

# Phương pháp RBF-FDTD cho mô phỏng điện áp cảm ứng sét trên các đường dây phân phối điện trên không

- Vũ Phạm Lan Anh <sup>1</sup>
- Huỳnh Ngọc Trọn <sup>2</sup>
- Vũ Như Phan Thiện <sup>1</sup>
- Vũ Phan Tú <sup>3</sup>

<sup>1</sup> Trường Đại học Bách khoa, ĐHQG-HCM

<sup>2</sup> Công ty Điện lực Tây Ninh

<sup>3</sup> Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh

(Bản nhận ngày 21 tháng 03 năm 2016, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 05 tháng 08 năm 2016)

## TÓM TẮT

Bài báo trình bày việc áp dụng phương pháp sai phân hữu hạn miền thời gian sử dụng hàm bán kính cơ sở (RBF-FDTD) như hàm MQ (Multiquadrics), IMQ (Inverse Multiquadrics) và GA (Gaussian) đã được phát triển trong [1] cho việc tính toán điện áp cảm ứng sét trên đường dây phân phối trên không trong hai trường hợp đất lý tưởng và tổn hao. Ngoài ra, ảnh hưởng của vàng quang đến điện áp cảm ứng sét cũng được xem xét. Để làm tăng độ chính xác của phương pháp, bài báo đề xuất sử dụng thuật toán tối ưu cho việc xác định thông số hình dáng. Phương pháp MQ, IMQ và GA RBF-FDTD đã được kiểm

chứng về khả năng áp dụng, độ chính xác và tính hiệu quả thông qua việc tính toán điện áp cảm ứng sét trên đường dây phân phối 110kV. Các kết quả số của phương pháp RBF-FDTD được so sánh với các kết quả thu được từ phương pháp sai phân hữu hạn miền thời gian (FDTD) truyền thống trên cơ sở lời giải của Lightning-Induced Overvoltages (LIOV). Kết quả so sánh cho thấy phương pháp RBF-FDTD luôn luôn có độ chính xác cao hơn phương pháp FDTD truyền thống, đặc biệt khi xác định được thông số hình dạng tối ưu.

**Từ khóa:** Đường dây phân phối, phương pháp RBF-FDTD, điện áp cảm ứng sét, vàng quang.

## 1. GIỚI THIỆU

Trong thực tế vận hành mạng điện, đường dây phân phối điện là phần tử quan trọng nhất trong việc kết nối nguồn phát và tải tiêu thụ. Tất cả các sự cố xảy ra trên đường dây phân phối đều ảnh hưởng đến vận hành mạng điện. Các quá trình quá độ điện xảy ra khi đóng cắt đường dây,

tụ bù, sét đánh trực tiếp hay gián tiếp vào đường dây sẽ làm méo dạng sóng nguồn làm ảnh hưởng đến chất lượng điện năng. Tùy thuộc vào thời gian tồn tại và độ lớn, các sóng quá độ này có thể làm hư hỏng cách điện của các thiết bị điện và dẫn đến có thể mất điện. Do đó, việc tính toán quá

độ điện một cách chính xác đóng vai trò quan trọng trong việc thiết kế, lắp đặt các thiết bị bảo vệ và chọn lựa cấp cách điện phù hợp.

Việc nghiên cứu bài toán quá độ điện đã được đặt ra và nghiên cứu từ rất lâu. Các nghiên cứu này đa phần chỉ tập trung vào nghiên cứu quá độ đóng cắt đường dây, đóng cắt tụ bù,...Khoảng hai thập kỷ trở lại đây, bài toán nghiên cứu điện áp cảm ứng sét trên đường dây phân phối và mạng phân phối đã thu hút được rất nhiều nhà nghiên cứu [5]-[14]. Đặc biệt, với sự phát triển vượt bậc của kỹ thuật máy tính và phương pháp số, các nhà nghiên cứu đã tìm ra được lời giải điện áp cảm ứng sét ngày một phong phú và chính xác hơn thông qua các phương pháp như phương pháp FDTD bậc 1 được đề xuất bởi Agrawal và đồng nghiệp [4], kỹ thuật FDTD bậc 2 được đề nghị bởi Paolone và đồng nghiệp [7], và phương pháp Wavelet được sử dụng bởi Antonini và đồng nghiệp [8]. Một điều đáng tiếc là ở Việt Nam rất ít nhà khoa học, giảng viên, kỹ sư điện quan tâm đến việc tính toán vấn đề này.

