MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH ĐỘNG HỌC TAY MÁY

Phạm Huy Hoàng
Trường Đại học Kỹ thuật
(Bài nhận ngày 24/12/1999)

TÓM TẮT : *Sơ đồ động cuả tay máy là chuỗi động hở bao gồm các khâu là những vật thể rắn liên kết với nhau bởi các khớp loại 5 (như : khớp bản lề , khớp trượt).*
Các phương pháp ma trận thuần nhất và tensor quay, với khả năng mô tả chuyển động trong không gian cuả vật thể rắn , thường được ứng dụng rất hữu hiệu để giải quyết các bài toán phân tích động học cho tay máy.

I. PHƯƠNG PHÁP MA TRẬN THUẦN NHẤT

Xét chuỗi động hở , bao gồm n khâu nối kết nhau nhờ các khớp loại 5, thì chuyển vị tương đối giưã hai khâu liên tiếp (i -1) và i được mô tả bởi :

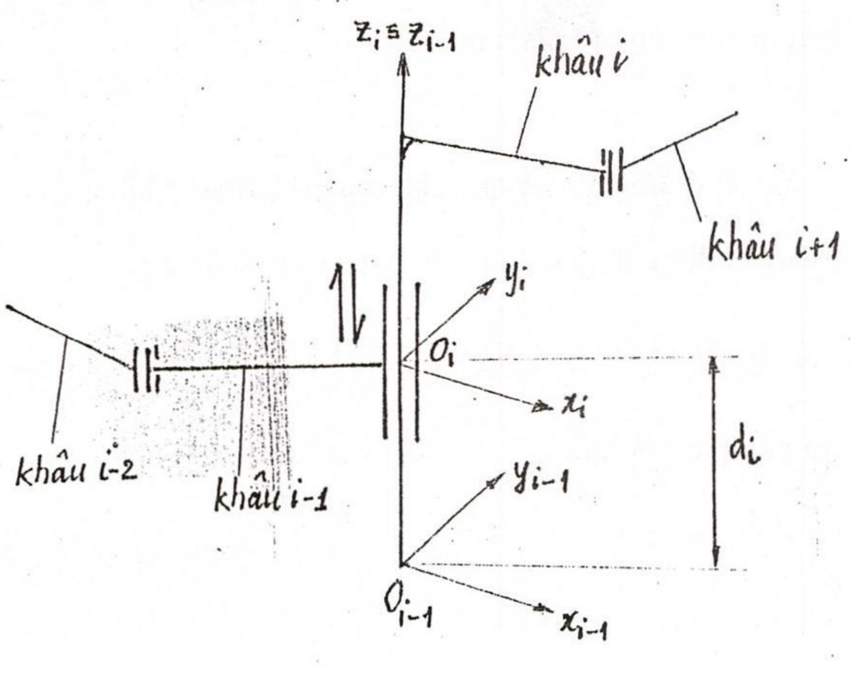
$\boldsymbol{x}_{i-1} = \boldsymbol{H}_{i-1,i}\boldsymbol{x}_i$ (1.1)

Với $\boldsymbol{x}_i$: tọa độ cuả điểm theo hệ quy chiếu gắn chặt với khâu i .

$\boldsymbol{x}_{i-1}$: tọa độ cuả điểm theo hệ quy chiếu gắn chặt với khâu (i-1) .

