

Xây dựng hệ phương trình động lực học hệ tay máy có khâu đàn hồi

Dương Xuân Biên¹, Chu Anh Mỹ¹, Phan Bùi Khôi²

Tóm tắt— Bài báo này trình bày việc nghiên cứu mô hình tổng quát và xây dựng hệ phương trình động lực học của hệ tay máy hai khâu chuyển động trong mặt phẳng nằm ngang có kể đến ảnh hưởng của chuyển vị đàn hồi. Mô hình động lực học được xem xét sát với thực tế bằng việc thêm vào các yếu tố như tải trọng, ma sát đàn hồi, khối lượng và mô men quán tính của các động cơ dẫn động,... Hệ phương trình động lực học được xây dựng bằng phương pháp phần tử hữu hạn trên cơ sở cách tiếp cận Lagrange. Ứng xử động lực học của hệ khi có tải được xem xét đến với một ví dụ mô phỏng cụ thể. Kết quả bài báo có thể được sử dụng làm cơ sở để nghiên cứu hệ điều khiển nhằm nâng cao độ chính xác định vị của tay máy dưới ảnh hưởng của yếu tố đàn hồi trong các khâu.

Từ khóa— động lực học tay máy, khâu đàn hồi, phần tử hữu hạn.

1 ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong kỹ thuật robot truyền thống, bài toán động lực học tay máy thường được tiếp cận theo hướng cơ hệ nhiều vật, trong đó các khâu được coi là cứng vững tuyệt đối, bỏ qua biến dạng đàn hồi. Các khâu thường có kích thước lớn nên cồng kềnh, nặng nề, phản ứng chậm, tốn năng lượng. Xu hướng sử dụng tay máy có các khâu đàn hồi (flexible links) xuất hiện trong vài thập kỷ gần đây giúp khắc phục các nhược điểm trên, nhưng lại nảy sinh các vấn đề về ổn định, chính xác vị trí và vận tốc... Để giải quyết tốt các vấn đề này cần phải xây dựng được mô hình động lực học càng sát với thực tế càng tốt. Đối với hệ tay máy có hai khâu đàn hồi, đã có nhiều công trình công bố với các cách tiếp cận nghiên cứu khác nhau như phương pháp giả định trạng thái (AMM-Assumed Modes Method) [1], phương pháp phần tử hữu hạn (Finite Element Method-FEM) [2, 3] hay Newton-Euler

Bài nhận ngày 30 tháng 9 năm 2016, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 27 tháng 02 năm 2017

¹ Dương Xuân Biên, Chu Anh Mỹ - Học viện Kỹ thuật Quân sự. (e-mail: xuanbien82@yahoo.com)

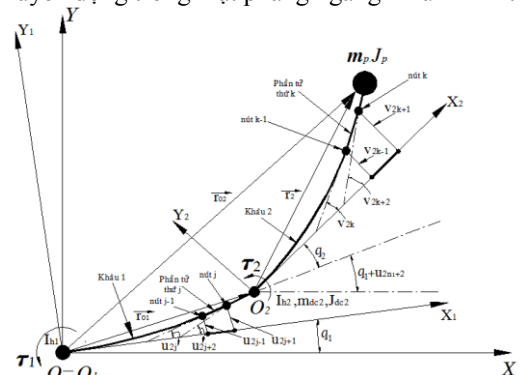
² Phan Bùi Khôi - Đại học Bách Khoa Hà Nội

[4]. Tuy nhiên, mô hình toán học trong các công trình vẫn chưa đầy đủ, chưa tổng quát hóa do tính chất phức tạp của hệ thống. Hầu hết chưa kể đến ảnh hưởng của ma sát do biến dạng đàn hồi, tính chất cản trở của môi trường, mô men quán tính của động cơ ... Do đó, ứng xử động lực học của hệ thống chưa thể hiện rõ được bản chất. Bài báo này tập trung giải quyết các hạn chế nêu trên với việc sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn kết hợp với cách tiếp cận Lagrange để xây dựng mô hình và hệ phương trình động lực học tổng quát cho tay máy có hai khâu đàn hồi.

2 NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

2.1 Mô hình toán học

Xét mô hình tay máy có hai khâu đàn hồi chuyển động trong mặt phẳng ngang như hình 1.