Trong bài báo này, lần đầu tiên tại Việt Nam, chúng tôi xây dựng hoàn thiện phương pháp số mới là phương pháp sai phân hữu hạn miền thời gian sử dụng hàm bán kính cơ sở (RBF-FDTD) [1], ở đó các xấp xỉ sai phân hữu hạn miền không gian và thời gian được phát triển từ các hàm bán kính cơ sở. Ngoài ra, để làm tăng độ chính xác, thuật toán tối ưu xác định thông số hình dáng [2]-[3] cũng được đưa vào trong phương pháp của chúng tôi. Phương pháp mới này đã được áp dụng cho việc mô phỏng điện áp cảm ứng sét trên đường dây 110kV. Kết quả tính toán cho thấy phương pháp đề xuất RBF-FDTD luôn cho kết quả chính xác hơn phương pháp FDTD truyền thống trong việc mô phỏng bài toán quá độ điện.

## 2. MÔ HÌNH TÍNH TOÁN

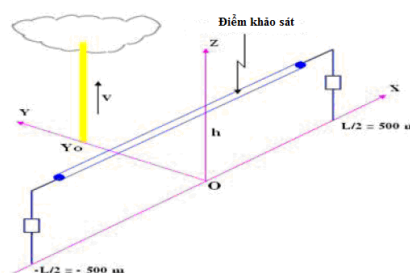
### 2.1 Phương trình kết nối điện từ trường

Xét cấu hình hình học giữa kênh sét và đường dây điện phân phối một pha 110kV, với chiều dài 1km như trên Hình 1. Sử dụng mô hình đường dây không tổn hao được kích thích bởi trường điện từ của sét, phương trình kết nối điện từ đường dây được đề xuất bởi Agrawal và các đồng nghiệp trong [4] được viết như sau

$$\frac{\partial V^s(x,t)}{\partial x} + L_0 \frac{\partial I(x,t)}{\partial t} = E_x^s(x,h,t) \quad (1)$$

$$\frac{\partial I(x,t)}{\partial x} + C_0 \frac{\partial V^s(x,t)}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

$L_0$  và  $C_0$  điện cảm và điện dung trên đơn vị chiều dài;  $V^s(x,t)$  và  $I(x,t)$  là điện áp nhiễu và dòng điện dọc trên đường dây;  $E_x^s(x,h,t)$  là trường điện ngang tới dọc theo trục  $x$  tại vị trí chiều cao đường dây, có thể được xem là không thay đổi trong phạm vi độ cao  $0 < z < h$ .



**Hình 1.** Cấu hình hình học giữa kênh sét và đường dây phân phối 110kV.

Điện áp cảm ứng tại mỗi điểm trên đường dây được tính bằng tổng điện áp nhiễu và điện áp tới do sét gây ra theo phương trình:

$$\begin{aligned} V^T(x,t) &= V^s(x,t) - \int_0^h E_z^i(x,h,t) dz \\ &= V^s(x,t) + V^i(x,t) \end{aligned} \quad (3)$$

$V^T(x,t)$  là điện áp cảm ứng tổng ;  $V^s(x,t)$  là điện áp nhiễu được tính bởi hệ phương trình (1)-(2) ;  $V^v(x,t)$  là điện áp tới và  $E_z^h(x,h,t)$  là trường điện dọc tại độ cao  $h$  của dây dẫn.

