

# Tính toán dị thường độ cao từ hệ số điều hòa ở độ và bậc nhất định trong dải sóng dài

• **Lương Bảo Bình**

Trường Đại học Bách Khoa, ĐHQG-HCM

(Bản thảo nhận ngày 28 tháng 06 năm 2016, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 10 tháng 08 năm 2016)

## TÓM TẮT

*Dị thường độ cao / cao độ geoid là một đại lượng cơ bản trong trắc địa, có thể đo trực tiếp (kết hợp GNSS và thủy chuẩn) hoặc tính từ các mô hình trọng lực. Bài báo giới thiệu chương trình GeoH tính toán dị thường độ cao sử dụng các hệ số điều hòa ở độ và bậc nhất định trong dải sóng dài. Phương pháp tính cũng như kết*

*quả tính toán được so sánh hợp lý với các giá trị sẵn có từ EGM96 cho thấy chương trình cho kết quả ở dải bước sóng dài là đáng tin cậy, có thể sử dụng trong bài toán loại bỏ thành phần bước sóng dài khi xây dựng mô hình quasi-geoid Việt Nam trong tương lai.*

**Từ khóa:** dị thường độ cao, quasi-geoid, mô hình trọng lực, EGM, hệ số điều hòa

## 1. GIỚI THIỆU

Dị thường độ cao có thể được “đo” trực tiếp thông qua đo độ cao chuẩn (bằng dẫn thủy chuẩn) và độ cao trắc địa (bằng GNSS). Tuy nhiên, ứng dụng thực tế thường là ở chiều ngược lại: xác định độ cao chuẩn từ độ cao trắc địa và dị thường độ cao. Khi đó, dị thường độ cao sẽ được tính từ mô hình quasi-geoid địa phương (quốc gia) hoặc từ các mô hình toàn cầu nếu quasi-geoid địa phương chưa sẵn có.

Các mô hình trọng lực toàn cầu thường cung cấp kết quả dưới hai dạng: một là trực tiếp các giá trị dị thường độ cao tại các điểm mắt lưới của một lưới đồng góc toàn cầu với độ phân giải nhất định, hai là các hệ số điều hòa cầu đến một độ và bậc nhất định để từ đó người dùng tự tính toán dị thường độ cao cho các vị trí mong

muốn (xem thêm mục 2). Hình 1 minh họa các cách thức để có thể lấy được giá trị dị thường độ cao / cao độ geoid từ một mô hình trọng lực:

- Sử dụng bộ giá trị dị thường độ cao được cung cấp trực tiếp từ mô hình. Khi đó, người sử dụng phải nội suy dị thường độ cao cho các vị trí mình mong muốn từ các vị trí được cung cấp tại các điểm mắt lưới. Đây là phương pháp đơn giản nhất, tuy nhiên người dùng sẽ bị ảnh hưởng bởi sai số nội suy (với khoảng cách từ điểm cần nội suy đến các điểm mắt lưới thường hàng chục cây số).

- Sử dụng bộ hệ số điều hòa cầu được cung cấp từ mô hình. Khi đó người sử dụng có thể tính giá trị dị thường độ cao cho chính xác

các vị trí mình mong muốn thông qua chương trình tính toán được cung cấp sẵn dưới dạng tập tin thực thi (.exe) mà người dùng không thể tùy chỉnh. Các chương trình này sẽ sử dụng toàn bộ các hệ số điều hòa đến độ và bậc cao nhất của mô hình đó.

Trong thực tế, một số ứng dụng quan trọng yêu cầu việc tính toán dị thường độ cao chỉ sử dụng một số hệ số điều hòa ở những độ và bậc nhất định, chẳng hạn như bài toán “remove – restore” thành phần bước sóng dài trong việc xây dựng quasi-geoid địa phương. Khi đó, người dùng phải tự viết chương trình để tự chọn dải bước sóng phù hợp, và đây cũng chính là mục tiêu của bài báo này.

