

Phân tích mô hình thuận sóng mặt đa kênh Thomson-Haskell

- Trần Phúc Thịnh
- Nguyễn Nhật Kim Ngân
- Nguyễn Thành Ván

Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG-HCM

(Bài nhận ngày 21 tháng 01 năm 2016, nhận đăng ngày 21 tháng 11 năm 2016)

TÓM TẮT

Phương pháp sóng mặt đa kênh (MASW) là một phương pháp địa vật lý dựa trên đường cong phân tán thu được từ sóng Rayleigh để đoán định độ cứng các lớp đất đá bên dưới. Để làm được điều này trước hết phải giải được bài toán thuận là đi tìm đường cong phân tán lý thuyết cho một cấu trúc địa chất bất kỳ. Phương pháp đầu tiên để giải bài toán này được đề xuất bởi Thomson-Haskell

Từ khóa: MASW, Rayleigh, Thomson-Haskell, đường cong phân tán

MỞ ĐẦU

Mục đích cuối cùng của phương pháp MASW là để tìm ra cấu trúc đất đá bên dưới. Đây là một bài toán ngược và để giải bài toán này thì cần dùng một phương pháp thuận thích hợp trước. Phương pháp thuận thường được biết là giải bài toán truyền sóng sử dụng phương pháp vi phân hữu hạn hay phần tử hữu hạn. Tuy nhiên, những phương pháp trên là những phương pháp cần rất nhiều thời gian để máy tính giải. Do đó rất nhiều tác giả đã đưa nhiều phương pháp khác nhau nhằm đơn giản hóa bài toán thuận này. Một trong những cách đó là sử dụng đường cong phân tán. Ứng dụng của phương pháp ma trận cho vấn đề đường cong phân tán của sóng mặt cho cấu trúc địa tầng gồm nhiều lớp song song đã được thảo luận rộng rãi và từ rất lâu. Trong bài báo của mình năm 1950, Thomson đã đặt nền móng lý thuyết cho phát triển sau này của Haskell vào năm 1953 [2], Knopoff năm 1964, Dunkin năm 1965 [1], Thrower năm 1965 và Watson năm 1970. Nền móng lý thuyết được đặt bởi Thomson và Haskell khá đẹp và cho cái nhìn rõ ràng về mặt vật lý nhưng bị vướng mắc ở chỗ nó

nhưng vướng mắc trong vấn đề tính toán. Trong bài báo này tác giả muốn đi qua về mặt lý thuyết các vấn đề của phương pháp Thomson-Haskell, lập trình lại và phân tích độ bất ổn định của phương pháp này, các vấn đề chưa được phân tích kỹ trong những bài báo về Thomson-Haskell. Từ đó tiến hành giải bài toán ngược, bài toán thực tế cần thiết để khảo sát đất nông.

gây ra sự không ổn định trong tính toán ở những tần số cao. Các phát triển sau này của Knopoff, Dunkin, Thrower, Watson nhằm làm cho tính toán có độ ổn định ở những tần số cao hơn đồng thời cải thiện về tốc độ tính toán. Trong bài báo này tác giả muốn lập trình, phân tích và tổng hợp lại độ bất ổn định của phương pháp cổ điển Thomson-Haskell này, đó là động lực lớn nhất dẫn tới việc hình thành những phương pháp sau này.

VẬT LIỆU VÀ PHƯƠNG PHÁP

Cơ sở lý thuyết về đường cong phân tán sóng mặt theo Haskell

Sóng Rayleigh như mô tả trong bài báo của ông [7] truyền trên bề mặt đất với năng lượng tập trung ở một độ sâu tỉ lệ thuận với bước sóng của nó. Sóng có bước sóng dài có khả năng xuyên sâu hơn sóng có bước sóng ngắn. Điều đó có nghĩa là nếu tính chất của đất đá thay đổi theo độ sâu thì các sóng với bước sóng khác nhau sẽ truyền với vận tốc khác nhau. Chính điều này tạo ra đường cong phân tán của sóng mặt.

Sóng truyền trong chất rắn đồng nhất tuân theo những phương trình vi phân sau:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \mu \nabla^2 u \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + \mu \nabla^2 v \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \mu \nabla^2 w \quad (3)$$

Ở đây u,v,w là giá trị dao động theo các phương x,y và z, ε là biến dạng tương đối, λ, μ là hệ số lamb. x, y là những trục nằm trên mặt và z là trục vuông góc hướng xuống dưới, x là hướng truyền của sóng. Ở đây $v=0$ theo như định nghĩa ở trong [7] và chỉ có hai phương trình thực sự chi phối.