**2.2 Lời giải RBF-FDTD cho  $I(x,t)$  và  $V^s(x,t)$**

Để tăng độ chính xác của lời giải, Paolone trong [7] đã khai triển Taylor bậc 2 cho các thành phần dòng điện  $I(x,t)$  và điện áp  $V^s(x,t)$ , và sau đó sai phân chúng bằng các xấp xỉ sai phân hữu hạn truyền thống. Trong phần này, chúng tôi áp dụng các xấp xỉ sai phân hữu hạn miền thời gian sử dụng hàm RBF được trình bày trong [1] cho  $I(x,t)$  và  $V^s(x,t)$ , và thu được lời giải RBF-FDTD như sau

$$V_k^{n+1} = V_k^n + k_1^V (I_{k-1}^n - I_{k+1}^n) + k_2^V (Eh_{k+1}^n - Eh_{k-1}^n) + k_3^V \left( w_1^{(2)}(x, c_x) V_{k+1}^n + w_3^{(2)}(x, c_x) V_{k-1}^n + w_2^{(2)}(x, c_x) V_k^n \right) \quad (4)$$

$$I_k^{n+1} = I_k^n + k_1^I (V_{k+1}^n - V_{k-1}^n) + k_2^I Eh_k^n + k_3^I (w_1^{(2)}(\Delta x, c_x) I_{k+1}^n + w_3^{(2)}(\Delta x, c_x) I_{k-1}^n + w_2^{(2)}(\Delta x, c_x) I_k^n) + k_4^I (Eh_k^{n+1} - Eh_k^{n-1}) \quad (5)$$

Với các hệ số:

$$\left\{ \begin{aligned} dt &= \frac{1}{2w_3^{(1)}(\Delta t, c_t)}; \quad k_1^V = -\frac{dt}{2C_0} w_3^{(1)}(\Delta x, c_x) \\ k_2^V &= -\frac{dt^2}{2L_0 C_0} w_3^{(1)}(\Delta x, c_x); \quad k_3^V = \frac{dt^2}{2L_0 C_0} \end{aligned} \right.$$

$$\text{và} \left\{ \begin{aligned} k_1^I &= -\frac{dt}{L_0} w_3^{(1)}(\Delta x, c_x); \quad k_2^I = \frac{dt}{L_0} \\ k_3^I &= \frac{dt^2}{2L_0 C_0}; \quad k_4^I = \frac{dt}{4L_0} \end{aligned} \right.$$

Điều kiện biên của điện áp nhiễu tại vị trí tại hai đầu đường dây được viết như sau

$$V_1^n = \int_0^h E_z^I(0,0,t) dz - Z_0 I_1^n \quad (6)$$

$$V_{N_x+1}^n = \int_0^h E_z^I(L,0,t) dz + Z_L I_{N_x+1}^n \quad (7)$$

$E_z^i(x,z,t)$  là trường điện dọc tới và  $Z_0, Z_L$  là tổng trở tại hai đầu đường dây, nó thường được chọn bằng tổng trở đặt trung của đường dây cho việc bỏ qua sóng phản xạ từ hai đầu đường dây.

**2.3 Xác định hệ số hình dạng  $c$  tối ưu**

Đối với các phương pháp thuộc họ các phương pháp không lưới dạng mạnh RBF (RBF meshfree methods), cũng như phương pháp RBF-FDTD của chúng tôi, hệ số hình dạng  $c$  quyết định rất nhiều đến độ chính xác và tính ổn định trong tính toán, mô phỏng. Để đơn giản cho việc xác định hệ số hình dạng tối ưu  $c$  của phương pháp RBF-FDTD, trong bài báo này, chúng tôi sẽ áp dụng thuật toán tối ưu được đề xuất bởi Bayona và các đồng nghiệp [2]-[3]. Ở đó, sai số của phương pháp RBF-FDTD được đánh giá như sau

$$\mathbf{E}(c) = \mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}(c) \quad (8)$$

Khi đó, chúng ta có hệ số hình dạng  $c$  tối ưu được định nghĩa là  $c^*$  sao cho

$$\|\mathbf{E}(c^*)\|_{RMS} = \min_c \|\mathbf{E}(c)\|_{RMS} \equiv \min_c \|\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}(c)\|_{RMS} \quad (9)$$

Trong đó:  $\mathbf{u}$  là vector lời giải chính xác, ở đây chúng tôi chọn là lời giải của LIOV;  $\hat{\mathbf{u}}(c)$  là vector lời giải RBF-FDTD;  $c^*$  là hệ số hình dạng tối ưu cần tìm.

