GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN MÔ TẢ CHUYỂN ĐỘNG CỦA HỆ THỐNG ĐIỆN BẰNG PHƯƠNG PHÁP GIẢI TÍCH

Nguyễn Bội Khuê – Nguyễn Văn Liêm
Trường Đại học Kỹ thuật
(Bài nhận ngày 26/07/1999)

***TÓM TẮT** : Chuyển động của hệ thống điện (HTĐ) được mô tả bởi hệ phương trình vi phân (PTVP) phi tuyến . Hiện nay để giải hệ phương trình này người ta thường dùng các phương pháp tích phân số. Tuy nhiên, các phương pháp nàyđòi hỏi thời gian tính dài . Bài báo này trình bày phương pháp giải phương trình nói trên bằng giải tích , theo phương pháp này nghiệm của phương trình được cho dưới dạng chuỗi , do đó có thể xác định giá trị của góc δ theo thời gian với độ chính xác yêu cầu cho trước. Lời giải dưới dạng như vậy có ý nghĩa thực tiễn rất quan trọng trong việc điều khiển giữ ổn định của HTĐ.*

MỞ ĐẦU :

Quá trình quá độ cơ điện của HTĐ được mô tả bởi PTVP phi tuyến bậc 2 , phương trình này thường được gọi là phương trình chuyển động của HTĐ [1].

Phương pháp giải tích để tìm nghiệm của hệ PTVP mô tả chuyển động của HTĐ cđược giải quyết trên cơ sở tuyến tính hoá hệ phương trình xung quanh vị trí cân bằng.

Chuyển động của HTĐ khi bỏ qua moment cản dịu của các máy phát (MP) có thể được mô tả bởi hệ PTVP bậc 2 sau đây :

$$T_{Ji}\frac{d^2\delta_i}{dt^2} = P_{Ti} - E_i^2 g_{ii} - \sum_{j=1,j\neq i}^{n} E_iE_jb_{ij}\sin\delta_{ij} + \sum_{j=1,j\neq i}^{n} E_iE_jg_{ij}\cos\delta_{ij} \qquad (1)$$

$$= F_i$$

Ở đây :

δ_i - Góc tuyệt đối , xác định vị trí rôto MP so với trục quay đồng bộ được chọn

δ_{ij} - Góc tương đối giữa MP i và j

T_{Ji} - Hằng số quán tính

P_{Ti} - Công suất cơ

E_i - Sức điện động MP

g_{ij} , b_{ij} - Điện dẫn tác dụng và phản kháng tương hổ giữa nút i và j

g_{ii} - Điện dẫn tác dụng riêng cuả nút i

Vế phải của phương trình (1) là hàm phi tuyến , phụ thuộc vào các biến độc lập δ_1 , δ_2 , ... , δ_n thoả điều kiện :

$$|\delta_i| \le 2\pi \qquad (2)$$

Khai triển hàm F_i dưới dạng chuỗi Macloren ở vị trí ban đầu không cân bằng khi $\delta_1 = \delta_2 = ... = \delta_n = 0$ ta có

$$F_i(\delta_1, \delta_2, ..., \delta_n) = F_i^0 + \sum_{j=1}^{n} (\frac{\partial F_i}{\partial \delta_i})_0 \delta_j + \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{2} (\frac{\partial^2 F_i}{\partial \delta_i \partial \delta_j})_0 \delta_i \delta_j + ... \qquad (3)$$

Trong đó chỉ số 0 ký hiệu đại lượng ở vị trí không cân bằng ban đầu. Nếu xem hệ thống điện là hệ bảo thủ thì vế phải của (1) là hàm lực của HTĐ , nghĩa là

$$F_i(\delta_1, \delta_2, ..., \delta_n) = \frac{\partial U}{\partial \delta i} \qquad (4)$$

