

ẢNH HƯỞNG CỦA ĐỘ DÀY ĐẾN ĐẶC TRƯNG ĐỘNG LỰC HỌC CỦA TẤM CHỮ NHẬT

Trần Quốc Hùng - Đại Học Kiến Trúc TP Hồ Chí Minh
Chu Quốc Thắng - Đại Học Bách Khoa TP Hồ Chí Minh

(Bài nhận ngày 31 tháng 10 năm 2001)

TÓM TẮT

Bài báo sẽ khảo sát ảnh hưởng của độ dày h_b đến một trong các đặc trưng động lực học quan trọng (tần số dao động riêng) của tấm chữ nhật. Tác giả sử dụng hai mô hình lý thuyết tấm mỏng cổ điển của Kirchhoff, lý thuyết tấm dày của Mindlin – Reissner và dùng phương pháp phần tử hữu hạn để giải bài toán dao động tự do của tấm. Xét hai bài toán là tấm bê tông hình vuông có bốn biên tựa, bốn biên ngàm và cho tỉ lệ giữa độ dày với cạnh ngắn của tấm h_b/l_n biến thiên từ 1/40 đến 1/5 (tấm mỏng có chuyển vị bé, tấm trung bình và tấm dày) để đánh giá sự sai lệch của tần số vòng ω giữa hai lý thuyết tấm nêu trên. Ảnh hưởng của biến dạng trượt trong lý thuyết tấm Mindlin và ảnh hưởng của quán tính quay trong cả hai lý thuyết tấm Mindlin và Kirchhoff đến tần số vòng ω cũng được xét đến.

1. Dao động tự do - Bài toán trị riêng xác định tần số dao động riêng của hệ

Phương trình dao động cưỡng bức của hệ kết cấu có n bậc tự do theo mô hình tương

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{P\} \quad (1)$$

thích của phương pháp phần tử hữu hạn được cho bởi:

Từ (1) cho tải trọng ngoài $\{P\}$ bằng không, ta được phương trình dao động tự do có cản của kết cấu:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{0\} \quad (2)$$

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{0\} \quad (3)$$

Trong trường hợp không có cản thì phương trình dao động tự do của kết cấu có dạng:

Bằng cách xem các dao động là điều hòa với tần số dao động riêng là ω và biên độ của các chuyển vị nút khi dao động là ϕ (xác định dạng dao động):

$$\{q\} = \phi \cdot e^{i\omega t}$$

thì phương trình dao động tự do (3) sẽ dẫn đến bài toán trị riêng có dạng:

$$([K] - \omega^2[M]) \cdot \phi = \{0\} \quad (4)$$

Từ (4) ta có bài toán trị riêng tổng quát có dạng như sau:

$$[K]\phi = \lambda[M]\phi \quad (5)$$

Với $[K]$ và $[M]$ lần lượt là các ma trận độ cứng và ma trận khối lượng của kết cấu (của tấm). Việc thiết lập công thức phần tử hữu hạn cho các ma trận độ cứng và ma trận khối lượng của phần tử tấm mỏng Kirchhoff và tấm dày Mindlin xin tham khảo trong các tài liệu

[4, 6, 8, 12]. Trong ma trận độ cứng [K] của tấm Mindlin có kể đến biến dạng trượt và trong ma trận khối lượng [M] của tấm Mindlin và Kirchhoff có kể đến thành phần quán tính quay.

Các trị riêng λ_i và vectơ riêng ϕ_i chính là các bình phương tần số vòng dao động riêng ω_i^2 và các dạng dao động tương ứng. Tác giả sử dụng *phương pháp lặp Jacobi tổng quát* để giải bài toán trị riêng nêu trên. Phương pháp này có ưu điểm chính là đơn giản, ổn định, thuận tiện cho việc lập trình, tìm được tất cả các trị riêng và vectơ riêng của hệ.

