} \| h(x) - h(x_i) \|_F < \varepsilon, \quad \forall i = 1, \ldots, m$$

**(iii)** Tồn tại C > 0 sao cho

$|L(y',\theta) - L(y'',\theta)| \leq \|y' - y''\|_F, \forall y', y'' \in \mathbf{F}, \forall \theta \in \Theta$

*Khi ấy K là tập hợp compăc tương đối trong không gian* $L^\infty$ $(\mu,E,F)$ *và trong lớp ước lượng* $\overline{K}$ *tồn tại ước lượng Bayes.*

## 4. Chứng minh hai định lí

*Chứng minh định lý 1*: Trước hết, theo điều kiện (i), ta thấy K $\subset$ B (**E,F**).

Tiếp theo, xét hàm $\Phi$: B (**E,F**) $\rightarrow$ $\mathbf{F}^m$ được xác định bởi

$\Phi$ (h) = (h($x_1$), h($x_2$),......h($x_m$))

Ta thấy $\Phi$ (K) $\subset$ $\Theta^m$. Thật vậy, lấy bất kỳ y$\in\Phi$(K). Khi đó, tồn tại h$\in$K sao cho y = $\Phi$(h) = (h($x_1$), h($x_2$),......h($x_m$)). Vì vậy, theo điều kiện (i) ta thấy $\Phi$(h) $\subset$ $\Theta^m$. Nghĩa là $\Phi$(K) $\subset$ $\Theta^m$.

Bây giờ, với ε > 0 cho trước, với bất kỳ t $\subset$ $\Theta^m$, gọi B (t,ε) là quả cầu mở tâm t, bán kính ε. Lúc đó họ các quả cầu mở có dạng {B(t,ε): t$\in\Theta^m$} sẽ tạo thành một phủ mở của tập hợp $\Theta^m$. Điều này có nghĩa:

$$\Theta^m \subset \bigcup_{t = \Theta^m} B(t, \varepsilon)$$

Nhưng $\Theta^m$ là tập compăc của không gian Banach $F^m$, nên tồn tại một phủ con hữu hạn của tập $\Theta^m$, nghĩa là

$$\Theta^m \subset \bigcup_{j=1}^{s} B(t_j, \varepsilon)\,,\; t_j \in \Theta^m$$

Do đó $\Phi(K) \subset \bigcup_{j=1}^{s} B(t_j, \varepsilon) \quad , \quad t_j \in \Theta^m$. Vì vậy $\forall$h$\in$ K, $\exists$j sao cho $\Phi$(h) $\in$ B($t_j$,ε). Điều này có nghĩa: $\|\Phi(h) - t_j\|_{F^m} < \varepsilon$.

Tức là: $\|h(x_i) - t_{ji}\|_F < \varepsilon$, $\forall i = 1,...,m$.

Mặt khác, với mọi quả cầu $B(t_j,\varepsilon)$, ta chọn được một hàm $h_j \in K$ sao cho $\Phi(h_j) \in B(t_j,\varepsilon)$, vì nếu $\Phi(K)$ và quả cầu $B(t_j,\varepsilon)$ có giao rỗng thì ta loại quả cầu ấy đi.

Do đó: $\|\Phi(h_j) - t_j\|_{F^m} < \varepsilon$

Từ đây, ta được: $\|h_j(x_j) - t_{ji}\|_F < \varepsilon$, $\forall i = 1,...,m$.

Suy ra: $\|h(x_i) - h_j(x_i)\|_F < 2\varepsilon$, $\forall i = 1,...,m$.