## 2. TÍNH DỊ THƯỜNG ĐỘ CAO / CAO ĐỘ GEOID TỪ HỆ SỐ ĐIỀU HÒA

### 2.1 Cơ sở tính toán

Phần này trình bày cơ bản về cơ sở tính toán dị thường độ cao từ hệ số điều hòa theo [1] và [2].

Hàm thế của lực hấp dẫn được biểu diễn dưới dạng điều hòa cầu theo công thức (1)

$$V = \frac{GM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{n_{max}} \sum_{m=2}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n \bar{P}_{nm}(\sin\phi) \cdot \left( \bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda) \right) \right] \quad (1)$$

với r là khoảng cách đến tâm trái đất,

$\phi', \lambda$  là tọa độ địa tâm,

$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$  là hệ số điều hòa cầu chuẩn hóa độ n bậc m,

$\bar{P}_{nm}$  là hàm Legendre chuẩn hóa độ n bậc m.

Từ các hệ số điều hòa cầu chuẩn hóa, dị thường độ cao được xác định theo (2).

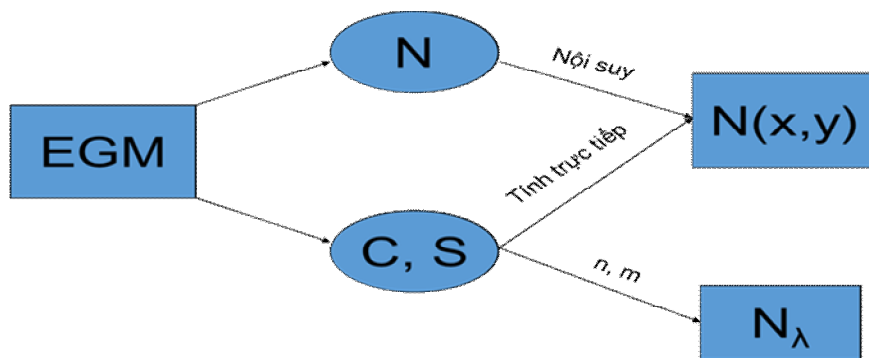
$$\zeta(\phi, \lambda, r) = \frac{GM}{r(\phi)r} \left[ \sum_{n=2}^{n_{max}} \sum_{m=2}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n \bar{P}_{nm}(\sin\phi) \cdot \left( \bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda) \right) \right] \quad (2)$$

Một lưu ý ở đây là trong công thức (2), các hệ số điều hòa bậc 0 có độ chẵn từ 2 đến 10 là sự chênh lệch giữa EGM96 động lực (các hệ số được cung cấp) và hình học (các hệ số trong bảng 1).

Dị thường độ cao nếu cần tính chuyển về cao độ geoid có thể theo công thức (3)

$$N(\phi, \lambda) = N_0 + \zeta(\phi, \lambda, r) + \frac{\Delta g_{BA}(\phi, \lambda)}{\gamma} H(\phi, \lambda) \quad (3)$$