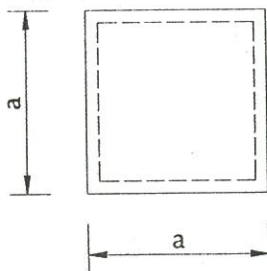
2. Giới thiệu về chương trình FEM2DV1

Để tự động hóa tính toán, tác giả dùng ngôn ngữ Fortran77 xây dựng chương trình FEM2DV1 phân tích tĩnh và động tấm đàn hồi đẳng hướng và trục hướng bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Đối với tấm Kirchhoff tác giả sử dụng mô hình phần tử tấm không tương thích dạng tứ giác dùng hàm nội suy Hermite và đối với tấm Mindlin dùng mô hình phần tử đẳng tham số dạng tứ giác dùng hàm nội suy Lagrange.

Chương trình có khả năng tự động phát sinh nút, phần tử trên miền chữ nhật và có năng lực hoàn toàn phụ thuộc vào bộ vi xử lý của máy tính, bộ nhớ RAM, dung lượng đĩa cứng.

3. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Xét một tấm vuông tựa trên bốn cạnh biên (xem hình 1).



Tấm làm bằng vật liệu bê tông có:

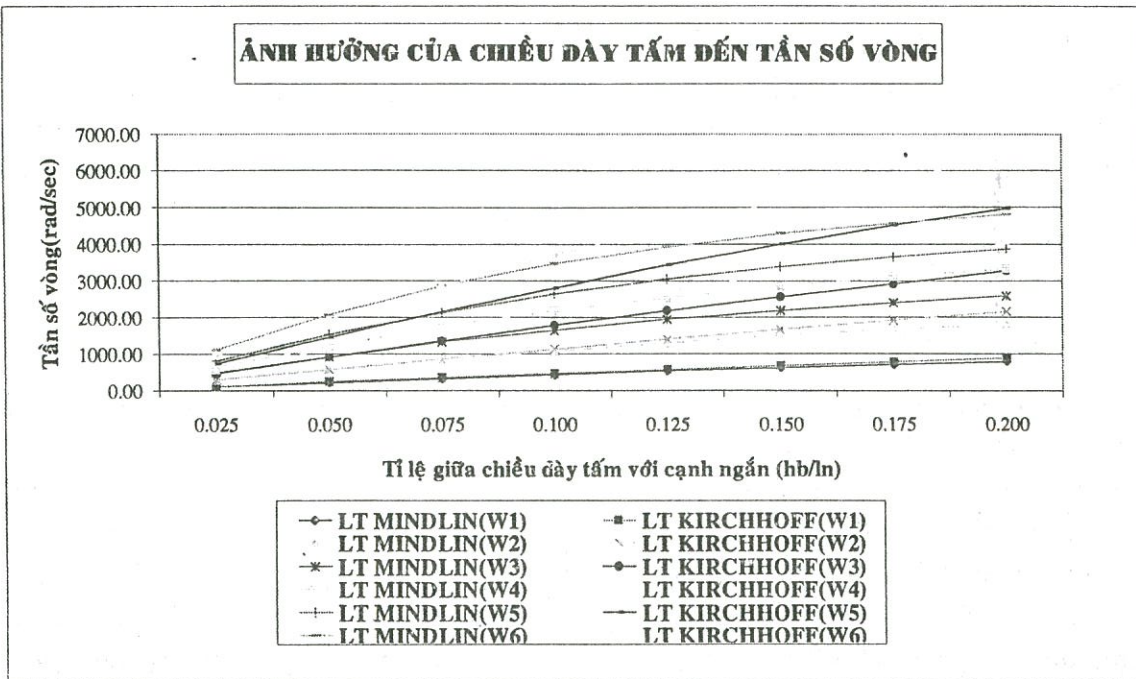
- Mô đun đàn hồi: $E = 2.5311 \times 10^9 \text{ Kg/m}^2$
- Hệ số Poisson: $\nu = 0.2$
- Khối lượng riêng: $\rho = \gamma/g = 244.8$
- Mô đun đàn hồi trượt: $G = E/2(1+\nu) = 1.0546 \times 10^9 \text{ Kg/m}^2$
- Kích thước tấm là: $a = l_n = 400\text{cm} = 4\text{m}$.
- Dùng phần tử tứ giác 4 nút và chia theo lưới 10×10 gồm 100 phần tử và 121 nút.