Ngoài ra:

$\|h(x) - h_j(x)\|_F \le \|h(x) - h(x_i)\|_F + \|h(x_i) - h_j(x_i)\|_F + \|h_j(x_i) - h_j(x)\|_F$

Vì $h, h_j \in K$, nên theo điều kiện (ii), ta có:

$$\sup_{x\in E_i} | h(x) - h(x_i) \|_F < \varepsilon \quad , \quad \forall i = 1,....,m$$

$$\sup_{x\in E_i} | h_j(x) - h_j(x_i) \|_F < \varepsilon \quad , \quad \forall i = 1,....,m$$

Do đó: $\sup_{x\in E_i}\|h(x)-h_j(x)\|_F < 4\varepsilon$ , $\forall i = 1,...,m$

Theo giả thiết $E = \bigcup_{j=1}^{s} E_i$

Vì vậy:

$$\sup_{x\in E_i} | h(x) - h_j(x) \|_F = \sup_{x\in \bigcup_{i=1}^{m} E_i} \| h(x) - h_j(x) \| F$$

$$= \max_{1\le i\le m} \sup_{x\in E_i} \| h(x) - h_j(x) \| F < 4\varepsilon$$

Điều này có nghĩa $K \subset \bigcup_{j=1}^{s} B(h_j, 4\varepsilon)$ và K là hoàn toàn bị chặng trong **B(E,F)**. Do đó K compăc tương đối trong **B(E,F)**.

Tiếp theo, ta chứng tỏ rằng $h(E) \subset \Theta$, $\forall h \in \overline{K}$.

Thật vậy, lấy bất kỳ $h \in \overline{K}$. Khi ấy tồn tại dãy $(h_n) \subset K$ sao cho:

$\|h_n - h\|_{B(E,F)} \to 0$, khi $n \to \infty$

Từ đây: $\|h_n(x) - h(x)\|_F \to 0$, khi $n \to \infty$

Theo giả thiết, $h_n(x)\ \Theta$, $\forall x \in \Theta$, $\forall n \in IN$.

Do đó $h(x) \in \Theta$, $\forall x \in \mathbf{E}$ vì $\Theta$ là tập hợp đóng trong F. Vậy $h(\mathbf{E}) \subset \Theta$.

Cuối cùng, xét phiếm hàm $\Psi : B(\mathbf{E},\mathbf{F}) \to \overline{R}+$ được xác định bởi

$$\Psi(h) = \iint_{\Theta E} L(h(x),\theta)\, Q_\theta(dx)\, \tau(d\theta)$$

Lấy bất kì $h \in B(E,F)$ và cho dãy $(h_n) \subset B(\mathbf{E},\mathbf{F})$ hội tụ đều về h :

$\| h_n - h \|_{B(E,F)} \to 0$, khi $n \to \infty$

Lúc đó

$$|\Psi(h_n) - \Psi(h)| \le \iint_{\Theta E} |L(h_n(x),\theta) - L(h(x),\theta)|\, Q_\theta(dx)\, \tau(d\theta)$$

$$\le \iint_{\Theta E} C \| h_n(x) - h(x) \|_F\, Q_\theta(dx)\, \tau(d\theta)$$

$$\le \iint_{\Theta E} C \| h_n - h |_{B(E,F)}\, Q_\theta(dx)\, \tau(d\theta)$$

$= C \parallel h_n - h \|_{B(E,F)} \to 0$, khi $n \to \infty$

Vậy $\Psi$ liên tục trên B(E,F) và do đó liên tục trên tập compăc $\overline{K} \in B(E,F)$

Suy ra tồn tại $\hat{h} \in \overline{K}$ sao cho :

$\Psi(\hat{h}) = \inf_{h \in \overline{K}} \Psi(h)$

Ta thấy $\hat{h}$ là ước lượng Bayes cần tìm. Định lý chứng minh xong.

*Chứng minh định lý 2.* Lấy bất kỳ $h \in K$. Vì $\Theta$ là tập compăc, nên theo điều kiện (i), ta thấy h bị chặn cốt yếu, tức là $h \in L^\infty(\mu,E,F)$

Vậy $K \subset L^\infty(\mu,E,F)$

Tiếp theo, xét ánh xạ $\Phi : L^\infty(\mu,E,F) \to F^m$ được xác định bởi

$\Phi(h) = (h(x_1), h(x_2), \ldots, h(x_m))$

Lấy bất kì $y \in \Phi(K)$. Lúc đó, tồn tại $h \in K$ sao cho

$y = \Phi(h) = (h(x_1), h(x_2), \ldots, h(x_m))$

Theo điều kiện (a) của (ii), ta được $\Phi(h) \in \Theta^m$. Như vậy $\Phi(K) \subset \Theta^m$