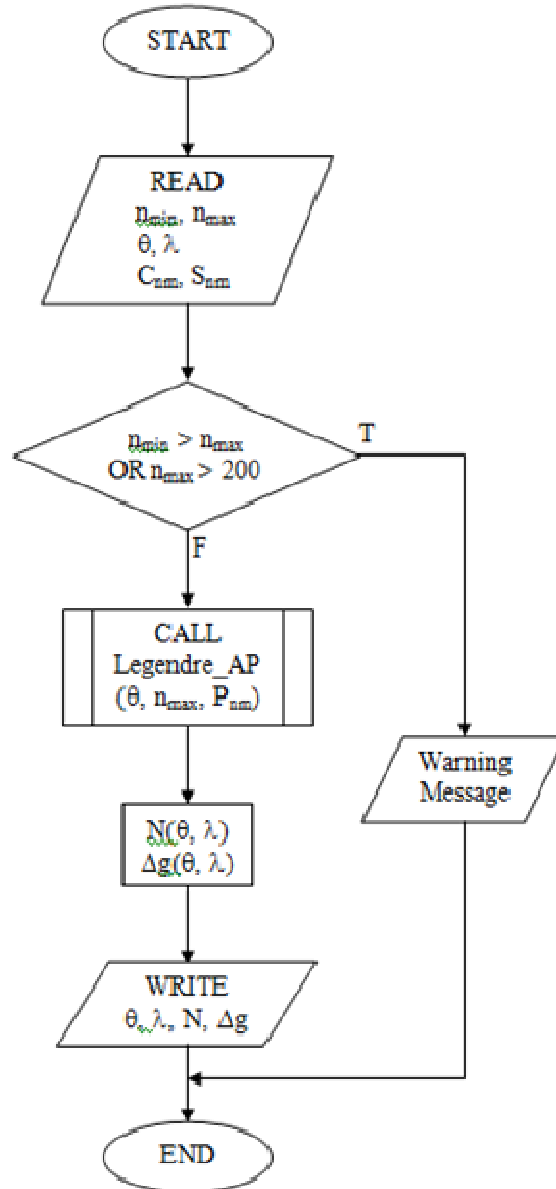
Với  $N_0 = -0,53m$  do sự chênh lệch của kích thước ellipsoid WGS84 so với giá trị phù hợp nhất hiện tại,  $\Delta g_{BA}$  là dị thường Bouguer.



Hình 1. Các cách lấy dị thường độ cao từ mô hình trọng lực toàn cầu

Bảng 1. Các hệ số hình học bậc 0 độ 2 đến 10

m=0, n=	Hệ số hình học	m=0, n=	Hệ số hình học
2	$-0,484166774985 \cdot 10^{-3}$	8	$0,346052468394 \cdot 10^{-11}$
4	$0,790303733511 \cdot 10^{-6}$	10	$-0,265002225747 \cdot 10^{-14}$
6	$-0,168724961151 \cdot 10^{-8}$		



Hình 2. Lưu đồ chương trình GeoH

## 2.2 Chương trình GeoH

Dựa trên cơ sở tính toán ở mục 2.1, chương trình GeoH đã được viết bằng ngôn ngữ Fortran 90 với mục đích tính dị thường độ cao và dị thường trọng lực free-air từ bộ tham số điều hòa. Điểm nổi bật nhất của chương trình là khả năng tính toán với một dải hệ số điều hòa ở độ và bậc tùy chọn trong khoảng từ 2 đến 200. Giới hạn  $n_{\max} = 200$  là do thách thức về mặt tính toán trực tiếp hàm Legendre ở độ và bậc cao. Với mục đích chính là tính toán ở dải bước sóng dài phục vụ cho bài toán “remove – restore” và các nghiên cứu chuyên sâu về trắc địa vật lý thì độ và bậc 200 là đủ cho việc tính toán cho mọi vùng lãnh thổ trên thế giới.

Để chạy chương trình, cần chuẩn bị các tập tin đầu vào và chứa trong cùng thư mục D:\GeoH, rồi chạy tập tin GeoH.exe.

Dữ liệu đầu vào cho chương trình gồm có:

- Tập tin định dạng ascii chứa bộ hệ số điều hòa chuẩn hóa (đã xóa tất cả các dòng header nếu có), đặt tên là EGM.txt.
- Tập tin định dạng ascii chứa tọa độ các điểm cần tính, đặt tên là thelam.txt. Tập tin này gồm 2 cột: cột 1 là độ dư vĩ ( $\theta = 90^\circ - \phi$ ), cột 2 là độ kinh ( $\lambda$ ), cả hai cột đều tính theo đơn vị độ.  $\theta$  sẽ chạy từ  $0^\circ$  đến  $180^\circ$  từ cực Bắc xuống cực Nam,  $\lambda$  chạy từ  $0^\circ$  đến  $360^\circ$  tính từ kinh tuyến Greenwich theo chiều Tây sang Đông trở về kinh tuyến Greenwich.
- Tập tin định dạng ascii đặt tên là Dn.txt chứa ba tham số cần khai báo là độ điều hòa thấp nhất  $n_{\min}$ , độ điều hòa cao nhất  $n_{\max}$ , và số lượng điểm cần tính. Ba tham số này nằm trên cùng một hàng và theo thứ tự từ trái sang phải.