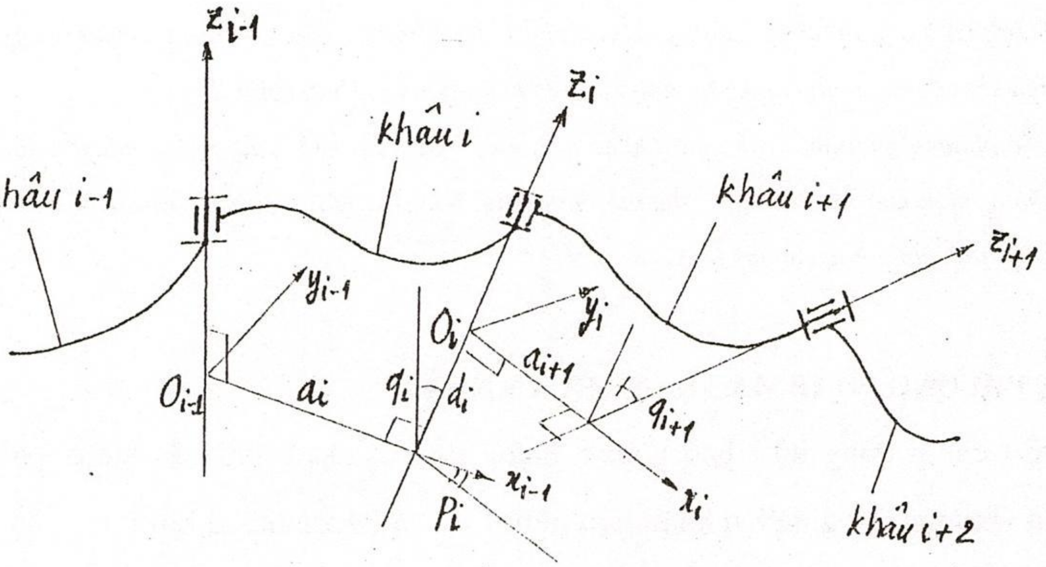
$\boldsymbol{H}_{i-1,i}$: ma trận thuần nhất tương đối .

Nếu là khớp trượt loại 5 :



$$\text{thì : } H_{i-1,i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Nếu là khớp bản lề loại 5 :



Hình 2

$$\text{thì : } H_{i-1,i} = \begin{bmatrix} \cos p_i & -\sin p_i \cos q_i & \sin p_i \sin q_i & a_i \cos p_i \\ \sin p_i & \cos p_i \cos q_i & -\cos p_i \sin q_i & a_i \sin p_i \\ 0 & \sin q_i & \cos q_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Chuyển vị tuyệt đối cuả khâu I được mô tả bởi

$x = H_i x_i$ (1.4)

Với : x_i : tọa độ cuả điểm theo hệ quy chiếu gắn chặt với khâu i .

x : tọa độ cuả điểm theo hệ quy chiếu cơ sở (cố định).

H_i : ma trận thuần nhất tuyệt đối và $H_i = \prod_{0}^{i-1} H_{k,k+1}$ (1.5).

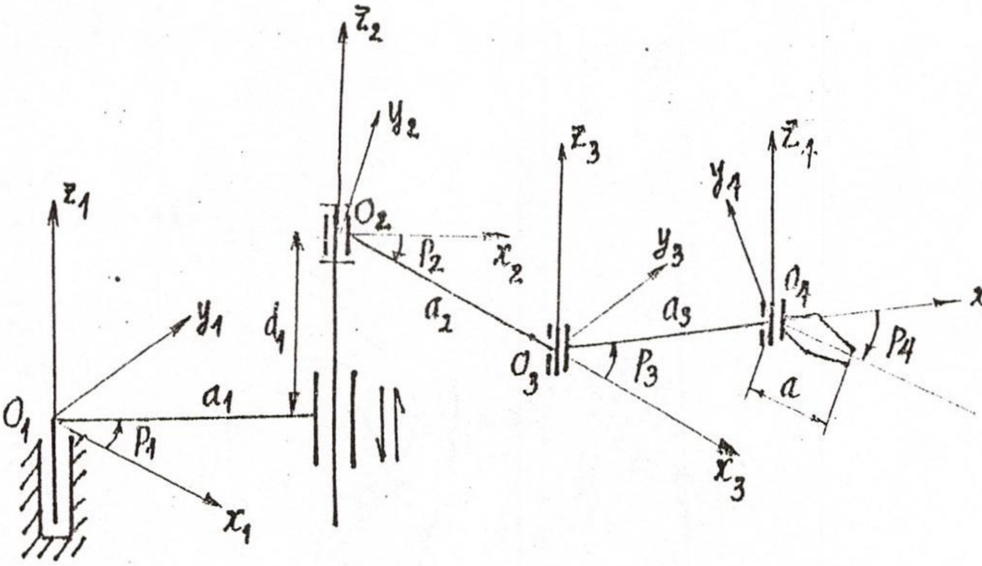
Từ đó ta suy ra vận tốc cuả điểm :