Lập luận tương tự như trong chứng minh định lý 1, ta thấy, với mọi quả cầu $B(t_j, \varepsilon)$, tồn tại hàm $h_j \in K$ sao cho

$\Phi(h_j) \in B(t_j, \in), \forall j = 1, \ldots, s$

Từ đây, với mọi $h \in K$, ta có :

$\| h(x_i) - h_j(x_i) \|_F < 2\varepsilon, \quad \forall\, i = 1, \ldots, m$

Theo điều kiện (b) của (ii), ta thấy :

$\sup_{x \in E_i - B_1} \| h(x) - h(x_i) \|_F < \varepsilon, \qquad \forall\, i = 1, \ldots, m$

$\sup_{x \in E_i - B_2} \| h_j(x) - h_j(x_i) \|_F < \varepsilon, \qquad \forall\, i = 1, \ldots, m$

Đặt $B = B_1 \cup B_2$, ta có $\mu(B) = 0$.

Ta thấy $K \subset \bigcup_{j=1}^{s} B(h_j, 4\varepsilon)$. Thật vậy, lấy bất kì $h \in K$. Với mọi $i = 1, \ldots, m$ và mọi $x \in E_i - B$, $\mu(B) = 0$, bằng lập luận tương tự như trong định lý 1, ta có :

$\sup_{x \in E_i - B} \| h(x) - h_j(x) \|_F < 4\varepsilon$

do đó :

$$\sup_{x \in E - B} \| h(x) - h_j(x) \|_F = \sup_{x \in \bigcup_{i=1}^{m} (E_i - B)} \| h(x) - h_j(x) \|_F$$

$$= \max_{1 \le i \le m} \sup_{x \in E_i - B} \| h(x) - h_j(x) \|_F < 4\varepsilon$$

Từ đây, K là tập compăc tương đối trong không gian Banach $L^\infty(\mu,E,F)$.

Để chứng tỏ $h(E) \subset \Theta \pmod{\mu}$ với mọi $h \in \overline{K}$, ta lấy bất kì $h \in \overline{K}$. Lúc đó tồn tại dãy $(h_n) \subset K$ sao cho $\| h_n(x) - h(x) \|_F \to 0$, *khi* $n \to \infty$

Từ đây ta được :

$\| h_n(x) - h(x) \|_F \to 0 \pmod{\mu}$, khi $n \to \infty$

mặt khác, theo điều kiện (i), ta thấy

$h_n(E) \subset \Theta \pmod{\mu}, \forall\, n \in N$

Đặt

$A = \{x \in E : \| h_n(x) - h(x) \|_F \to 0\}$

$$B = \{x \in E : h_n(x) \in \Theta, \forall n \in IN\} = \bigcap_{n \in IN} \{x \in E : h_n(x) \in \Theta\} = \bigcap_{n \in IN} B_n$$

Chú ý rằng **E, F** khả ly, nên các tập đo được yếu cũng chính là các tập Borel đo được. Do đó hàm đo được yếu $h_n$ cũng là hàm Borel đo được. Nên tập

$B_n = h_n^{-1}(\Theta)$ cũng là tập Borel đo được. Suy ra B cũng là tập Borel đo được.

Tương tự A cũng là tập Borel đo được và $\mu(A^C) = \mu(B^C) = 0$

Mặt khác ta có :

$$A \cap B = \{x \in E : \| h_n(x) - h(x) \|_F \to 0 \text{ và } h_n(x) \in \Theta, \forall n \in IN\}$$

Vì $\Theta$ là tập đóng, nên:

$$A \cap B \subset \{x \in E : h(x) \in \Theta\}$$

Từ đây:

$$\mu(\{x \in E : h(x)\}^C) \le \mu(A^C) + \mu(B^C)$$

Điều này có nghĩa $h(E) \subset \Theta \ (\text{mod}\mu), \forall h \in \overline{K}$.