Do đó

$$F_i^0 = (\frac{\partial U}{\partial \delta_i})_0 ; (\frac{\partial F_i}{\partial \delta_j})_0 = (\frac{\partial^2 U}{\partial \delta_i \partial_j})_0 ; (\frac{\partial^2 F_i}{\partial \delta_i \partial_j})_0 = (\frac{\partial^3 U}{\partial \delta_i^2 \partial_j})_0 \qquad (5)$$

Quan hệ (4) có thể mô tả dưới dạng sau đây

$$F_i(\delta_1, \delta_2, ..., \delta_n) = A_i + \sum_{j=1}^{n} B_{ij}\delta_j + \sum_{j=1}^{n} C_{ij}\delta_j\delta_j + ... \qquad (6)$$

Ở đây

$$A_i = F_i^0 = (\frac{\partial U}{\partial \delta_i})_0$$

$$B_{ij} = (\frac{\partial F_i}{\partial \delta_j})_0$$

$$C_{ij} = \frac{1}{2} (\frac{\partial^2 F_i}{\partial \delta_i \partial \delta_j})_0$$

...

Xét trường hợp , trong HTĐ xảy ra dao động bé (góc δ dao động xung quanh vị trí cân bằng), ta có thể tuyến tính hoá quan hệ (6) nghĩa là có thể bỏ qua các thành phần phi tuyến của (6) . Trong trường hợp này ta sẽ có PTVP tuyến tính bậc 2:

$$T_{Ji} \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} = \sum_{j=1}^{n} B_{ij}\delta_j + A_i \qquad (7)$$

Biểu diễn dưới dạng matrận , ta có

$$T_J \ddot{\delta} + B\delta = A \qquad (8)$$

Để tích phân phương trình (8) , ta áp dụng phương pháp tổng quát Lagrange [2],[3]

Giả thiết rằng chúng ta biết ma trận tích phân $\|\delta_{ij}\|$ của phương trình thuần nhất (8). Gọi C_i là hằng số tích phân , ta có thể viết nghiệm tổng quát của phương trình thuần nhất

$$\ddot{\delta}_i = \alpha_{i1}\delta_1 + \alpha_{i2}\delta_2 + ... + \alpha_{in}\delta_n \tag{9}$$

dưới dạng

$$\delta_i = \sum_{j=1}^{n} C_j\delta_{ij} \tag{10}$$

Theo phương pháp Lagrange chúng ta xem hệ số C_j như là hàm thời gian chưa biết. Có nghĩa là chúng ta đưa vào (10) biến mới C_j và nó có thể được xác định bằng cách đạo hàm (10), ta có

$$\dot{\delta}_i = \sum_{j=1}^{n} \dot{C}_j\delta_{ij} + \sum_{j=1}^{n} C_j\dot{\delta}_{ij} \tag{11}$$

$$\ddot{\delta}_i = \sum_{j=1}^{n} \ddot{C}_j\delta_{ij} + \sum_{j=1}^{n} C_j\ddot{\delta}_{ij} + 2\sum_{j=1}^{n} \dot{C}_j\dot{\delta}_{ij} \tag{12}$$

Thế (10) và (12) vào (7), ta có

$$A_i = T_{Ji}\sum_{j=1}^{n} \ddot{C}_j\delta_{ij} \tag{13}$$

(i = 1,2, ... , n)

Vì định thức $\Delta = \left\|\delta_{ij}\right\|$ khác 0 tại bất kỳ thời điểm t nên ta có thể giải phương trình (13) để tìm C_j

$$\ddot{C}_j = \sum_{k=1}^{n} \frac{\Delta_{kj}}{\Delta} A_i \tag{14}$$

(j=1,2,..., n)

Lấy tích phân ta được

$$\dot{C}_j = \sum_{k=1}^{n} \int_{t0}^{t} \frac{\Delta_{kj}}{\Delta} A_i dt \tag{15}$$

$$C_j = \sum_{k=1}^{n} \int_{t0}^{t} \left(\int_{t0}^{t} \frac{\Delta_{kj}}{\Delta} A_i dt\right)dt + \bar{C}_j \tag{16}$$