Hình 1. Mô hình tay máy hai khâu có kể đến chuyển vị đàn hồi

Trong đó:

XOY : hệ quy chiếu cố định; $X_iO_iY_i$: hệ quy chiếu gắn với khâu thứ i ; τ_i, q_i : mô men truyền động và góc khớp tại khớp thứ i ; $\mathbf{r}_{ij}, \mathbf{r}_{ik}, \mathbf{r}_i$: véc tơ được xác định từ gốc khâu i đến phần tử thứ j, k và đến điểm cuối khâu i ; \mathbf{r}_{0i} : véc tơ được xác định từ gốc O đến điểm cuối của khâu i ; ρ_i (kg/m^3); E_i (N/m^2); I_i (m^4): khối lượng riêng, mô đun đàn hồi và mô men quán tính mặt cắt ngang của khâu thứ i ; $L_i(m)$; $h_i(m)$; $b_i(m)$; $A_i(m^2)$:

chiều dài, bề dày, bề rộng và diện tích mặt cắt ngang của khâu thứ i ; $I_{hi}(kg.m^2), m_{dci}(kg)$: mô men quán tính và khối lượng động cơ thứ i ; $m_p(kg), J_p(kg.m^2)$: khối lượng và mô men quán tính của tải gắn ở đầu khâu 2; $w_j(x_j, t); w_k(x_k, t)$: tổng chuyển vị đàn hồi tại phần tử thứ j, k có tọa độ $(x_j, y_j); (x_k, y_k)$ theo hệ tọa độ $X_1O_1Y_1, X_2O_2Y_2$ gắn trên khâu 1 và khâu 2 so với khi chưa tính đến chuyển vị; $\phi_i(x_j); \phi_i(x_k)$: hàm dạng theo lý thuyết phần tử hữu hạn của các phần tử thứ j, k ; $N_{aj}(x_j), Q_{aj}(x_j, t), N_{ak}(x_k), Q_{ak}(x_k, t)$: véc tơ hàm dạng và véc tơ chuyển vị của các phần tử j, k ; $N_{1j}(x_j), N_{2k}(x_k)$: véc tơ hàm dạng suy rộng của các phần tử j, k ; $l_j, l_k(m)$: chiều dài của phần tử thứ j, k ; $u_{2j-1}, u_{2j}, u_{2j+1}, u_{2j+2}$: chuyển vị dài, chuyển vị góc ở đầu và cuối phần tử thứ j ; $v_{2k-1}, v_{2k}, v_{2k+1}, v_{2k+2}$: chuyển vị dài, chuyển vị góc ở đầu và cuối phần tử thứ k ; $n_i(i=1,2)$: số phần tử của khâu i ; u_1, u_2 : chuyển vị dài và chuyển vị góc ở đầu khâu 1; u_{2n_1+1}, u_{2n_1+2} : chuyển vị dài và chuyển vị góc ở cuối khâu 1; v_1, v_2 : chuyển vị dài và chuyển vị góc ở đầu khâu 2; v_{2n_2+1}, v_{2n_2+2} : chuyển vị dài và chuyển vị góc ở cuối khâu 2. $Q_{1j}, T_{1j}, P_{1j}, M_{1j}, K_{1j}$: biến suy rộng, động năng đàn hồi, thế năng đàn hồi, ma trận khối lượng, ma trận độ cứng của phần tử thứ j trên khâu 1; $Q(x_j), Q(x_k)$ là véc tơ chuyển vị của phần tử thứ j, k ; Q_{1cv}, Q_{2cv} là các véc tơ chuyển vị của khâu 1, 2; $T_i, M_i, K_i, D_i, Q_i(t)$ là động năng, ma trận khối lượng, ma trận độ cứng, ma trận cản, véc tơ biến suy rộng khâu i ; T_{ikhuu}, T_{dci} : động năng đàn hồi, động năng truyền động khâu i ; $T_{pl}, T_{tai}, Q_1(t), Q_2(t), Q(t)$: động năng do khối lượng động cơ 2 đặt ở điểm cuối khâu 1, động năng của tải đặt ở đầu khâu 2, véc tơ biến suy rộng của khâu 1, khâu 2 và toàn hệ; $Q_{2k}, T_{2k}, P_{2k}, M_{2k}, K_{2k}$: biến suy rộng, động năng đàn hồi, thế năng đàn hồi, ma trận khối lượng, ma trận độ cứng của phần tử thứ k trên khâu 2;

Xét khâu 1 có chiều dài là L_1 , chia khâu làm n_1 phần tử, mỗi phần tử j có chiều dài bằng nhau và bằng l_j ; khâu 2 có chiều dài là L_2 , chia làm

n_2 phần tử, mỗi phần tử k có chiều dài bằng nhau và bằng l_k . Coi tiết diện mặt cắt ngang trên toàn bộ chiều dài các khâu là không đổi và giả thiết các khâu có tính đồng nhất về vật liệu. Theo phương pháp phần tử hữu hạn, tổng chuyển vị đàn hồi của phần tử thứ j ứng với biến q_1 trên khâu 1 theo hệ tọa độ $X_1O_1Y_1$ [3]:

$$w_{1j}(x_j, t) = N_{1j}(x_j) \cdot Q_{1j}(t) \quad (1)$$

Trong đó:

$$\begin{cases} N_{1j} = [x_j \quad N(x_j)]; Q_{1j} = [q_1 \quad Q(x_j)]^T \\ N(x_j) = [\phi_1(x_j) \quad \phi_2(x_j) \quad \phi_3(x_j) \quad \phi_4(x_j)] \\ Q(x_j) = [u_{2j-1} \quad u_{2j} \quad u_{2j+1} \quad u_{2j+2}] \end{cases} \quad (2)$$