Đầu ra của chương trình sẽ là một tập tin định dạng ascii có tên là output.txt lưu tại cùng thư mục D:\GeoH. Tập tin này chứa các cột số liệu: cột 1 là độ dư vĩ theo đơn vị độ, cột 2 là độ kinh theo đơn vị độ, cột 3 là dị thường độ cao theo đơn vị mét và cột 4 là dị thường trọng lực theo đơn vị mGal. Hình 2 minh họa lưu đồ của chương trình GeoH.

## 3. KIỂM TRA VÀ ĐÁNH GIÁ CHƯƠNG TRÌNH

Để kiểm tra tính đúng đắn và sự tin cậy của chương trình, việc so sánh kết quả tính toán của GeoH với một chương trình chính thống là cần thiết và rõ ràng. Tuy nhiên, các chương trình chính thống được cung cấp cùng với các mô hình EGM96 [3] và EGM2008 [4] tính toán sử dụng toàn bộ các hệ số điều hòa đến độ và bậc cao nhất của mô hình đó, tức  $n_{\max} = 360$  và 2190 một cách tương ứng, trong khi GeoH chỉ tính toán ở dải bước sóng dài ( $n_{\max} = 200$ ) nên việc so sánh trực tiếp là không thực sự hợp lý. Do đó, lô-gic của việc kiểm tra và đánh giá chương trình là như sau:

- Cốt lõi tính toán của chương trình là tính cho từng độ và bậc rồi lấy tổng. Do đó, tính đúng đắn của chương trình sẽ được minh chứng nếu mô hình geoid trong dải bước sóng từ độ  $n_1$  đến  $n_3$  giống với tổng của mô hình geoid trong dải bước sóng từ độ  $n_1$  đến  $n_2$  và từ độ  $(n_2 + 1)$  đến  $n_3$ , với  $n_1 < n_2 < n_3$ .
- Chọn giá trị tính toán từ một chương trình chính thống được tính đến độ và bậc tối đa của mô hình đó (không có sự lựa chọn nào khác) làm mốc tham chiếu để so sánh với các giá trị tính toán được từ GeoH đến các độ và bậc khác nhau tăng dần. Việc các giá trị này, theo độ và bậc tối đa tăng dần, tiến dần và hội tụ đến giá trị tham chiếu sẽ cho thấy sự tin cậy và chính xác của

chương trình. Mô hình tham chiếu được chọn là EGM96 với lý do  $n_{\max} = 360$  không quá cách xa dải bước sóng mà GeoH tính toán. Xin lưu ý là độ chênh lệch giữa giá trị tham chiếu và giá trị tính toán ở mỗi trường hợp không phản ánh trực tiếp sai số của trường hợp đó, vì hai giá trị không tính toán ở cùng  $n_{\max}$ . Nhưng chiều hướng giảm dần độ lệch khi  $n_{\max}$  tăng dần (đến gần  $n_{\max}$  tham chiếu 360) chính là dấu chỉ quan trọng cho sự tin cậy hợp lý của chương trình.

Một tập dữ liệu tọa độ điểm ( $\theta$ ,  $\lambda$ ) sẽ được tạo ra và dùng chung cho mọi tính toán kiểm tra. Tập điểm bao gồm 1800 điểm của một lưới toàn cầu đồng góc với bước nhảy 60, tức  $\theta = 3:6:177$  và  $\lambda = 3:6:357$ . Dị thường độ cao sẽ được tính toán cho lưới 1800 điểm sử dụng chương trình F477 (tính đến độ và bậc 360) của EGM96 và chương trình GeoH tính đến các độ và bậc khác nhau. Bộ hệ số điều hòa sử dụng chung là của mô hình EGM96.