$$v = \dot{x} = \sum_{0}^{i-1}\left[\left(\prod_{j}^{j-1} H_{k,k+1}\right)\left(\prod_{j+1}^{i-1} H_{k,k+1}\right)\dot{H}_{j,j+1}\right]x_i \quad (1.6)$$

Tương tự cho gia tốc : $a = \dot{v}$ (1.7)

Ví dụ 1 :

Xác định vị trí cuả điểm tác động cuối (end-effector) cho tay máy ARID:



Hình 3

Với lược đồ động như hình 3 và áp dụng các công thức (1.2), (1.3), (1.5), ta có ma trận thuần nhất tuyệt đối cuả khâu cuối 4 là :

$$H_4 = \begin{bmatrix} c_{1234} & -s_{1234} & 0 & a_1c_1 + a_2c_{12} + a_3c_{123} \\ s_{1234} & c_{1234} & 0 & a_1s_1 + a_2s_{12} + a_3s_{123} \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

$$\text{với :} \begin{cases} c_i = \cos(p_i) \quad , s_i = \sin(p_i) \\ c_{ij} = \cos(p_i + p_j), \quad s_{ij} = \sin(p_i + p_j) \\ c_{ijk} = \cos(p_i + p_j + p_k), \quad s_{ijk} = \sin(p_i + p_j + p_k) \\ c_{ijkn} = \cos(p_i + p_j + p_k + p_n), \quad s_{ijkn} = \sin(p_i + p_j + p_k + p_n) \end{cases}$$

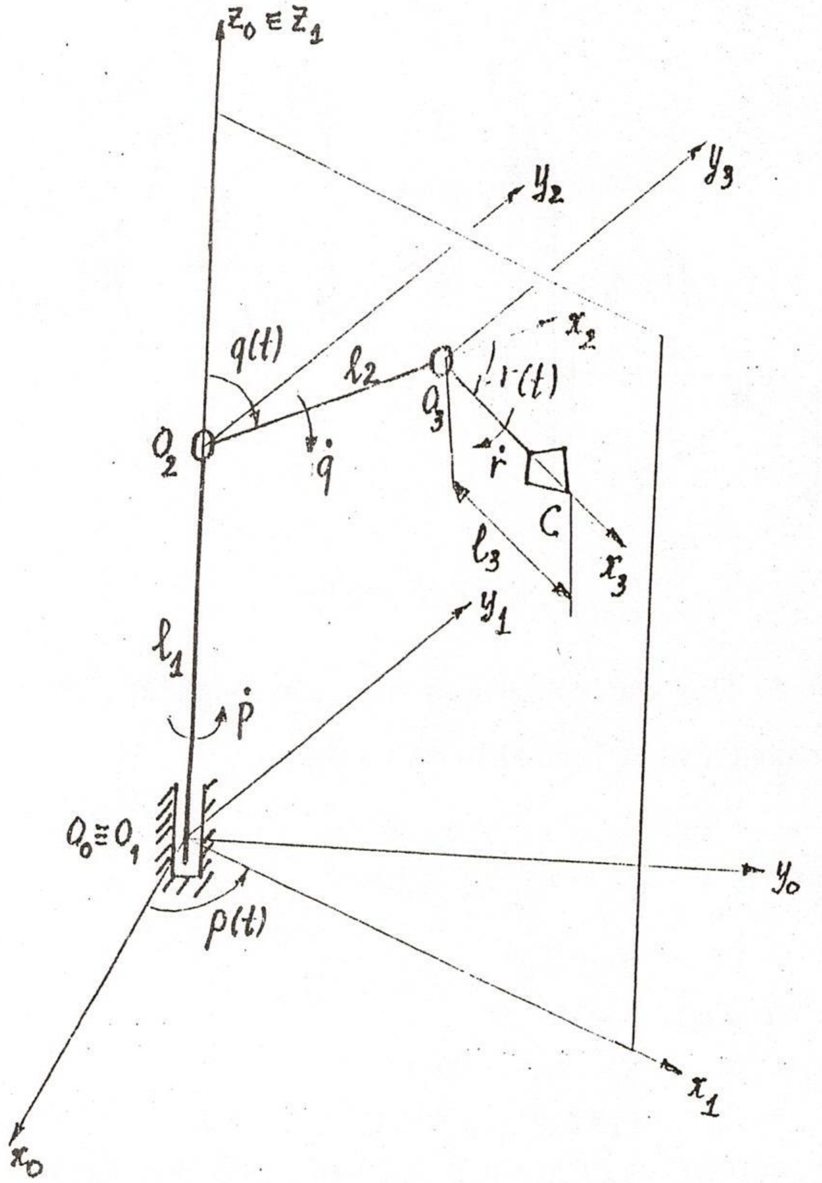
Vị trí cuả điểm tác động cuối so với hệ quy chiếu gắn chặt với khâu cuối 4 là :