Tổng chuyển vị đàn hồi của phần tử thứ k ứng với biến khớp q_2 trên khâu 2:

$$w_{2k}(x_k, t) = N_{2k}(x_k) \cdot Q_{2k}(x_k, t) \quad (3)$$

Trong đó:

$$\begin{cases} N_{2k} = [L_1 + x_k \quad 1 \quad x_k \quad x_k \quad N(x_k)] \\ Q_{2k} = [q_1(t) \quad u_{2n_1+1} \quad u_{2n_1+2} \quad q_2(t) \quad Q(x_k)]^T \\ N(x_k) = [\phi_1(x_k) \quad \phi_2(x_k) \quad \phi_3(x_k) \quad \phi_4(x_k)] \\ Q(x_k) = [v_{2k-1} \quad v_{2k} \quad v_{2k+1} \quad v_{2k+2}] \end{cases} \quad (4)$$

Các hàm dạng $N(x_j), N(x_k)$ được xác định theo [3]. Tọa độ của phần tử j theo hệ tọa độ $X_1O_1Y_1$:

$$r_{1j} = \begin{bmatrix} (j-1)l_j + x_j \\ w_j(x_j, t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Ma trận chuyển đổi tọa độ từ $X_1O_1Y_1$ sang XOY :

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 \\ \sin q_1 & \cos q_1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Tọa độ của phần tử thứ j và điểm cuối khâu 1 theo hệ tọa độ XOY :

$$r_{01j} = T_0^1 r_{1j}; r_{01} = T_0^1 r_1 \quad (7)$$

Tọa độ của phần tử theo hệ tọa độ $X_2O_2Y_2$:

$$r_{2k} = \begin{bmatrix} (k-1)l_k + x_k \\ w_k(x_k, t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Ma trận chuyển đổi tọa độ từ $X_2O_2Y_2$ sang $X_1O_1Y_1$:

$$T_1^2 = \begin{bmatrix} \cos(q_2 + u_{2n_1+2}) & -\sin(q_2 + u_{2n_1+2}) \\ \sin(q_2 + u_{2n_1+2}) & \cos(q_2 + u_{2n_1+2}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

Tọa độ của phần tử thứ k và điểm cuối khâu 2 theo hệ tọa độ XOY :

$$r_{02k} = T_0^1 [r_1 + T_1^2 r_{2k}]; r_{02} = T_0^1 [r_1 + T_1^2 r_2] \quad (10)$$

2.2 Xây dựng hệ phương trình động lực học

2.2.1 Động năng của khâu 1

$$T_1 = T_{1khuu} + T_{dc1} + T_{p1} \quad (11)$$

Động năng đàn hồi của các phần tử khâu 1

Ta có, động năng phần tử thứ j là:

$$T_{1j} = \frac{1}{2} \int_0^{l_j} \rho_1 A_1 \left[\frac{\partial \mathbf{r}_{01j}}{\partial t} \right]^2 dx_j = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}_1^T \mathbf{M}_{1j} \dot{\mathbf{Q}}_1 \quad (12)$$

Các phần tử của ma trận khối lượng \mathbf{M}_{1j} được xác định theo [3]. Động năng đàn hồi của n_1 phần tử:

$$\begin{cases} T_{1khuu} = \sum_{j=1}^{n_1} T_{1j} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}_1^T(t) \mathbf{M}_{1khuu} \dot{\mathbf{Q}}_1(t) \\ \mathbf{Q}_1(t) = [q_1(t) \quad \mathbf{Q}_{1cv}]^T \end{cases} \quad (13)$$

Với

$$\mathbf{Q}_{1cv} = [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_{2n_1+1} \quad u_{2n_1+2}] \quad (14)$$

Động năng truyền động của động cơ 1

$$T_{dc1} = \frac{1}{2} I_{h1} \dot{q}_1^2(t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}_1^T(t) \mathbf{M}_{dc1} \dot{\mathbf{Q}}_1(t) \quad (15)$$

Động năng sinh ra do khối lượng của động cơ 2

$$T_{p1} = T_{1pT} + T_{1pJ} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}_1^T(t) \mathbf{M}_{p1} \dot{\mathbf{Q}}_1(t) \quad (16)$$

T_{1pT} , T_{1pJ} là động năng tịnh tiến và quay:

$$T_{1pT} = \frac{1}{2} m_{dc2} \left[\frac{\partial \mathbf{r}_{01}}{\partial t}(L_1, t) \right]^2; T_{1pJ} = \frac{1}{2} J_{dc2} (\dot{q}_1 + \dot{u}_{2n_1+2})^2 \quad (17)$$

\mathbf{M}_{1khuu} , \mathbf{M}_{dc1} , \mathbf{M}_{p1} có cỡ $(2n_1 + 3) \times (2n_1 + 3)$.