Đầu tiên, sử dụng GeoH, dị thường độ cao được tính từ độ 2 đến 10 (hình 3, phía trên bên trái), rồi từ độ 11 đến 100 (hình 3, phía trên bên phải). Tổng của hai dải bước sóng này (hình 3, phía dưới bên trái) được so sánh với dị thường độ cao được tính từ độ 2 đến 100 (hình 3, phía dưới bên phải). Hình ảnh cho thấy dải bước sóng dài đã tạo nên diện mạo cơ bản của mô hình toàn cầu, trong khi dải tần số cao hơn giúp tăng độ chi tiết; và việc cộng hai dải bước sóng này với nhau cho hình ảnh trùng khớp với mô hình tính toán trực tiếp. Xin lưu ý là ở hình 3 (và tương tự cho các hình 4, 5 bên dưới), các con số ở hai trục tọa độ thể hiện thứ tự hàng cột lưới điểm đồng góc, tức hàng 1 ứng với tức  $\theta = 30$ , hàng 30 ứng với tức  $\theta = 1770$ , cột 1 ứng với tức  $\lambda = 30$ , cột 60 ứng với tức  $\lambda = 3570$ .

Tiếp theo, sử dụng GeoH tính dị thường độ cao cho nhiều trường hợp tương ứng với độ và bậc cao nhất khác nhau: 20, 50, 70, 100, 150, 200; rồi so sánh với trường hợp tham chiếu sử dụng chương trình F477 của EGM96 (tính với độ và bậc cao nhất 360) [5].

Hình 4 thể hiện độ lệch của sáu trường hợp này (so với trường hợp tham chiếu) theo thứ tự từ trái qua phải, từ trên xuống dưới. Bên cạnh đó, độ lệch quân phương  $\sigma_{n-1}$  (RMS) của 1800 vị trí trong mỗi trường hợp cũng được tính và thể hiện ở bảng 2.

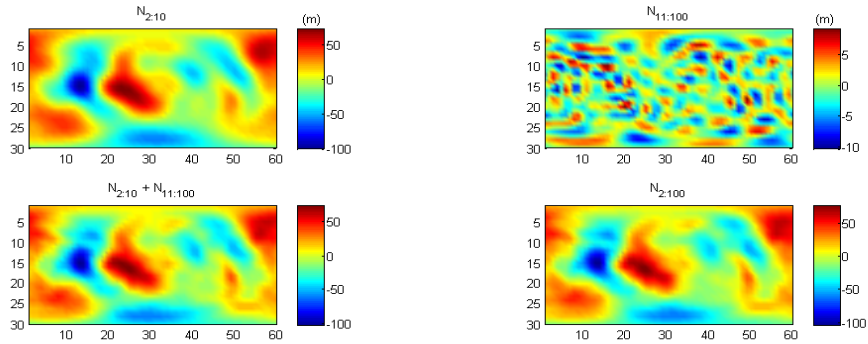
Có thể thấy rõ sự hội tụ của RMS của các trường hợp trên tương ứng với  $n_{\max}$  tăng dần, từ 4,6m (trường hợp  $n_{\max} = 10$ ) giảm xuống 2,5m ( $n_{\max} = 70$ ), rồi giảm xuống 1,5m ( $n_{\max} = 50$ ), 1,2m ( $n_{\max} = 70$ ), 0,9m ( $n_{\max} = 100$ ), 0,7m ( $n_{\max} = 150$ ), và 0,6m ( $n_{\max} = 200$ ). Điều này cho thấy sự hợp lý của kết quả tính toán cũng như chiều hướng hội tụ đến giá trị tham chiếu nếu  $n_{\max}$  tính toán tiến đến giá trị của  $n_{\max}$  tham chiếu (360). Hơn nữa, bản thân độ lớn của RMS ở mức độ dưới mét, trong khi độ chính xác của giá trị tham chiếu được công bố cũng ở mức độ 0,5-1m [2], cũng cho thấy sự khả tín của kết quả tính toán. Về mặt trực quan, hình 4 cũng cho thấy sự chênh lệch nhỏ dao động quanh 0 ở đa số nơi trên trái đất, trừ các khu vực núi cao (màu đỏ). Sự chênh lệch tăng lên ở các vùng có các dãy núi lớn là có thể lý giải, vì ở phiên bản hiện tại, GeoH khi tính toán bỏ qua phần cuối trong công thức (3) do không có dữ liệu độ cao số địa hình. Tuy nhiên, ảnh hưởng của phần này là rất nhỏ ngoại trừ ở vùng núi cao, và với khu vực Việt Nam thì việc bỏ qua là khả dĩ.