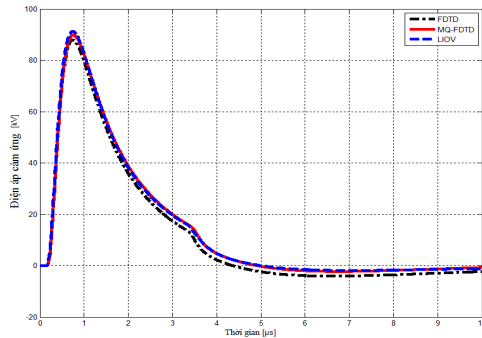
**3. KẾT QUẢ TÍNH TOÁN**

Nghiên cứu trường hợp sét đánh tại vị trí  $y_0=50m$  tính từ tâm đường dây phân phối như trên Hình 1. Trong các nghiên cứu trước, các tác giả đã chỉ ra rằng, trường hợp khoảng cách từ vị trí sét đánh đến tâm đường dây nhỏ hơn 50m thì được xem như là sét đánh trực tiếp vào đường dây. Dòng điện đáy kênh sét có dạng Subsequence Stroke (SS).

**3.1 Trường hợp 1: Đất dẫn điện lý tưởng**

### A. Vị trí giữa đường dây

Kết quả mô phỏng điện áp cảm ứng ở giữa đường dây, nghĩa là tại vị trí tâm đường dây, nghĩa là tại  $x=0m$  như trên Hình 1., được trình bày trên Hình 2. Kết quả mô phỏng cho thấy, bằng cách kết hợp thuật toán dò tìm thông số hình dạng tối ưu, lời giải RBF-FDTD bám rất sát với LIOV khi so sánh với lời giải FDTD truyền thống trên toàn bộ dạng sóng.



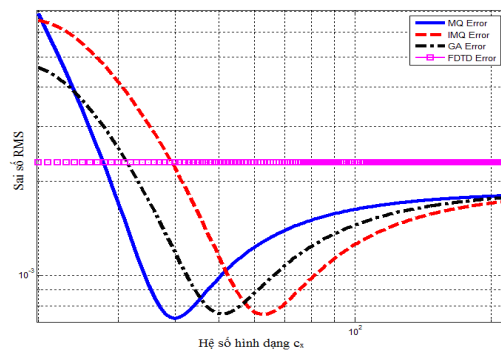
**Hình 2.** Điện áp cảm ứng sét trên đường dây đơn khi đất lý tưởng tại  $x=0m$  được mô phỏng bằng LIOV, FDTD và RBF-FDTD.

Bảng 1. và Hình 3. cho thấy giá trị và đường cong sai số RMS của phương pháp FDTD truyền thống và RBF-FDTD. Ở đó, chúng ta có thể nhận thấy rằng sai số RMS của phương pháp FDTD hiển nhiên là không thay đổi theo  $c$ , nhưng sai số RMS của phương pháp RBF-FDTD giảm rất nhanh trong phạm vi bé của thông số hình dạng  $c$ . Kết quả này một lần nữa cho thấy rõ ràng hơn về độ chính xác của phương pháp RBF-FDTD so với phương pháp FDTD truyền thống trong việc mô phỏng điện áp cảm ứng sét trên đường dây phân phối.

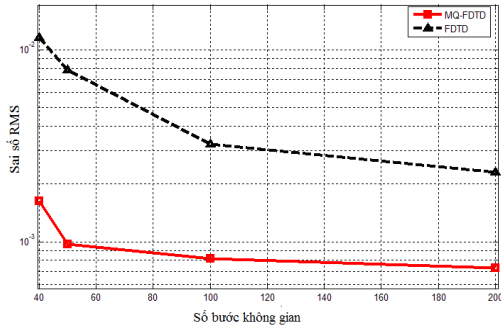
**Bảng 1.** So sánh sai số RMS giữa lời giải FDTD và RBF-FDTD của điện áp cảm ứng sét tại giữa đường dây

Phương pháp	$c^*$ theo biến $t$	$c^*$ theo biến $x$	Sai số RMS
MQ-FDTD	2,8591E-08	3,9915E+01	7,294485E-04
IMQ-FDTD	5,5416E-08	6,2731E+01	7,497511E-04
GA-FDTD	4,6911E-08	5,0908E+01	7,536582E-04
FDTD	-	-	2,300149E-03