Như vậy, từ (11) ta có tổng động năng khâu 1:

$$T_1 = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}_1^T(t) \mathbf{M}_1 \dot{\mathbf{Q}}_1(t); \mathbf{M}_1 = \mathbf{M}_{1khuu} + \mathbf{M}_{dc1} + \mathbf{M}_{p1} \quad (18)$$

* Động năng khâu 2

$$T_2 = T_{2khuu} + T_{dc2} + T_{tai} \quad (19)$$

Động năng đàn hồi của các phần tử trên khâu 2

Ta có, động năng của phần tử thứ k :

$$T_{2k} = \frac{1}{2} \int_0^{l_k} \rho_2 A_2 \left[\frac{\partial \mathbf{r}_{02k}}{\partial t} \right]^2 dx_k = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}_{2k}^T \mathbf{M}_{2k} \dot{\mathbf{Q}}_{2k} \quad (20)$$

Ma trận khối lượng của phần tử k là \mathbf{M}_{2k} được xác định như trong [2]. Tổng động năng đàn hồi của n_2 phần tử:

$$\begin{cases} T_{2khuu} = \sum_{k=1}^{n_2} T_{2k} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}_2^T(t) \mathbf{M}_{2khuu} \dot{\mathbf{Q}}_2(t) \\ \mathbf{Q}_{2cv} = [v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_{2n_2+1} \quad v_{2n_2+2}] \\ \mathbf{Q}_2(t) = [q_1 \quad u_{2n_1+1} \quad u_{2n_1+2} \quad q_2 \quad \mathbf{Q}_{2cv}]^T \end{cases} \quad (21)$$

Động năng truyền động của động cơ 2:

$$T_{dc2} = \frac{1}{2} I_{h2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{u}_{2n_1+2})^2(t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}_2^T(t) \mathbf{M}_{dc2} \dot{\mathbf{Q}}_2(t) \quad (22)$$

Động năng do tải trọng gắn ở đầu khâu 2:

$$T_{tai} = T_{2pT} + T_{2pJ} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}_2^T(t) \mathbf{M}_{tai} \dot{\mathbf{Q}}_2(t) \quad (23)$$

Động năng do chuyển động tịnh tiến và quay:

$$T_{2pT} = \frac{1}{2} m_p \left[\frac{\partial \mathbf{r}_2}{\partial t}(L_2, t) \right]^2; \quad (24)$$

$$T_{2pJ} = \frac{1}{2} J_p (\dot{q}_1 + \dot{u}_{2n_1+2} + \dot{q}_2 + \dot{v}_{2n_2+2})^2$$

Vậy, theo (18), động năng khâu 2:

$$T_2 = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}_2^T(t) \mathbf{M}_2 \dot{\mathbf{Q}}_2(t); \quad (25)$$

$$\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_{2khuu} + \mathbf{M}_{dc2} + \mathbf{M}_{tai}$$

\mathbf{M}_{2khuu} , \mathbf{M}_{dc2} , \mathbf{M}_{tai} có cỡ $(2n_2 + 6) \times (2n_2 + 6)$.

* Động năng toàn hệ

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}^T(t) \mathbf{M} \dot{\mathbf{Q}}(t) \quad (26)$$

$$\mathbf{Q}(t) = [q_1(t) \quad \mathbf{Q}_{1cv} \quad q_2(t) \quad \mathbf{Q}_{2cv}]^T$$

Ma trận khối lượng \mathbf{M} có cỡ $m \times m$ với $m = 4n_1 + 4n_2 + 2$. Các phần tử trong ma trận được ghép nối theo lý thuyết PTHH.

2.2.2 Tổng thế năng toàn hệ

Thế năng toàn hệ là tổng thế năng của từng khâu. Thế năng từng khâu là tổng thế năng do chuyển vị đàn hồi và thế năng trọng trường. Tuy nhiên, với hệ tay máy chuyển động trong mặt phẳng nằm ngang và khối lượng khâu là nhỏ nên trong trường hợp này có thể giả thiết bỏ qua thế năng trọng trường.