$x_4 = (a,0,0,1)^T$, áp dụng công thức (1.4) ta có tọa độ điểm tác động cuối so với hệ quy chiếu cơ sở là :

$$x = \begin{pmatrix} a.c_{1234} + a_1c_1 + a_2c_{12} + a_3c_{123} \\ a.s_{1234} + a_1s_1 + a_2s_{12} + a_3s_{123} \\ d_1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ví dụ 2 :

Xác định vị trí và vận tốc cuả điểm tác động cuối C cuả tay máy có lược đồ như hình vẽ 4.



Hình 4

Áp dụng các công thức (1.2) và (1.3) ta có các ma trận :

$$H_{01}=\begin{bmatrix}\cos \boldsymbol{p} & -\sin \boldsymbol{p} & 0 & 0\\ \sin \boldsymbol{p} & \cos \boldsymbol{p} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\quad H_{12}=\begin{bmatrix}\cos \boldsymbol{q} & 0 & \sin \boldsymbol{q} & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ -\sin \boldsymbol{q} & 0 & \cos \boldsymbol{q} & \boldsymbol{l}_1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$H_{12}=\begin{bmatrix}\cos \boldsymbol{r} & 0 & \sin \boldsymbol{r} & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ -\sin \boldsymbol{r} & 0 & \cos \boldsymbol{r} & \boldsymbol{l}_2\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Theo (1.5) suy ra : $$H_3=\begin{bmatrix}\cos \boldsymbol{p}.\cos(\boldsymbol{q}+\boldsymbol{r}) & -\sin \boldsymbol{p} & \cos \boldsymbol{p}.\sin(\boldsymbol{q}+\boldsymbol{r}) & \boldsymbol{l}_2.\cos \boldsymbol{p}.\sin \boldsymbol{q}\\ \sin \boldsymbol{p}.\cos(\boldsymbol{q}+\boldsymbol{r}) & \cos \boldsymbol{p} & \sin \boldsymbol{p}.\sin(\boldsymbol{q}+\boldsymbol{r}) & \boldsymbol{l}_2.\sin \boldsymbol{p}.\sin \boldsymbol{q}\\ -\sin(\boldsymbol{q}+\boldsymbol{r}) & 0 & \cos(\boldsymbol{q}+\boldsymbol{r}) & \boldsymbol{l}_1+\boldsymbol{l}_2.\cos \boldsymbol{q}\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Vậy vị trí điểm tác động cuối là :