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \mu \nabla^2 u; \quad \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \mu \nabla^2 w \quad (4)$$

Ở đây thế được chọn như sau:

Việc này bắt nguồn từ việc một trường vector bất kỳ có thể tách thành trường xoáy và trường vô hướng theo định lý Hemholtz. Nhưng ở đây chỉ có hai thành phần của thế là độc lập nên có thể chọn như trên.

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (5)$$

$$\phi = (A_1 e^{-qz} + B_1 e^{qz}) e^{i(\omega t - kx)}; \quad \psi = (A_2 e^{-sz} + B_2 e^{sz}) e^{i(\omega t - kx)} \quad (6)$$

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{V_p^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}; \quad \nabla^2 \psi = \frac{1}{V_s^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (7)$$

là nghiệm của hệ [8]:

Ở đây

$$q^2 = k^2 - \left(\frac{\omega^2}{V_p^2}\right), \quad s^2 = k^2 - \left(\frac{\omega^2}{V_s^2}\right)$$

k, ω là số sóng và tần số của sóng Rayleigh.

Vận tốc sóng dọc và sóng ngang là:

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}; \quad V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (8)$$

Xem xét trường hợp có N-1 lớp đồng nhất ở trong một không gian vô tận bên dưới. G_m, ρ_m, ν_m, d_m là những thông số xác định tính chất của lớp m. Ở đây G, ρ, ν, d là module cắt, mật độ, tỉ số Poisson và độ dày của lớp. Giả sử là Z=0 ở mặt đất, và hàm thế của lớp m được viết lại như sau:

$$\phi_m = (A_m e^{-q(z-Z_{m-1})} + B_m e^{q(z-Z_{m-1})}) e^{i(\omega t - kx)} \quad (9)$$

$$\psi_m = (C_m e^{-s(z-Z_{m-1})} + D_m e^{s(z-Z_{m-1})}) e^{i(\omega t - kx)} \quad (10)$$

Ở đây Z_{m-1} là độ sâu của lớp $m-1$.

Ký hiệu các vector:

$$S_m(z) = [u_m(z) \quad w_m(z) \quad \sigma_m(z) \quad \tau_m(z)]^T \quad (11)$$

$$\theta_m(z) = [\phi_m^+(z) \quad \psi_m^+(z) \quad \phi_m^-(z) \quad \psi_m^-(z)]^T \quad (12)$$

Ở đây,

$$\phi_m^+ = B_m e^{q(z-Z_{m-1})}; \phi_m^- = A_m e^{-q(z-Z_{m-1})} \quad (13)$$

$$\psi_m^+ = D_m e^{s(z-Z_{m-1})}; \psi_m^- = C_m e^{-s(z-Z_{m-1})} \quad (14)$$

Các biến này liên hệ với nhau như sau [8]:

$$S_m(z) = \begin{bmatrix} -ik & s_m & -ik & -s_m \\ q_m & ik & -q_m & ik \\ \mu_m(2k^2 - \frac{\omega^2}{v_{sm}^2}) & 2i\mu_m s_m k & \mu_m(2k^2 - \frac{\omega^2}{v_{sm}^2}) & -2i\mu_m s_m k \\ -2i\mu_m q_m k & \mu_m(2k^2 - \frac{\omega^2}{v_{sm}^2}) & 2i\mu_m q_m k & \mu_m(2k^2 - \frac{\omega^2}{v_{sm}^2}) \end{bmatrix} \theta_m(z) e^{i(\omega t - kx)} \quad (15)$$

$$= T_m \theta_m(z) e^{i(\omega t - kx)} \quad (16)$$

$$\theta_m(Z_m) = \begin{bmatrix} e^{q_m d_m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{s_m d_m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-q_m d_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-s_m d_m} \end{bmatrix} \theta_m(Z_{m-1}) = E_m \theta_m(Z_{m-1}) \quad (17)$$

Vấn đề bây giờ trở thành tìm những tham số A_m, B_m, C_m, D_m cho mỗi lớp đồng nhất và cho nửa không gian vô hạn. Nếu tính được những tham số này thì có thể tính được thế và dao động ở các lớp. Tổng cộng có tất cả $4N$ biến cho $N-1$ lớp và nửa không gian. Để giải ra các biến này cần giải một hệ các điều kiện biên.