Bảng 1. và Hình 3. cho thấy giá trị và đường cong sai số RMS của phương pháp FDTD truyền thống và RBF-FDTD. Ở đó, chúng ta có thể nhận thấy rằng sai số RMS của phương pháp FDTD hiển nhiên là không thay đổi theo  $c$ , nhưng sai số RMS của phương pháp RBF-FDTD giảm rất nhanh trong phạm vi bé của thông số hình dạng  $c$ . Kết quả này một lần nữa cho thấy rõ ràng hơn về độ chính xác của phương pháp RBF-FDTD so với phương pháp FDTD truyền thống trong việc mô phỏng điện áp cảm ứng sét trên đường dây phân phối.



**Hình 3.** So sánh sai số giữa phương pháp RBF-FDTD và FDTD của điện áp cảm ứng sét tại vị trí  $x=0m$ .

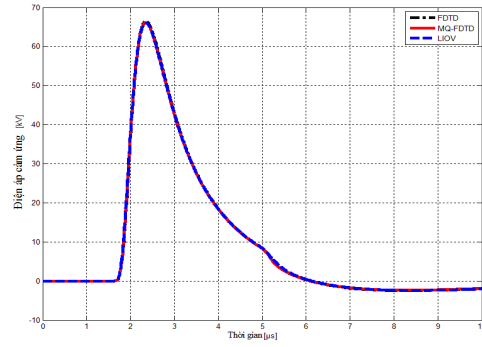


**Hình 4.** So sánh sai số giữa phương pháp RBF-FDTD và FDTD của điện áp cảm ứng sét tại giữa đường dây theo tổng số khoảng chia đường dây theo trục  $x$ .

Hình 4 cho thấy một sự so sánh sai số giữa phương pháp FDTD truyền thống và RBF-FDTD theo tổng số khoảng chia theo trục  $x$ . Từ kết quả so sánh này, chúng ta có thể thấy phương pháp RBF-FDTD luôn luôn cho kết quả chính xác hơn FDTD truyền thống ngay cả trong trường hợp số khoảng chia bé. Điều này rất hữu ích cho việc mô phỏng các bài toán thực tế lớn mà ở đó chúng ta không cần độ chính xác quá cao thì với phương pháp RBF-FDTD chúng ta chỉ cần độ chia nhỏ hơn rất nhiều so với FDTD nhưng vẫn đảm bảo độ chính xác cao. Điều này sẽ làm giảm chi phí thời gian tính toán.

**B. Vị trí đầu đường dây**

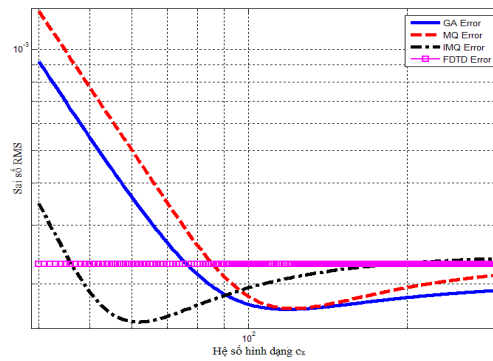
Kết quả mô phỏng điện áp cảm ứng tại vị trí đầu đường dây với  $x = 500m$  được trình bày trên Hình 5. So sánh sai số RMS giữa phương pháp FDTD truyền thống và RBF-FDTD cũng được trình bày trên Bảng 2. và Hình 6. Kết quả mô phỏng và so sánh sai số cho thấy rằng các giá trị mô phỏng điện áp cảm ứng sét, trong trường hợp khảo sát vị trí cuối đường dây hay gần cuối đường dây, sẽ tiến lại gần nhau hơn khi so sánh với vị trí giữa đường dây. Tuy nhiên, về mặt giá trị sai số thì chúng ta vẫn xác định được rằng lời giải RBF-FDTD luôn chính xác hơn FDTD.