$$\begin{pmatrix}x_C\\ y_C\\ z_C\end{pmatrix}=H_3\begin{pmatrix}x_C\\ y_C\\ z_C\end{pmatrix}_3=H_3\begin{pmatrix}0\\ 0\\ l_3\\ 1\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x_C=l_1.\cos p.\cos(q+r)+l_2.\cos p.\sin q\\ y_C=l_1.\sin p.\cos(q+r)+l_2.\sin p.\sin q\\ z_C=l_3.\cos(q+r)+l_1+l_2.\cos q\end{cases}=H_3\begin{pmatrix}0\\ 0\\ l_3\\ 1\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x_C=l_1.\cos p.\cos(q+r)+l_2.\cos p.\sin q\\ y_C=l_1.\sin p.\cos(q+r)+l_2.\sin p.\sin q\\ z_C=l_3.\cos(q+r)+l_1+l_2.\cos q\end{cases}$$

Ở đây : $\begin{pmatrix}x_C\\ y_C\\ z_C\end{pmatrix}_3$ là tọa độ cuả điểm tác động cuối so với hệ quy chiếu gắn chặt trên khâu 3.

Áp dụng công thức (1.6) ta có vận tốc điểm tác động cuối là :

$$v_C = \begin{pmatrix} v_C^x \\ v_C^y \\ v_C^z \end{pmatrix} = \dot{p}\begin{pmatrix} -l_3.\sin p.\sin(q+r) - l_2.\sin p.\sin q \\ l_3.\cos p.\sin(q+r) + l_2.\cos p.\sin q \\ 0 \end{pmatrix} +$$

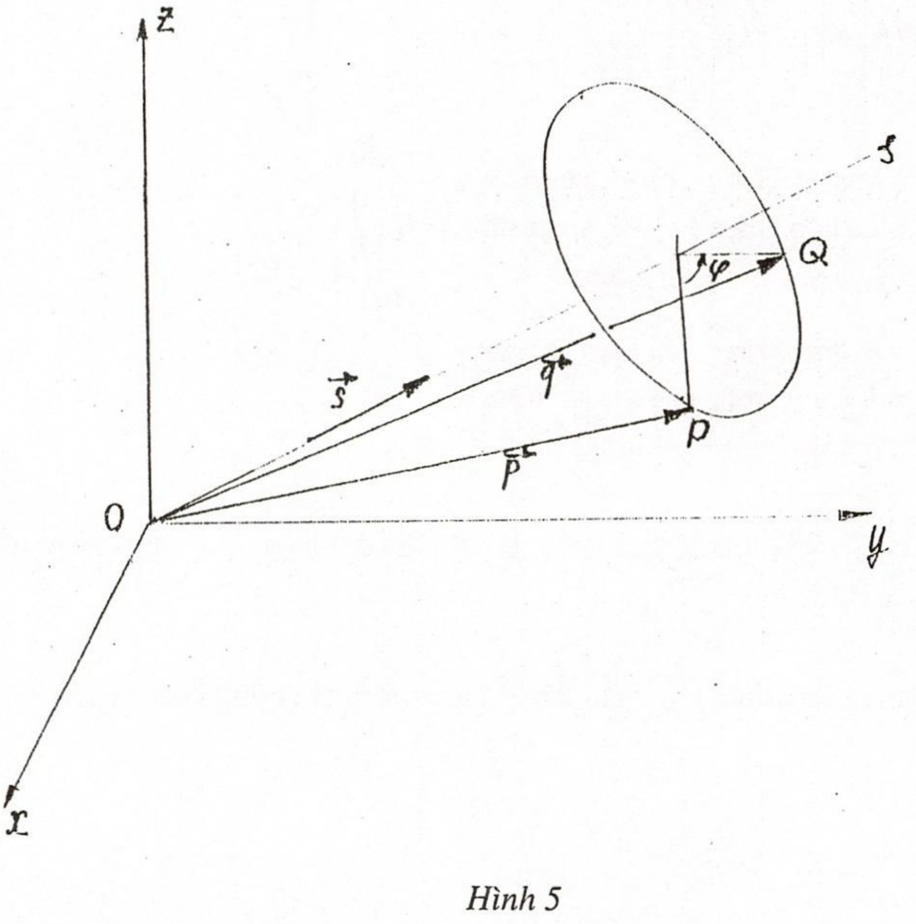
$$\dot{q}\begin{pmatrix} l_3.\cos p.\cos(q+r) + l_2.\cos p.\cos q \\ l_3.\sin p.\cos(q+r) + l_2.\sin p.\cos q \\ -l_3.\sin(q+r) - l_2.\sin q \end{pmatrix} + \dot{r}\begin{pmatrix} l_3.\cos p.\cos(q+r) \\ l_3.\sin p.\cos(q+r) \\ -l_3.\sin(q+r) \end{pmatrix}$$