Những điều kiện biên đó là [6]:

Ứng lực (σ_{zz}, σ_{xz}) ở cận dưới của lớp trên và cận trên của lớp dưới là bằng nhau.

Chuyển dời u, w ở cận dưới lớp trên và cận trên lớp dưới là bằng nhau.

Những chuyển dời ở vô cực ở nửa không gian là bằng không.

Ứng lực ở bề mặt là bằng không.

Từ hai điều kiện đầu ta có:

$$S_{m+1}(Z_m) = G_m S_m(Z_{m-1}) \quad (18)$$

Ở đây

$$G_m = T_m E_m T_m^{-1}$$

Từ đó dẫn tới:

$$S_N(Z_{N-1}) = G_{N-1} G_{N-2} \dots G_1 S_1(Z_0) \quad (19)$$

$$\theta_N(Z_{N-1}) = T_N^{-1} G_{N-1} G_{N-2} \dots G_1 S_1(Z_0) e^{-i(\omega t - kx)} \quad (20)$$

$$= R S_1(Z_0) e^{-i(\omega t - kx)} \quad (21)$$

$$= R S_0 e^{-i(\omega t - kx)} \quad (22)$$

$$\theta_N(Z_{N-1}) = \begin{bmatrix} \phi_N^+(Z_{N-1}) \\ \psi_N^+(Z_{N-1}) \\ \phi_N^-(Z_{N-1}) \\ \psi_N^-(Z_{N-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_N e^{q(Z_{N-1} - Z_{N-1})} \\ D_N e^{s(Z_{N-1} - Z_{N-1})} \\ A_N e^{-q(Z_{N-1} - Z_{N-1})} \\ C_N e^{-s(Z_{N-1} - Z_{N-1})} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_N \\ D_N \\ A_N \\ C_N \end{bmatrix} \quad (23)$$

Do ở nửa không gian vô hạn bên dưới, nên không thể mong đợi có sóng phản xạ lên nên hai thành phần $B_N=0, D_N=0$.

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$R_{11} \begin{bmatrix} u_0 \\ w_0 \end{bmatrix} + R_{12} \begin{bmatrix} \sigma_0 \\ \tau_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_N \\ D_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ w_0 \end{bmatrix} = -R_{11}^{-1} R_{12} \begin{bmatrix} \sigma_0 \\ \tau_0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Đặt:

Điều đó dẫn tới:

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ w_0 \end{bmatrix} = -\frac{\bar{R}_{11}}{|R_{11}|} R_{12} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{0}{|R_{11}|} \quad (27)$$

Nhưng dao động ở bề mặt không bằng không, vậy cho nên:

$$|R_{11}| = 0.$$

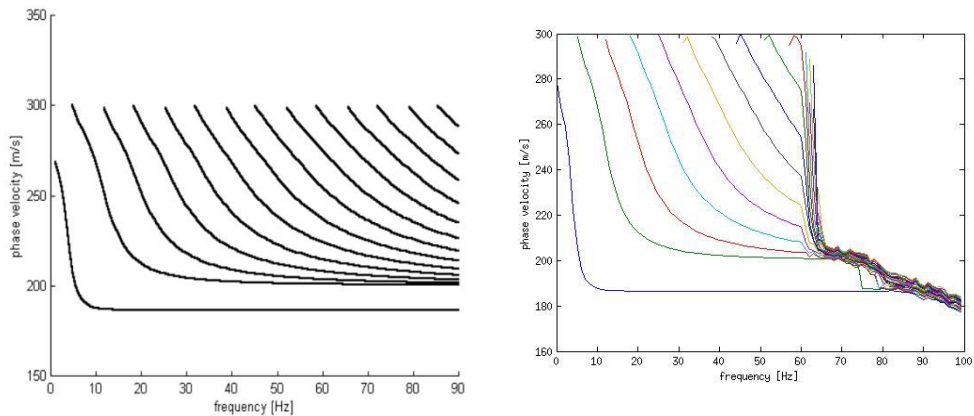
$$F(k, \omega) = |R_{11}(k, \omega)| = 0 \quad (28)$$

Những cặp nghiệm (k, ω) thỏa mãn phương trình sau:
tạo nên những đường được gọi là đường cong phân tán [2].