Cuối cùng, hình 5 sẽ cho một cái nhìn trực quan về dị thường độ cao toàn thế giới khi được tính tới  $n_{\max}$  khác nhau. Có thể thấy rõ rằng các hình đều có thành phần cơ bản (ở bước sóng dài) giống nhau,  $n_{\max}$  càng tăng, độ chi tiết

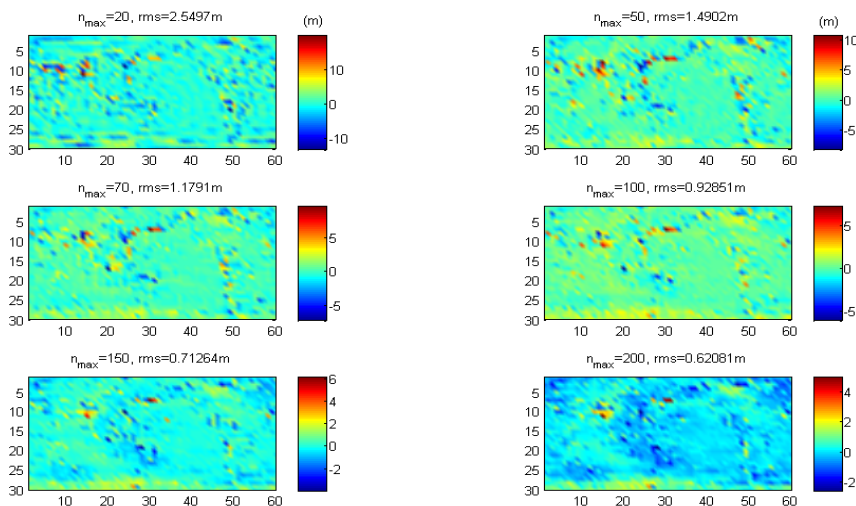
tăng dần; và hầu như không có sự khác biệt giữa hai hình cuối, tức giữa dị thường độ cao tính bằng GeoH tới  $n_{max} = 200$  và tính bằng F477 tới  $n_{max} = 360$ .

Tóm lại, thông qua việc kiểm tra kết quả tính toán của GeoH và việc so sánh hợp lý với

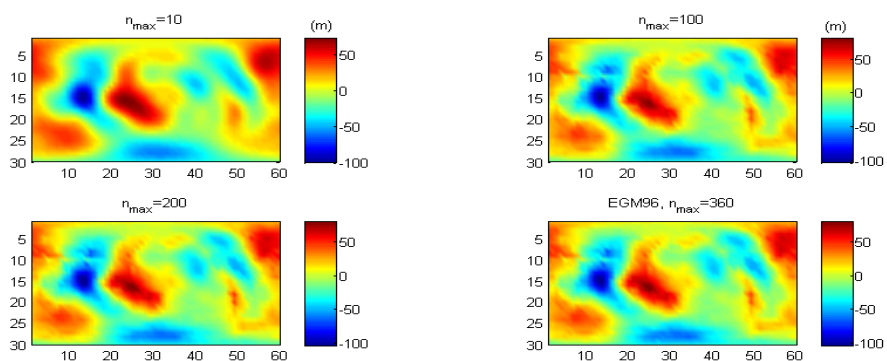
kết quả chính thức của mô hình EGM96, bài báo cho thấy kết quả của chương trình GeoH là tin cậy và đúng đắn trong việc tính toán dị thường độ cao với độ và bậc tùy chọn ở dải bước sóng dài (với khuyến nghị là  $n_{max} = 200$  cho phiên bản đầu tiên này).