(j=1,2,..., n)

Ở đây $\bar{C}_j$ – Hằng số tích phân

Thế (16) vào (10) ta tìm nghiệm tổng quát của phương trình không thuần nhất (8) dưới dạng

$$\delta_i = \sum_{j=1}^{n} \bar{C}_j\,\delta_{ij} + \bar{\delta}_j \tag{17}$$

Ở đây

$$\bar{\delta}_i = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \delta_{ij} \int_{t0}^{t} \left(\int_{t0}^{t} \frac{\Delta_{kj}}{\Delta} A_i dt \right) dt \tag{18}$$

Theo lý thuyết ma trận [4] , người ta đã chứng minh được rằng 2 dạng bình phương và 1 trong chúng xác định dương thì chúng có thể đồng thời được biến đổi thành tổng các bình phương nhờ biến đổi

$$\delta_j = \sum_{k=1}^{n} \beta_{jk} \theta_k \tag{19}$$

Khi đó phương trình (9) cho phép lấy tích phân được

$$\ddot{\theta}_k + r_k \theta_k = 0 \tag{20}$$

Ở đây n số r_k là nghiệm của phương trình đại số bậc n

$$\Delta = \det \left\| B - rT_J \right\| = \begin{Vmatrix} b_{11} - rT_{J1} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} - rT_{J2} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} - rT_{Jn} \end{Vmatrix} \tag{21}$$

Tích phân phương trình (20) có dạng

$$\theta_k = c_k \sin(\sqrt{r_k}\, t + \varphi_k) \tag{22}$$

(k = 1,2, ... , n)

Thế (22) vào(19) chúng ta tìm nghiệm của phương trình (9) có dạng

$$\delta_i = \sum_{k=1}^{n} \beta_{ik} c_k \sin(\sqrt{r_k}\, t + \varphi_k) \tag{23}$$

Nhận thấy rằng hàm $\delta_i(t)$ có dạng tổng của n dao động với tần số riêng $\varpi = \sqrt{r_k}$.

Trên đây là nội dung trình bày mang tính chất phương pháp luận , việc đánh giá sai số của phương pháp cũng như so sánh kết quả với các phương pháp khác sẽ được trình bày trong công trình sau.

KẾT LUẬN :

Tóm lại , Khi nghiên cứu chuyển động của HTĐ xung quanh điểm cân bằng , phương trình (1) có thể được thay thế bởi PTVP gần đúng . Lời giải giải tích của nó có thể tìm được bằng phương pháp Lagrange. Lời giải này có ý nghĩa rất quan trọng đối với việc điều khiển HTĐ trong thời gian thực . Khi trong HTĐ có biến động , nhờ lời giải giải tích này cho phép ta nhanh chóng xác định HTĐ có ổn định hay không từ đó có quyết định đúng đấn để điều khiển HTĐ.

ANALYTICAL METHOD FOR SOLVING THE DIFFERENTIAL EQUATIONS DESCRIBING THE MOTION OF POWER SYSTEM

Nguyen Boi Khue – Nguyen Van Liem

ABSTRACT : The motion of power system is described by the set of nonlinear differential equations. At present, for solving them , numerical methods are usually applied. However, These methods are required the long time for calculation . The article studied and built the analytical

calculating method for solving these equations. For this method, solution is presented by the series , therefore we can determine the angle δ at any time with required accuracy. This form is convenient to apply for real – time control power system.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Venikov V.A. Transient processes in electrical power systems . English translation ,

Mir Publishers , 1977-1980

Айзерман М.А. Классическая механика . М.:Наука. 1974.

Лагранж Ж. Аналитическая механика . М.Л.:Гостехиздат,1950.

Гантмахер Ф.Р. Теория матриц .Изд. 2 е. М.: Наука,1967.