* Thế năng khâu 1

Xét thế năng đàn hồi của phần tử thứ j :

$$P_{1j} = \frac{1}{2} \int_0^{l_j} E_1 I_1 \left[\frac{\partial^2 w_{1j}(x_j, t)}{\partial x_j^2} \right]^2 dx_j = \frac{1}{2} \mathbf{Q}_{1j}^T(t) \mathbf{K}_{1j} \mathbf{Q}_{1j}(t) \quad (27)$$

Trong đó, ma trận độ cứng \mathbf{K}_{1j} của phần tử thứ j được xác định theo [3]. Tổng thế năng đàn hồi khâu 1:

$$P_1 = \sum_{j=1}^{n_1} P_{1j} = \frac{1}{2} \mathbf{Q}_1^T(t) \mathbf{K}_1 \mathbf{Q}_1(t) \quad (28)$$

* *Thế năng khâu 2*

Xét thế năng đàn hồi của phần tử thứ k của khâu 2:

$$P_{2k} = \frac{1}{2} \int_0^{l_k} E_2 I_2 \left[\frac{\partial^2 w_{2k}(x_k, t)}{\partial x_k^2} \right]^2 dx_k = \frac{1}{2} \mathbf{Q}_{2k}^T(t) \mathbf{K}_{2k} \mathbf{Q}_{2k}(t) \quad (29)$$

Ma trận \mathbf{K}_{2k} xác định theo [3]. Tổng thế năng đàn hồi khâu 2:

$$P_2 = \sum_{k=1}^{n_2} P_{2k} = \frac{1}{2} \mathbf{Q}_2^T(t) \mathbf{K}_2 \mathbf{Q}_2(t) \quad (30)$$

* *Thế năng toàn hệ*

$$P = P_1 + P_2 = \frac{1}{2} \mathbf{Q}^T(t) \mathbf{K} \mathbf{Q}(t) \quad (31)$$

Ma trận độ cứng toàn hệ \mathbf{K} có cỡ như \mathbf{M} .

2.2.3 *Xác định ma trận cân đặc trưng*

Ma trận cân đặc trưng cho tính chất cân trở chuyển động khi kể đến ảnh hưởng của ma sát trong (do chuyển vị đàn hồi) và ma sát ngoài (cân trở của môi trường) [3]:

$$\mathbf{D}_1 = \alpha_1 \mathbf{M}'_1 + \beta_1 \mathbf{K}'_1; \mathbf{D}_2 = \alpha_2 \mathbf{M}'_2 + \beta_2 \mathbf{K}'_2 \quad (32)$$

Trong đó, $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$ là các ma trận cân trên các khâu. $\mathbf{M}'_i, \mathbf{K}'_i$ là các ma trận cho khâu i theo [3]. Ma trận \mathbf{D} cỡ $m \times m$. Các thông số: $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ lần lượt là hệ số tỉ lệ ứng với ma trận khối lượng và ma trận độ cứng của các khâu và được xác định bằng phương pháp thực nghiệm [3].

2.2.4 *Hệ phương trình động lực học*

Xét hệ phương trình Lagrange [3]:

$$L = T - P; \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{Q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{Q}} = \mathbf{F}(t) \quad (33)$$

Hệ phương trình động lực học mô tả chuyển động của hệ tay máy khi kể đến ma sát:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{Q}}(t) + \mathbf{D} \dot{\mathbf{Q}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{Q}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (34)$$

Trong đó, véc tơ biến khớp, chuyển vị tổng quát và véc tơ lực tác động có cỡ $m \times 1$:

$$\begin{cases} \mathbf{F}(t) = [\tau_1(t) & 0 & \dots & \tau_2(t) & 0 & \dots]^T \\ \mathbf{Q}(t) = [q_1(t) & \mathbf{Q}_{1cv} & q_2(t) & \mathbf{Q}_{2cv}]^T \end{cases} \quad (35)$$

2.3 *Mô phỏng và đánh giá*

Xét hệ tay máy có hai khâu đàn hồi, coi mỗi khâu là một phần tử. Tức là: $j = 1; k = 1; n_1 = n_2 = 1$. Lúc này, các ma trận