Cuối cùng xét phiếm hàm $\Psi : L^\infty(\mu, \mathbf{E}, \mathbf{F}) \to \overline{IR}+$, được xác định bởi:

$$\Psi(h) = \iint_{\Theta\, E} L(h(x), \theta)\, f_\theta(x, \theta)\, \mu(dx)\tau(d\theta))$$

Bằng lập luận tương tự như trong chứng minh định lý 1, dễ thấy $\Psi$ là hàm liên tục trên $L^\infty(\mu, \mathbf{E}, \mathbf{F})$ và do đó liên tục trên tập compăc $\overline{K} \subset L^\infty(\mu, \mathbf{E}, \mathbf{F})$.

Do đó tồn tại ước lượng $\hat{h} \in \overline{K}$ sao cho

$$\Psi(\hat{h}) = \inf_{h \in \overline{K}} \Psi(h)$$

Vậy $\hat{h}$ chính là ước lượng Bayes phải tìm và định lý được chứng minh.

## 5. Thảo luận

### 5.1

Trong bài này ta giả sử **E, F** là các không gian Banach khả ly. Điều kiện khả ly của **E, F** hiện nay chưa tháo gỡ được vì đó chính là giả thiết để tồn tại phân phối xác suất có điều kiện chính qui đã phát biểu trong định lý 3 của [5] (xem [5] trang 53). Như vậy muốn bỏ giả thiết khả ly thì phải phát biểu và chứng minh lại định lý ấy.

### 5.2

Hai định lý 1 và 2 của bài này có thể ứng dụng trong bài toán ước lượng tối ưu của các quá trình ngẫu nhiên. Lúc đó có thể coi không gian Banach E là không gian hàm của các qũi đạo của quá trình ngẫu nhiên. Còn không gian Banach F là không gian hàm chứa không gian tham compăc $\Theta$. Có thể coi tham ẩn $\theta$ là một hàm thuộc tập compăc $\Theta$ của F. Thí dụ, có thể coi tham ẩn $\theta \in \Theta$ là kỳ vọng của quá trình ngẫu nhiên bình phương khả tích.

### 5.3

Có thể xét mô hình thống kê vô hạn chiều khi **E, F** là các không gian Frechet khả ly (không gian tôpô tuyến tính khả metric, đầy đủ, khả ly). Điều này sẽ được xét tới trong một bài khác.

# ON THE EXISTENCE OF BAYESIAN ESTIMATORS IN THE INFINITE - DIMENSIONAL STATISTICAL MODELS WITH COMPACT PARAMETER SPACE

**Ung Ngoc Quang**
Faculty of Mathematics - Informatics, University of Natural Sciences – VNU-HCM

**ABSTRACT:** The main aim of this paper is to investigate the Bayesian estimators of the location paramater in the infinite - dimensional statistical models with compact parameter space by the funtional analysis technique.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Ung Ngoc Quang, *On the existence of Bayesian estimates in nonlinear statistical models with compact parameter space,* Acta Math. Vietnam-ica, Vol. 19, No. 2, 1994, 149-160.

[2] Ung Ngoc Quang, *On the existence of Bayesian estimates in multidi-mensional nonlinear models with compact space,* Vietnam Journal of Mathematics, Vol. 23, No. 2, 1995, 229-240.

[3] Ung Ngoc Quang, *On the Bayesian estimators in multidimensional nonlinear regression models,* Science and technology development, Vietnam National University-Ho Chi Minh City, Vol. 4, No. 7, 2001, 23-29.

[4] N.Vakhanhia, V.Tharielaze, S.Chobanhian, *Phân phối xác suất trong không gian Banach (Tiếng Nga),* Nauka, Maxkva, 1985.

[5] I.Gikhman, A.Skorokhod, *Lý thuyết quá trình ngẫu nhiên (Tiếng Nga), T.1,* Nauka, Maxkva, 1971.