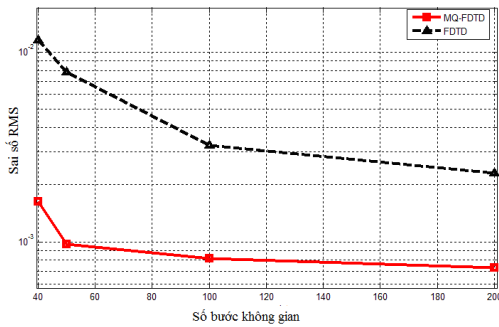
**Hình 5.** Điện áp cảm ứng sét trên đường dây đơn khi đất dẫn điện lý tưởng tại  $x = 500m$  được mô phỏng bằng LIOV, FDTD và RBF-FDTD.

**Bảng 2.** So sánh sai số RMS giữa lời giải FDTD và RBF-FDTD của điện áp cảm ứng sét tại đầu đường dây

Phương pháp	$c^*$ theo $t$	$c^*$ theo $x$	Sai số RMS
MQ-FDTD	8,6120E-12	6,1825E+01	1,543027E-04
IMQ-FDTD	5,0051E-01	1,2118E+02	1,692343E-04
GA-FDTD	8.952E-02	1,1483E+02	1,684759E-04
FDTD	-	-	2,292409E-04



**Hình 6.** So sánh sai số giữa RBF-FDTD và FDTD của điện áp cảm ứng sét tại  $x = 500m$ .



**Hình 7.** So sánh sai số giữa RBF-FDTD và FDTD của điện áp cảm ứng sét tại  $x = 500m$  theo tổng số khoảng chia đường dây theo trục  $x$ .

Tương tự như Hình 4., Hình 7. cũng cho thấy phương pháp RBF-FDTD luôn chính xác hơn phương pháp FDTD trên mọi khoảng chia, và như thế nó có ưu điểm rất lớn khi áp dụng cho các bài toán thực tế có kích thước lớn thông qua việc giữ được sai số trong phạm vi cho phép và giảm được thời gian mô phỏng đáng kể.

**3.2 Trường hợp 2: Đất dẫn điện hữu hạn**

Trong các nghiên cứu trước đây, các tác giả - [5]-[7] đã chỉ ra rằng thành phần tổn hao trên mặt đất do đất dẫn điện hữu hạn là phần quang trọng hơn, ảnh hưởng đến cả trường điện từ sét và điện áp cảm ứng sét lan truyền dọc đường dây. Trong bài viết này để đơn giản việc tính toán, tổn hao của mặt đất ảnh hưởng đến trường điện từ sẽ được xét đến cho điện trường ngang, trong khi đó điện trường dọc và từ trường vuông góc xem như không bị ảnh hưởng cho đường dây dài đến 5 km theo Baba – [9].

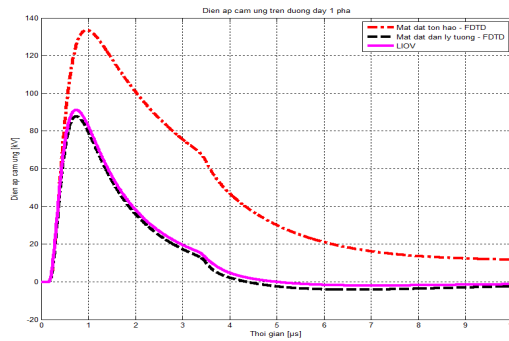
Phương trình kết nối điện từ của Agrawal sẽ được viết lại cho trường hợp mặt đất tổn hao như sau - [7], [13]

$$\frac{\partial V^s(x,t)}{\partial x} + L_0 \frac{\partial I(x,t)}{\partial t} + \int_0^t \xi'_g(t-\tau) \frac{\partial I(x,t)}{\partial \tau} d\tau = E'_s(x,h,t) \quad (10)$$

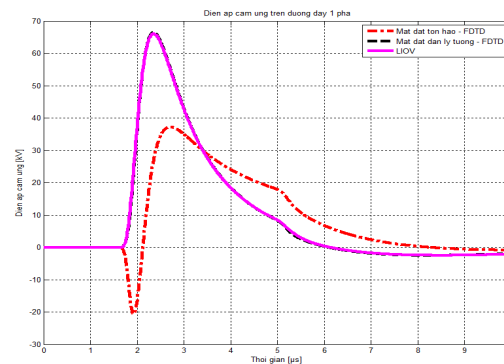
$$\frac{\partial I(x,t)}{\partial x} + C_0 \frac{\partial V^s(x,t)}{\partial t} = 0 \quad (11)$$