II. PHƯƠNG PHÁP TENSOR QUAY

1. Sơ lược về tensor quay (Xem hình vẽ 5) :

Trong hệ tọa độ Decartes cho đường thẳng Os mang vector chỉ hướng đơn vị là : $\vec{s} = (s_x, s_y, s_z)$. Xét một điểm P được xác định bởi vector : $\vec{p} = (x_P, y_P, z_P)$.

Khi quay điểm P xung quanh đường thẳng Os một góc φ ta được điểm Q xác định bởi vector $\vec{q} = (x_Q, y_Q, z_Q)$.



Hình 5

Ta có : $\vec{q} = A_{\vec{s}}^{\varphi}\,\vec{p}$ (2.1)

$A_{\vec{s}}^{\varphi} = \left[\vec{s}\otimes\vec{s} + (I - \vec{s}\otimes\vec{s})\cos\varphi + R(\vec{s})\sin\varphi\right]$: được gọi là tensor quay xung quanh trục Os với góc quay là φ.

$$\text{Với : } I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{s}\otimes\vec{s} = \begin{bmatrix} s_x s_x & s_x s_y & s_x s_z \\ s_y s_x & s_y s_y & s_y s_z \\ s_z s_x & s_z s_y & s_z s_z \end{bmatrix}, \quad R(\vec{s}) = \begin{bmatrix} 0 & -s_z & s_y \\ s_z & 0 & -s_x \\ -s_y & s_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

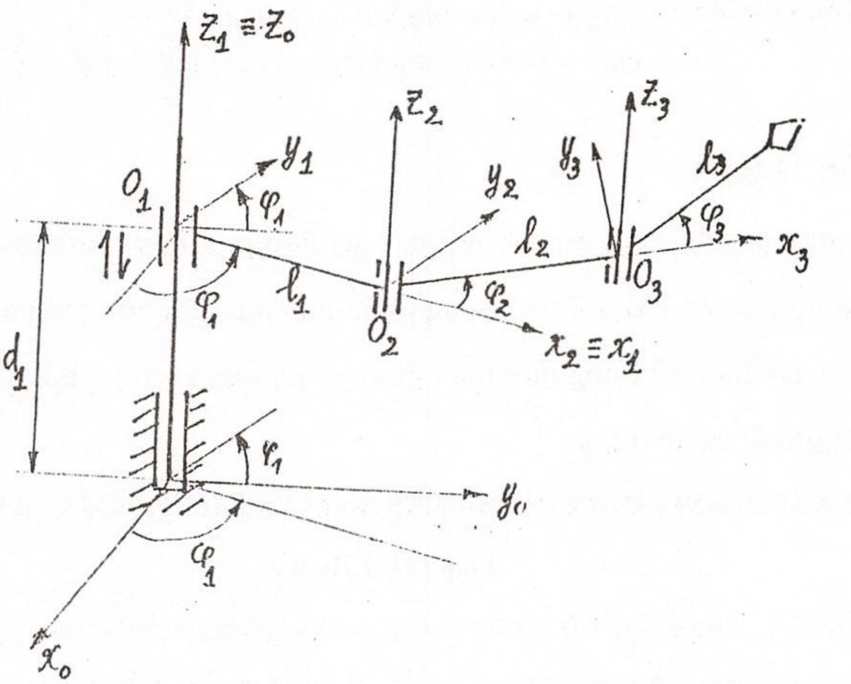
2. Áp dụng trong khảo sát động học tay máy :