$\mathbf{M}_{1khau}, \mathbf{M}_{dc1}, \mathbf{M}_{p1}, \mathbf{M}_1, \mathbf{K}_1, \mathbf{D}_1$ cỡ 5×5 và các ma trận $\mathbf{M}_{2khau}, \mathbf{M}_{dc2}, \mathbf{M}_{tai}, \mathbf{M}_2, \mathbf{K}_2, \mathbf{D}_2$ cỡ 8×8 . Các ma trận $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{D}$ cỡ 10×10 . Véc tơ biến suy rộng $\mathbf{Q}_1(t)$ có cỡ 5×1 , véc tơ $\mathbf{Q}_2(t)$ cỡ là 8×1 và $\mathbf{Q}(t)$ cỡ 10×1 . Giả thiết điểm đầu của các khâu gắn chặt với các động cơ truyền động nên có thể cho rằng, chuyển vị đàn hồi tại gốc O_1, O_2 ở mọi thời điểm là bằng 0. Bỏ qua khe hở giữa các khớp gắn động cơ. Tức là: $u_1 = 0; u_2 = 0; v_1 = 0; v_2 = 0$; Theo lý thuyết PTHH, có thể loại hàng và cột 2, 3, 7, 8 ở các ma trận $\mathbf{M}, \mathbf{D}, \mathbf{K}$. Như vậy, các ma trận mới hình thành là $\mathbf{M}^*, \mathbf{K}^*, \mathbf{D}^*$ cỡ 6×6 và các véc tơ tổng quát suy rộng:

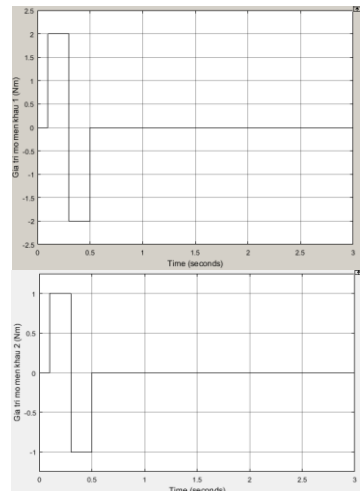
$$\begin{aligned} \mathbf{Q}^*(t) &= [q_1(t) \quad u_3 \quad u_4 \quad q_2(t) \quad v_3 \quad v_4]^T \\ \mathbf{F}^*(t) &= [\tau_1(t) \quad 0 \quad 0 \quad \tau_2(t) \quad 0 \quad 0]^T \end{aligned} \quad (36)$$

Hệ phương trình động lực học của hệ hai khâu đàn hồi được viết lại:

$$\mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{Q}}^*(t) + \mathbf{D}^* \dot{\mathbf{Q}}^*(t) + \mathbf{K}^* \mathbf{Q}^*(t) = \mathbf{F}^*(t) \quad (37)$$

Xét các thông số dùng cho mô hình:

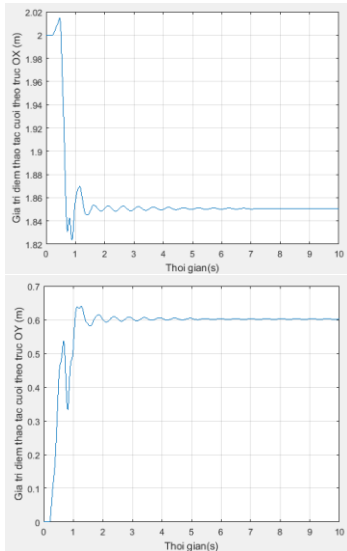
$$\begin{aligned} L_1 &= 0,9(m); L_2 = 1,1(m); A_1 = A_2 = 6,4 \cdot 10^{-5}(m^2) \\ E_1 = E_2 &= 7,11 \cdot 10^{10}(kg/m^2); \rho_1 = \rho_2 = 2710(kg/m^3) \\ I_1 = I_2 &= 5,46 \cdot 10^{-11}(m^4); I_{h1} = I_{h2} = 5,86 \cdot 10^{-4}(kg \cdot m^2) \\ m_{dc2} &= 0,155(kg); J_{dc2} = 4,18 \cdot 10^{-2}(kg \cdot m^2); \\ m_p &= 0,05(kg); J_p = 0,02(kg \cdot m^2); \end{aligned}$$



Hình 2. Quy luật truyền mô men khớp 1 và 2

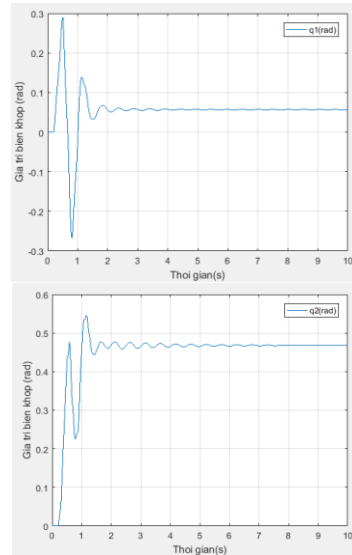
Quy luật truyền động vào các khớp như hình 2. Hình 3, 4 thể hiện vị trí điểm thao tác của hệ tay máy và giá trị biến khớp ở hai khâu đàn hồi. Dễ thấy, ứng với quy luật truyền động ở hình 2, trong thời gian chịu tác động của mô men thì điểm thao tác cuối chuyển động đến vị trí có tọa độ