Ở đây:  $\xi'_g(t-\tau)$  là điện trở quá độ của đất

Trong phần trên, chúng tôi đã chứng minh rằng phương pháp RBF-FDTD luôn cho kết quả tốt hơn phương pháp FDTD truyền thống. Vì vậy, trong trường hợp này, chúng tôi cũng áp dụng phương pháp MQ RBF-FDTD kết hợp với việc sử dụng hệ số hình dạng tối ưu  $c$  để mô phỏng điện áp cảm ứng sét.



**Hình 8.** Điện áp cảm ứng sét trên đường dây đơn khi đất đất lý tưởng và tổn hao tại  $x = 0m$ .



**Hình 9.** Điện áp cảm ứng sét trên đường dây đơn khi đất lý tưởng và tổn hao tại  $x = 500m$ .

Kết quả mô phỏng tại giữa và đầu đường dây được trình bày trên Hình 8. - 9., cho thấy toàn bộ kết quả mô phỏng điện áp cảm ứng sét trên toàn chiều dài đường dây. Kết quả cho thấy rằng tại giữa đường dây nơi gần vị trí sét đánh điện áp cảm ứng sét sẽ tăng lên rất nhiều so với trường

hợp đất lý tưởng. Trái ngược lại, điện áp cảm ứng sét tại hai đầu đường dây sẽ giảm rất nhiều.

#### 4. KẾT LUẬN

Bài báo trình bày một áp dụng của phương pháp RBF-FDTD vào việc mô phỏng điện áp cảm ứng sét trên đường dây phân phối điện trên không trong cả hai trường hợp khảo sát đất lý tưởng và tổn hao. Bên cạnh đó, ảnh hưởng của vầng quan lên điện áp cảm ứng sét cũng được xem xét. Kết hợp phương pháp RBF-FDTD và giải thuật tìm thông số hình dạng  $c$  tối ưu, các kết quả mô phỏng đã cho thấy phương pháp RBF-FDTD luôn cho kết quả chính xác hơn phương pháp FDTD truyền

thông. Ngoài ra, phương pháp RBF-FDTD sẽ mang lại hiệu quả cao thông qua việc tiết kiệm thời gian mô phỏng hơn rất nhiều so với FDTD trong các bài toán thực tế lớn mà ở đó không đòi hỏi độ chính xác quá cao. Các kết quả nghiên cứu cũng đã cho thấy rằng phương pháp RBF-FDTD là có nhiều ưu điểm hơn phương pháp số truyền thông trong việc mô phỏng, tính toán các bài toán quá độ điện trong ngành kỹ thuật điện.

**Ghi nhận:** Nghiên cứu được tài trợ bởi Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh (ĐHQG-HCM) trong khuôn khổ Đề tài mã số C2014-20-10.

## The RBF-FDTD method for modeling the lightning-induced voltages on overhead distribution lines

- **Vu Pham Lan Anh**<sup>1</sup>
- **Huynh Ngoc Tron**<sup>2</sup>
- **Vu Nhu Phan Thien**<sup>1</sup>
- **Vu Phan Tu**<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Ho Chi Minh city University of Technology, VNU-HCM

<sup>2</sup> Tay Ninh power company.

<sup>3</sup> Vietnam National University Ho Chi Minh City (VNU-HCM)

#### ABSTRACT

*This paper presents an application of the Radial Basis Function – Based Finite Difference Time Domain Method (RBF-FDTD) such as MQ (Multiquadrics), IMQ (Inverse Multiquadrics) and GA (Gaussian) is developed in [1] for modeling the lightning-induced voltages on*

*overhead power lines in both cases of ideal ground and lossy ground. In addition, the influence of corona on the lightning-induced voltages has been considered as well. In order to increasing the accuracy of proposed method, the optimal algorithm of finding the shape*

parameter has been used. The accuracy, effectiveness and applicability of The MQ, IMQ and GA RBF-FDTD are evaluated through computing the lightning-induced voltages on 110kV overhead distribution lines. The solutions obtained by the RBF-FDTD are compared with

those of the traditional FDTD based on the basic solution of the LIOV. The obtained results demonstrate that the RBF-FDTD is always more accurate than the traditional FDTD, in particular with the optimal shape parameter.