Coi cơ cấu tay máy như một chuỗi động hở thì chuyển vị của điểm tác động cuối của tay máy được cho bởi phương trình sau :

$$\vec{q}(\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_{n-1},\varphi_n) = A_{\vec{s}_1}^{\varphi_1}\left[A_{\vec{s}_2}^{\varphi_2}\left[\cdots\left[A_{\vec{s}_{n-1}}^{\varphi_{n-1}}\left[A_{\vec{s}_n}^{\varphi_n}\,\vec{p} + \vec{r}_n\right] + \vec{r}_{n-1}\right] + \ldots\right] + \vec{r}_2\right] + \vec{r}_1 \quad (2.3)$$

Ví dụ :

Tìm biểu thức tọa độ của điểm tác động cuối của tay máy có lược đồ động như hình vẽ 6 .



Hình 6

Với các kích thước động như đã cho , áp dụng công thức (2.2) cho các khâu, ta có :

$$\vec{r}_i = \begin{pmatrix} a_i \\ d_i \sin\alpha_i \\ d_i \cos\alpha_i \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{s}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ \sin\alpha_i \\ \cos\alpha_i \end{pmatrix}$$

$$A_{\vec{s}_i}^{\varphi_i} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_i & -\cos\alpha_i \sin\varphi_i & \sin\alpha_i \sin\varphi_i \\ \cos\alpha_i \sin\varphi_i & \sin^2\alpha_i + \cos^2\alpha_i \cos\varphi_i & \sin\alpha_i \cos\alpha_i (1-\cos\varphi_i) \\ -\sin\alpha_i \sin\varphi_i & \sin\alpha_i \cos\alpha_i (1-\cos\varphi_i) & \cos^2\alpha_i + \sin^2\alpha_i \cos\varphi_i \end{bmatrix}$$

$$d_i = 0 \quad \forall i \neq 1 \quad , \quad \alpha_i = 0 \quad \forall i$$

Với : $a_1 = l_1 \quad , \quad a_2 = l_2$

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} l_3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Áp dụng các công thức (2.1) và (2.3) suy ra tọa độ điểm tác động cuối cho bởi :

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} l_3 c_{123} + l_2 c_{12} + l_1 c_1 \\ l_3 s_{123} + l_2 s_{12} + l_1 s_1 \\ d_1 \end{pmatrix}$$

Với cách ký hiệu : $\begin{cases} c_1 = \cos(\varphi_1) \quad , s_1 = \sin(\varphi_1) \\ c_{12} = \cos(\varphi_1 + \varphi_2), \quad s_{12} = \sin(\varphi_1 + \varphi_2) \\ c_{123} = \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3), \quad s_{123} = \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) \end{cases}$

III. KẾT LUẬN

Hiện nay có khá nhiều phương pháp nghiên cứu động học tay máy,tuy nhiên nhờ khả năng đưa các bài toán về dạng phép tính ma trận nên hai phương pháp được trình bày ở trên được sử dụng hữu hiệu nhất và phù hợp với xu hướng ứng dụng máy tính để giải quyết các bài toán .

SOME METHODS FOR KINEMATICS ANALYSIS OF THE MANIPULATORS

Pham Huy Hoang

ABSTRACT : *Manipulator is a kinematic chain including the links which are the rigid bodies linked to each other by type-5 pairs (such as : revolute pair, prismatic pair).*

The homogenous matrix and tensor methods , with their capability of spatial motion description of rigid bodies, are used to solve very effectively the kinematic analysis problems of manipulator.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Phạm Huy Hoàng, Khảo sát động học tay máy và chương trình mô phỏng chuyển động cuả tay máy - Luận án Cao học , tr.33 - tr.41, 1998.

[2] Wolfram Stadler, Analytical Robotics and Mechatronics , Mc.Graw Hill Inc., 1995.