$xE = 1.85(m); yE = 0.6(m)$ ứng với giá trị $q_1 = 0.058(rad); q_2 = 0.47(rad)$ và dao động xung quanh vị trí này trong khoảng 8(s) thì bắt đầu ổn định. Ở thời điểm 1(s) sau khi bắt đầu, mô men tác động lên các khớp đã không còn, hệ dao động với biên độ giảm dần. Giá trị nhận được ở các hình 3, 4 và 5 sau 1(s) thể hiện ứng xử của hệ mang tính chất phi tuyến, phù hợp với quy luật truyền mô men cho các khớp và tính chất quán tính của các khâu. Chiều dài 2 khâu khác nhau nên giá trị chuyển vị đàn hồi tại điểm cuối của các khâu là khác nhau, biên độ dao động cũng khác nhau.

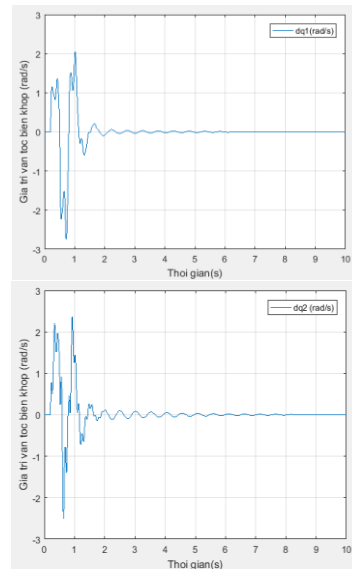


Hình 3. Tọa độ điểm thao tác cuối theo các trục

Tương ứng như vậy, đồ thị vận tốc biến khớp ở hình 5 cho thấy tốc độ thay đổi của giá trị biến khớp ở hai khâu trong 3(s) là rất lớn, sau đó giảm dần và ổn định sau $t=5(s)$ với khâu 1, $t=8(s)$ với khâu 2.

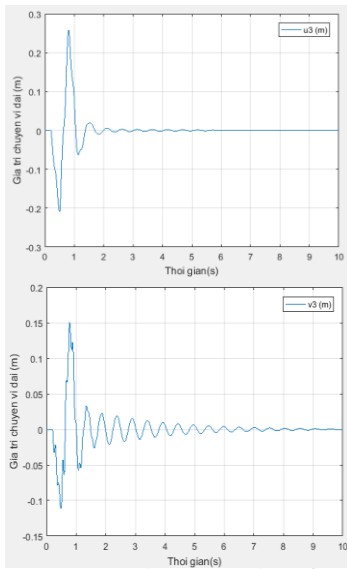


Hình 4. Giá trị biến khớp của 2 khâu

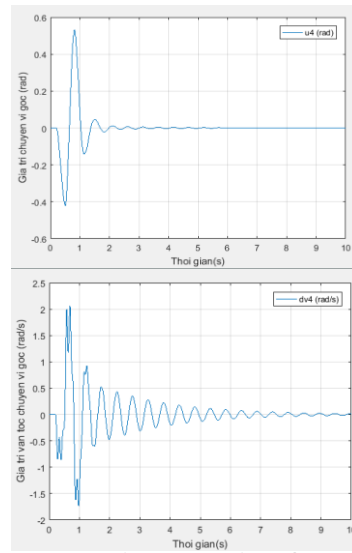


Hình 5. Vận tốc của các biến khớp

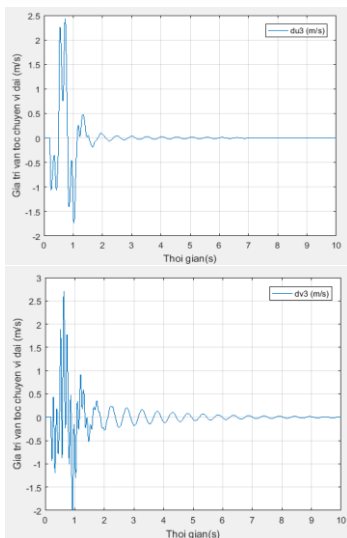
Hình 6, 7, 8, 9 thể hiện giá trị chuyển vị dài, vận tốc chuyển vị dài, chuyển vị góc và vận tốc chuyển vị góc tại điểm cuối của khâu 1 và điểm thao tác. Giá trị chuyển vị dài lớn nhất ở điểm cuối khâu 1 khoảng 0,25 (m) , chuyển vị góc là 0,53 (rad) ở 3(s) , ở điểm thao tác khoảng 0,15 (m) và 0,22 (rad) khoảng 2(s) sau đó giảm dần về 0. Hình dáng của các đồ thị cho thấy, các điểm trên khâu dao động tắt dần với biên độ giảm dần, thời gian xác lập tính ổn định cho hệ thống khoảng sau 8(s), sau khi bắt đầu chuyển động. Với chuyển vị góc thì thời gian ổn định lâu hơn (sau 10(s)).