**Keywords:** Overhead distribution lines, RBF-FDTD method, lightning induced voltages, corona.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Vu Pham Lan Anh, Le Quoc Viet, Vu Phan Tu, “Áp dụng phương pháp RBF-FD cho mô phỏng quá độ đường dây truyền tải”, *Tạp chí Phát triển Khoa học và Công nghệ, ĐHQG-HCM*, Tập 19 – Số K2-2016
- [2]. V. Bayona, M. Moscoso, M. Carretero, M. Kindelan, “RBF-FD formulas and convergence properties”, *J. Comput. Phys.* 229 (2010) 8281-8285.
- [3]. V. Bayona, M. Moscoso, M. Kindelan, “Optimal constant shape parameter for multiquadric based RBF-FD method”, *J. Comput. Phys.* 230 (2011) 7384-7399.
- [4]. A. K. Agrawal, H. J. Price, and S. Gurbaxani, “Transient response of a multiconductor transmission line excited by a nonuniform electromagnetic field,” *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. EMC-22, pp. 119-129, May 1980.
- [5]. C.A Nucci, F. Rachidi, M. Ianoz and C. Mazzeti, “Lightning-Induced Voltages on Overhead Lines,” *IEEE Trans. on EMC*, vol. 35, No.3, pp. 404-407, 1993.
- [6]. F. Rachidi, C.A Nucci, M. Ianoz and C. Mazzeti, “ Response of Multiconductor Power Lines to nearly Lightning Return Stroke Electromagnetic Fields ,” *IEEE Trans. Power delivery*, vol. 12, No. 3, pp. 1404-1411, July 1997.
- [7]. M. Paolone, C.A Nucci, F. Rachidi, “A New Finite Difference Time Domain Scheme for The Evaluation of Lightning Induced Overvoltages on Multiconductor Overhead Lines,” *International Conference on Power System Transient IPST’01*, Rio de Janeiro, June 2001.
- [8]. Giulio Antonini, Antonio Orlandi, “Lightning-Induced Effects on Lossy MTL Terminated on Arbitrary Loads: A Wavelet Approach,” *IEEE Trans. On EMC*, Vol. 42, No. 2, pp. 181-189, 2000.
- [9]. Y. Baba and V. A. Rakov, “Evaluation of lightning return stroke electromagnetic models”, *29th Int. Conf. Lightning Protection*, Uppsala, Sweden, pp.1a-1-1-8, 2008.
- [10].Amedeo Andreotti, Antonio Pierno, and Vladimir A. Rakov, “A New Tool for Calculation of Lightning-Induced Voltages in Power Systems—Part I: Development of Circuit Model,” *IEEE Trans. Power delivery*, vol. 30, No. 1, pp. 326-333, Feb 2015.
- [11].Amedeo Andreotti, Antonio Pierno, and Vladimir A. Rakov, “A New Tool for Calculation of Lightning-Induced Voltages in Power Systems— Part II: Validation Study,” *IEEE Trans. Power delivery*, vol. 30, No. 1, pp. 334-341, Feb 2015.



- [12]. Qilin Zhang, Xiao Tang, Wenhao Hou, and Liang Zhang, "3-D FDTD Simulation of the Lightning-Induced Waves on Overhead Lines Considering the Vertically Stratified Ground," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 57, No. 5, pp. 1112-1122, Oct 2015.
- [13]. Carlo Alberto Nucci, Silva Guerrieri, M. Teresa Correia de Barros, and Farhad Rachidi, "Influence of Corona on the Voltages Induced by Nearby Lightning on Overhead Distribution Lines," *IEEE Trans. Power delivery*, vol. 15, pp. 1265-1273, Oct 2000.
- [14]. G. Dragan, G. Florea, C.A. Nucci, M. Paolone, "On the Influence of Corona on Lightning-Induced Voltages," 30th *International Conference on Lightning Protection - ICLP 2010*.