Hình 1

Tác giả xét hai mô hình tấm Kirchhoff (K) và tấm Mindlin (M). Chiều dày h_b của tấm cho biến thiên từ phạm vi tấm mỏng có chuyển vị bé đến tấm trung bình rồi đến tấm dày như sau:

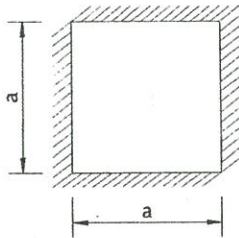
$h_b = 10\text{cm} = 0.1\text{m}$ ($h_b/l_n = 1/40 = 0.025$)	$h_b = 50\text{cm} = 0.5\text{m}$ ($h_b/l_n = 5/40 = 0.125$)
$h_b = 20\text{cm} = 0.2\text{m}$ ($h_b/l_n = 1/20 = 0.05$)	$h_b = 60\text{cm} = 0.6\text{m}$ ($h_b/l_n = 3/20 = 0.15$)
$h_b = 30\text{cm} = 0.3\text{m}$ ($h_b/l_n = 3/40 = 0.075$)	$h_b = 70\text{cm} = 0.7\text{m}$ ($h_b/l_n = 7/40 = 0.175$)
$h_b = 40\text{cm} = 0.4\text{m}$ ($h_b/l_n = 1/10 = 0.1$)	$h_b = 80\text{cm} = 0.8\text{m}$ ($h_b/l_n = 1/5 = 0.2$)

Để khảo sát sự sai lệch của sáu tần số riêng ω_i đầu tiên giữa hai mô hình tấm Kirchhoff và Mindlin. Kết quả được thể hiện trên biểu đồ 1.



Biểu đồ 1 : Tấm vuông bốn biên tựa

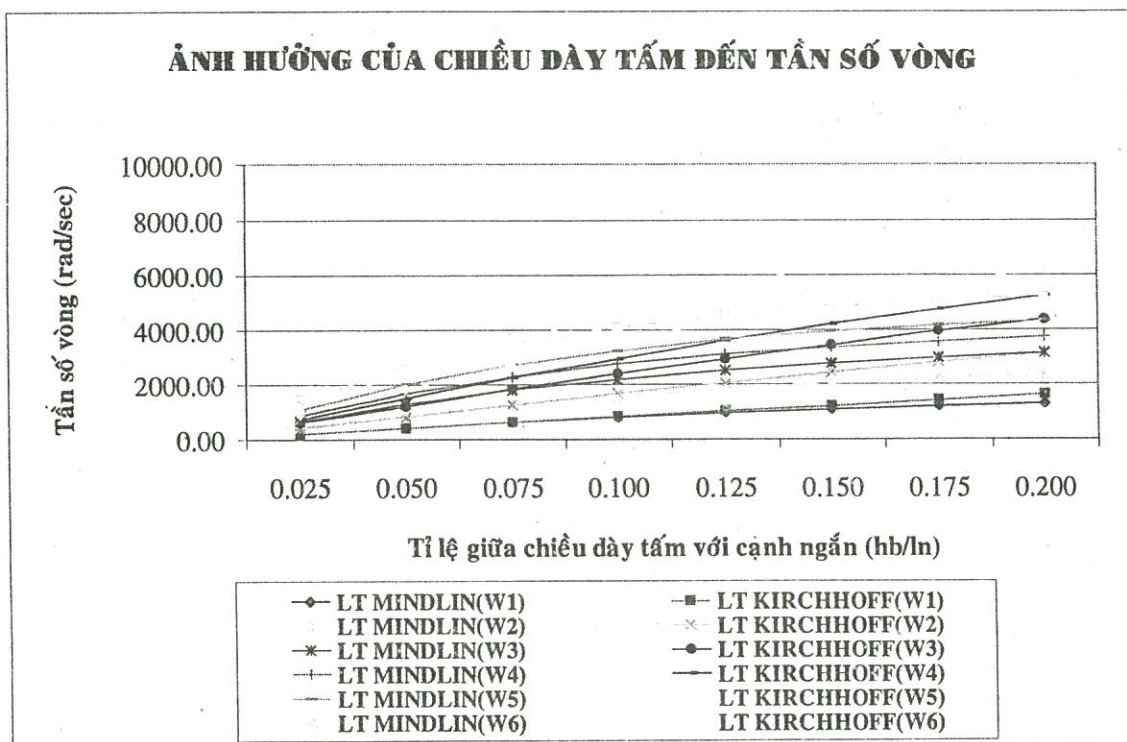
Ví dụ 2 : Xét một tấm vuông ngàm trên bốn cạnh biên (xem hình 2) .