Khảo sát sự bất ổn định của phương pháp Thomson-Haskell

Lý thuyết trên được tác giả lập trình lại bằng Matlab và được kiểm chứng bằng cách so sánh với kết quả lý thuyết được lấy ở [8]. Kết quả lý thuyết ở [8] là kết quả cho một mô hình đơn giản được mô tả như ở thí dụ 1 bên dưới.

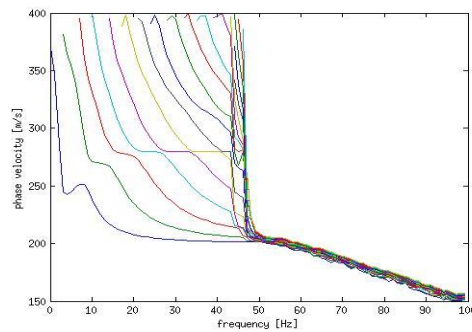
Thí dụ 1: Một mô hình đơn giản gồm hai lớp: một lớp có bề dày $d=20$ m, có vận tốc sóng $V_S=200$ m/s, lớp còn lại là nửa không gian vô hạn với vận tốc $V_S = 300$ m/s.



Hình 1. (A) Đường cong phân tán mong đợi theo [8], (B) Đường cong phân tán tính theo Thomson-Haskell

Nhận xét: Kết quả cho thấy khá tốt trừ phần không ổn định bắt đầu xảy ra từ 60 Hz trở đi.

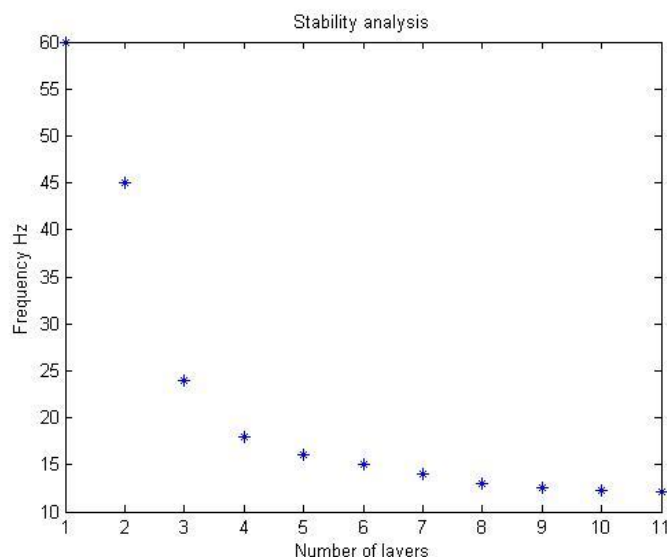
Thí dụ 2: Một mô hình ba lớp đơn giản: lớp thứ nhất có độ dày là $d=20$ m, $V_s = 200$ m/s , lớp thứ hai có độ dày là $d=20$ m, $V_s = 300$ m/s , lớp nửa không gian vô hạn có $V_s = 400$ m/s



Hình 2. Đường cong phân tán tính theo cách của Thomson Haskell.

Nhận xét: Khi có nhiều lớp hơn thì cách tính bằng phương pháp Thomson-Haskell trở nên khó ổn định hơn, ở trường hợp này thì nó bắt đầu không ổn định ở tần số 45 Hz.

Nhiều mô hình hơn đã được kiểm tra, những mô hình này bao gồm mô hình một lớp, hai lớp, ..., mười một lớp. Tần số mà ở đó bắt đầu có sự không ổn định được ghi lại và được tổng kết trong Hình 3.



Hình 3. Tần số cao nhất vẫn ổn định khi số lớp tăng lên

Nhận xét: Khi số lớp tăng lên thì tần số ở đó giảm đi. Tần số này giảm chậm lại khi số lớp tăng lên và tiệm cận khoảng 10 Hz. Như vậy cách tính dùng phương pháp Thomson-Haskell chỉ tính được đường cong phân tán chính xác ở mức dưới 10 Hz cho các mô hình đất đá thật thường trên mười lớp.