**Hình 3.** Dị thường độ cao tính theo các dải bước sóng khác nhau:  $n=2:10$  (trên bên trái),  $n=11:100$  (trên bên phải), tổng của hai dải bước sóng trên (dưới bên trái), và  $n=2:100$  (dưới bên phải)



**Hình 4.** Sự chênh lệch giữa dị thường độ cao tính theo các trường hợp khác nhau và giá trị tham chiếu (từ trái qua phải, từ trên xuống dưới:  $n_{max} = 20, 50, 70, 100, 150, 200$ )



**Hình 5.** Dị thường độ cao tính đến độ và bậc khác nhau (từ trái qua phải, từ trên xuống dưới):  $n_{max} = 10$ ,  $n_{max} = 100$ ,  $n_{max} = 200$  (tính bằng GeoH), và  $n_{max} = 360$  (tính bằng F477)

**Bảng 2.** Độ lệch quân phương (RMS) của dị thường độ cao của 1800 điểm tính theo các trường hợp khác nhau và giá trị tham chiếu

$n_{max}$	10	20	50	70	100	150	200
RMS (m)	4,6	2,5	1,5	1,2	0,9	0,7	0,6

#### 4. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày cơ sở tính toán và giới thiệu chương trình GeoH dùng để tính toán dị thường độ cao / cao độ geoid từ hệ số điều hòa cầu trong một dải bước sóng nhất định tùy chọn. Việc kiểm tra và đánh giá chương trình dựa trên so sánh đối chiếu một cách hợp lý với kết quả chính thức của mô hình EGM96 cho thấy dị thường độ cao đến độ và bậc 200 tính được từ GeoH chỉ sai lệch so với dị thường độ cao đến

độ và bậc 360 của mô hình EGM96 là khoảng 0,5m (rms), trong khi bản thân các giá trị chính thức của EGM96 có độ chính xác khoảng 0,5 đến 1m. Điều này cho thấy chương trình GeoH là đáng tin cậy và khả dụng trong việc xác định dị thường độ cao ở dải bước sóng dài (đến  $n_{max} = 200$ ) mà ứng dụng rõ nhất là trong bài toán xây dựng quasi-geoid / geoid quốc gia.

# Computing height anomalies using spherical harmonic coefficients at certain degrees and orders in long-wavelength components

• **Luong Bao-Binh**

Ho Chi Minh city University of Technology, VNU-HCM, Vietnam

## ABSTRACT

*Height anomaly / geoid undulation) is a basic quantity in geodesy. It can be directly measured from GPS and leveling or computed from gravitational models. This paper introduces program GeoH to compute height anomalies using spherical harmonic coefficients at certain degrees and orders in long-*

*wavelength components. By reasonably comparing with official values of EGM96, the reliability of results from GeoH is proved for the long-wavelength components, and then can be applied in the “remove-restore” technique for determining Vietnamese quasi-geoid in near future.*

**Keywords:** height anomaly, quasi-geoid, gravitational model, EGM, harmonic coefficients.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Hofmann-Wellenhof, Moritz, *Physical Geodesy*. Springer, Wien (2005).
- [2]. NIMA, *Department of Defense World Geodetic System*. Technical report 8350.2, USA (2000).
- [3]. Lemoine et al., *EGM96 The NASA GSFC and NIMA Joint Geopotential Model*. NASA Technical Memorandum, USA (1997).
- [4]. Pavlis et al., *The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)*. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 117 (2012).
- [5]. NGA/NASA, the last visit on May 2016, link: <http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm96/egm96.html>