Hình 2

Số liệu bài toán và cách tiến hành hoàn toàn tương tự như ví dụ 1. Kết quả được thể hiện trên biểu đồ 2.

Biểu đồ 2: Tấm vuông bốn biên ngàm



4. Kết luận

- Đối với tấm mỏng có $h_b/l_n \leq 0.1 = 1/10$ sự sai lệch tần số riêng ω_i giữa hai tấm Kirchhoff và Mindlin là rất nhỏ. Vì vậy, ảnh hưởng của biến dạng trượt đối với tấm mỏng là không đáng kể.
- Khi tiến về tấm trung bình và tấm dày có $h_b/l_n > 0.1 = 1/10$ thì bắt đầu có sự sai lệch về tần số riêng ω_i giữa hai tấm Kirchhoff và Mindlin. Tấm Mindlin cho tần số riêng nhỏ hơn và cho kết quả chính xác hơn. Đối với tấm trung bình và tấm dày ta phải xét đến biến dạng trượt và dùng lý thuyết tấm Mindlin. Càng tiến về các tần số mode cao thì sự khác biệt giữa hai lý thuyết tấm càng lớn. Vì vậy biến dạng trượt ảnh hưởng nhiều đến các tần số mode cao.
- Đối với tấm mỏng có $h_b/l_n \leq 0.1$ tần số riêng ω_i tỉ lệ bậc nhất theo chiều dày h_b vì ảnh hưởng của quán tính quay là không đáng kể. Khi tiến về tấm trung bình và tấm dày có $h_b/l_n > 0.1$ tần số riêng ω_i không còn tỉ lệ bậc nhất theo chiều dày h_b nữa mà giảm xuống do ảnh hưởng của quán tính quay bắt đầu đáng kể. Ảnh hưởng của quán tính quay càng lớn đối với các tần số mode cao.

THE INFLUENCE OF THE THICKNESS TO THE DYNAMIC CHARACTERISTIC OF RECTANGULAR PLATES

Tran Vu Hung and Chu Quoc Thang

ABSTRACT

This article will investigate the influence of the thickness h_b to the dynamic characteristic (the natural circular frequency) of rectangular plates. We have used the classical thin plate theory of Kirchhoff, the first-order shear deformation theory for thick plates of Mindlin – Reissner and the finite element method to solve the free vibration problem of plates. The influence of shear deformation in the theory of Mindlin and the rotatory inertia in both two plate theories to natural frequencies are also included.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Bathe K. J., *Finite Element Procedures*, Prentice Hall Inc, 1996.
- [2] Clough R. W. and Penzien J., *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill Inc, 1993.
- [3] Huang H. C., *Static and Dynamic Analyses of Plates and Shells*, Springer – Verlag, 1988.
- [4] Krishnamoorthy C. S., *Finite Element Analysis – Theory and Programming*, Tata Mc Graw Hill, 1994.
- [5] Nguyễn Văn Tĩnh, *Cơ Sở Tính Dao Động Công Trình*, Nhà Xuất Bản Xây Dựng, 1987.
- [6] Rao S. S., *The Finite Element Method in Engineering*, Pergamon Press, 1989.
- [7] Rao S. S., *Mechanical Vibrations*, Addison – Wesley Publishing Company, 1990.
- [8] Reddy J. N., *An Introduction to the Finite Element Method*, McGraw-Hill Inc, 1993.
- [9] Soedel W., *Vibrations of Shells and Plates*, Marcel Dekker Inc, 1993.
- [10] Timoshenko S.P. and Krieger S. W., *Theory of Plates and Shells*, McGraw-Hill Inc, 1970.
- [11] Ugral A. C., *Stresses in Plates and Shells*, McGraw-Hill Inc, 1999.
- [12] Zienkiewicz O. C. and Taylor R. L., *The Finite Element Method*, McGraw-Hill Inc, 1991:
 - Volume 1: *Basic Formulation and Linear Problems.*
 - Volume 2: *Solid and Fluid, Mechanics, Dynamics and Non – Linearity.*