Nguyên nhân chính dẫn tới sự bất ổn định của phương pháp khi giải số là do bản thân máy tính không có khả năng cung cấp một dải số thực hoàn hảo như trong toán học. Máy tính chỉ có thể phân biệt được mười sáu chữ số có nghĩa (hai số mà khác nhau ở chữ số có nghĩa thứ 17 sẽ được xem là như nhau trong máy tính). Trong cách tính toán sử dụng phương pháp Thomson-Haskell, các ma trận chứa rất nhiều thành phần mũ của cơ số tự nhiên e . Khi số lớp tăng lên thì số lượng các ma trận tham gia vào tính toán có chứa thành phần mũ tăng lên và dẫn tới máy tính dễ rơi vào nhầm lẫn với mười sáu chữ số có nghĩa. Thành phần tần số tham gia

vào phần mũ của cơ số tự nhiên nên tần số càng cao càng dễ bất ổn định cũng là điều dĩ nhiên. Do đó đặc điểm dẫn tới sự bất ổn của phương pháp tính toán này khi giải số đơn giản là vì nó chứa quá nhiều thành phần mũ với cơ số tự nhiên.

KẾT LUẬN

Phương pháp Thomson-Haskell là một trong những phương pháp đầu tiên được đề ra để tính đường cong phân tán cho sóng mặt. Tuy nhiên phương pháp này không tốt cho việc tính toán số và chỉ đạt độ ổn định trong trường hợp thực tế cho tần số dưới 10 Hz. Điều này làm cho phương pháp không được tốt cho những ứng dụng thực tiễn. Để khắc phục nhược điểm này nhiều nhà khoa học đã đề xuất chỉnh sửa lý thuyết lại để có những lý thuyết mà việc giải số có thể đạt độ ổn định ở tần số cao hơn và chạy nhanh hơn. Đã có nhiều cách tiếp cận khác nhau để giải quyết vấn đề này nhưng người đầu tiên chỉ ra được nguyên nhân chính của

vấn đề là Dunkin [1]. Mặc cho những vấn đề về độ bất ổn định thì lý thuyết của Thomson-Haskell đã đặt nền móng cho bài toán sóng mặt và là một điểm khởi đầu tốt để hiểu về sóng mặt. Trong tương lai tác giả sẽ khảo sát những phương pháp

thuận khác và những ưu nhược điểm của chúng trước khi chọn một phương pháp thuận thích hợp cho bài toán ngược sử dụng sóng mặt để khảo sát địa chấn nông.

An analysis of multi-channel surface wave's Thomson-Haskell forward modelling

- **Tran Phuc Thinh**
- **Nguyen Nhat Kim Ngan**
- **Nguyen Thanh Van**

University of Science, VNU-HCM

ABSTRACT

Multi-channel Analysis of Surface Wave is a geophysical method based on the dispersion curve obtained from Rayleigh wave to predict the stiffness of subsurface structure. To do this, one have to solve the forward modeling first. Thomson-Haskell method which was introduced by Thomson and Haskell is among the first methods used for this purpose. Unfortunately, Thomson-Haskell

method has a problem on the stability when it is implemented numerically. In this papers, authors want to code Thomson-Haskell method to examine the stability property of Thomson-Haskell method which hasn't been discussed clearly in other Thomson-Haskell's relating papers. This will put the conerete stone for the next step of solving the inversion problem of examining near surface soil.

Keywords: MASW, Rayleigh, Thomson-Haskell, dispersion curve

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. J.W. Dunkin,. Computation of modal solutions in layered, elastic media at high frequencies. *Bull. Seism. Soc. Am*, 55, 335–358 (1965).
- [2]. N.A. Haskell, The dispersion of surface wave on multilayered media. *Bull. Seism. Soc. Am*. 43, 17–34 (1953).
- [3]. P. Moczo Introduction to modeling seismic wave propagation by the finite difference method (Lecture notes) (1998).
- [4]. N.T.K. Ngan, Xác định vận tốc truyền sóng ngang Vs và các tham số đàn hồi bằng phương pháp sóng mặt đa kênh, *Tạp chí Địa Chất*, A, 3, 55–65 (2015).
- [5]. C.B. Park, Imaging dispersion curves of surface waves on multi-channel record. SEG Technical Program Expanded Abstracts, 1377–1380 (1998).
- [6]. D. Pei, Waves in shallow site investigations PhD Thesis (2007).
- [7]. L. Rayleigh, On waves propagated along the plane surface of an elastic solid. Proceedings of the London Mathematical Society, 17, 4–11(1885).
- [8]. C. Strobbia, Surface wave methods: Acquisition, Processing and inversion. PhD thesis.