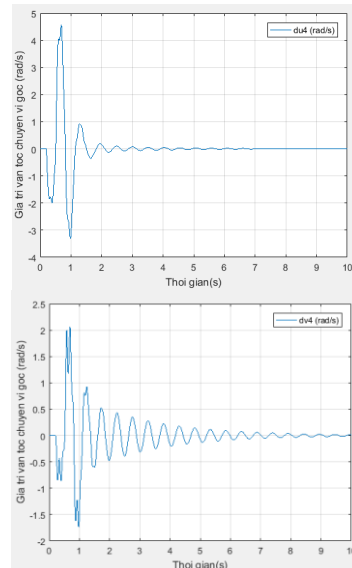
Hình 6. Giá trị chuyển vị dài ở điểm cuối 2 khâu



Hình 8. Chuyển vị góc ở điểm cuối 2 khâu



Hình 7. Vận tốc của chuyển vị dài ở điểm cuối 2 khâu



Hình 9. Vận tốc của chuyển vị góc ở điểm cuối 2 khâu

3 KẾT LUẬN.

Như vậy, bài báo đã trình bày mô hình động lực học tổng quát cho hệ tay máy có hai khâu đàn hồi. Hệ phương trình động lực học được xây dựng trên cơ sở phương pháp phân tử hữu hạn và cách tiếp cận Lagrange trong đó có tính đến yếu tố ma sát đàn hồi, mô men quán tính của các động cơ, tải trọng giúp đưa mô hình động lực học sát với thực tế. Kết quả mô phỏng thể hiện được bản chất ứng xử động lực học của tay máy có khâu đàn hồi.

Kết quả bài báo có ý nghĩa quan trọng trong việc tạo cơ sở nghiên cứu ảnh hưởng của chuyển vị đàn hồi tới độ chính xác định vị và đưa ra được các giá trị chuyển vị đàn hồi cụ thể phục vụ việc thiết kế hệ điều khiển bù sai số, nâng cao độ chính xác, giảm thời gian dao động, thời gian xác lập của hệ thống.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Atef A Ata, Waleed F Fares, Mohamed Y Sa'adehc, *Dynamic Analysis of a Two-link Flexible Manipulator Subject to Different Sets of Conditions*, Procedia Engineering 41, pp 1253–1260, International Symposium on Robotics and Intelligent Sensors, 2012.
- [2] Mohamad Hafis Izran Bin Ishak (2005), *Dynamic modeling of a two link flexible manipulator*, A thesis submitted for the Degree of Master in University of Technology, Malaysia, 2005.
- [3] M O Tokhi, A K M Azad, *Flexible robot manipulators-modeling, simulation and control*, The Institution of Engineering and Technology, London, United Kingdom, ISBN 978-0-86341-448-0, 2008.
- [4] Rajesh Kumar Moolam, *Dynamics and control for flexible manipulators*, a thesis submitted for the Degree doctor of Philosophy, Politecnico Di Milano, 2013.

**Duong Xuan Bien**

Sinh năm 1982 tại Hà Nội.

Năm 2007: tốt nghiệp đại học chính quy ngành Công nghệ Chế tạo máy hệ quân sự tại Học Viện Kỹ Thuật Quân Sự (HVKTQS) (Hà Nội).

Từ 2007: giảng viên ngành Cơ khí tại HVKTQS.

Năm 2013: nhận bằng thạc sĩ chuyên ngành Công nghệ Chế tạo máy tại HVKTQS. Hiện đang là nghiên cứu sinh ngành Kỹ thuật Cơ khí tại HVKTQS.

Hướng nghiên cứu chủ yếu là Công nghệ CAD/CAM/CNC, Công nghệ gia công tiên tiến (gia công cao tốc, laser, tia nước áp lực cao, siêu âm), động lực học và điều khiển rô bốt, hệ thống cơ điện tử.

Hướng nghiên cứu của luận án: rô bốt đàn hồi.

Building dynamic equations of manipulator with flexible links

Duong Xuan Bien ¹, Chu Anh My ¹, Phan Bui Khoi ²

¹ Military Technical Academy

² Hanoi University of Science and Technology

Abstract— This paper presents the research of general model and building dynamic equations of two flexible links manipulator motion in the horizontal plane. Dynamic modeling is considered with adding factors which are payload, elastic friction, mass and initial moment of rotors. So it is closed to reality. Dynamic equations are derived through finite element method based on Lagrange approach. Dynamic behaviors of the system with payload were simulated like a specific example. The results can be used to building the control system which increases accuracy position of manipulators under influence of elastic displacements of links.

Index Terms—dynamic manipulator, flexible link, finite element.