

## ĐÁNH GIÁ HIỆU QUẢ CỦA HỆ CẨN MA SÁT BIẾN THIỀN VỚI CÔNG TRÌNH CHỊU TẢI TRỌNG ĐỘNG ĐẤT

Phạm Nhân Hòa<sup>(1)</sup>, Chu Quốc Thắng<sup>(2)</sup>

(1)Chương trình EMMC,(2)Trường Đại học Quốc Tế, ĐHQG-HCM

(Bài nhận ngày 10 tháng 01 năm 2007, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 05 tháng 05 năm 2008)

**TÓM TẮT:** Sự bổ sung của hệ cản ma sát biến thiên (VFD-Variable Friction Damper) đối với sự giảm dao động cho công trình chịu tải trọng động đất thường đòi hỏi thuật toán điều khiển bán chủ động thật hiệu quả. Chính vì vậy, bài báo đưa ra thuật toán để điều khiển hệ cản ma sát biến thiên trong mô hình không gian trạng thái, thuật toán này đề cập đến việc xác định lực ma sát biến thiên thông qua lực kẹp biến thiên. Các ví dụ so sánh sự hiệu quả giữa hệ cản ma sát được điều khiển bị động và hệ cản ma sát biến thiên được điều khiển bán chủ động được đưa ra trong phần ví dụ số, các kết luận sơ bộ về các ưu và khuyết điểm của việc sử dụng hệ cản ma sát biến thiên cũng được đưa ra ở cuối bài báo.

### 1. GIỚI THIỆU

Do ưu điểm nổi bậc của hệ cản được điều khiển bán chủ động là sự hiệu quả giảm đáp ứng lớn hơn nhiều so với hệ cản bị động và cần năng lượng cung cấp cho các thiết bị điều khiển là ít hơn so với điều khiển chủ động, nên điều khiển bán chủ động được sử dụng rộng rãi hơn. Hơn nữa, thuật toán dùng để điều khiển chủ động cũng là thuật toán dùng trong điều khiển bán chủ động, thuật toán điều khiển chủ động chỉ dùng lại trong việc xác định trực tiếp lực điều khiển kết cấu ( $u$ ), trong khi đó, đối với điều khiển bán chủ động, ngoài việc xác định  $u$  thì ta còn phải tìm ra mối quan hệ giữa lực điều khiển và yếu tố gây ra lực điều khiển. Do vậy, vấn đề đáng quan tâm còn lại trong các bài toán điều khiển bán chủ động là tìm ra thuật toán điều khiển hệ cản để kết cấu cho kết quả về độ giảm đáp ứng theo mong muốn.

### 2. ĐẶC ĐIỂM CỦA KẾT CẤU ĐƯỢC TRANG BỊ HỆ CẨN MA SÁT BIẾN THIỀN:

Xét kết cấu nhiều tầng được trang bị hệ cản ma sát biến thiên (hệ cản VFD) (Hình 1).

Các ký hiệu:  $\mu_i, N_i$  và  $x_i(t)$  lần lượt là khối lượng, độ cứng và chuyển vị so với đất nền của tầng thứ  $i$ .  $k_{b,i}$  là độ cứng của hệ giằng.

$N_i(t)$  là lực pháp tuyến (normal force) hay còn gọi là lực kẹp (clamping force) biến thiên theo thời gian của hệ cản VFD. Đối với kết cấu được điều khiển bị động thì lực kẹp là hằng số, còn trong điều khiển bán chủ động giá trị này là thay đổi được. Hệ cản ma sát biến thiên đang được dùng hiện nay là hệ cản ma sát bằng vật liệu áp điện (piezoelectricity friction damper). Lực pháp tuyến của hệ cản ma sát được điều khiển bằng hiệu điện thế cung vào vật liệu theo quan hệ sau [1]:

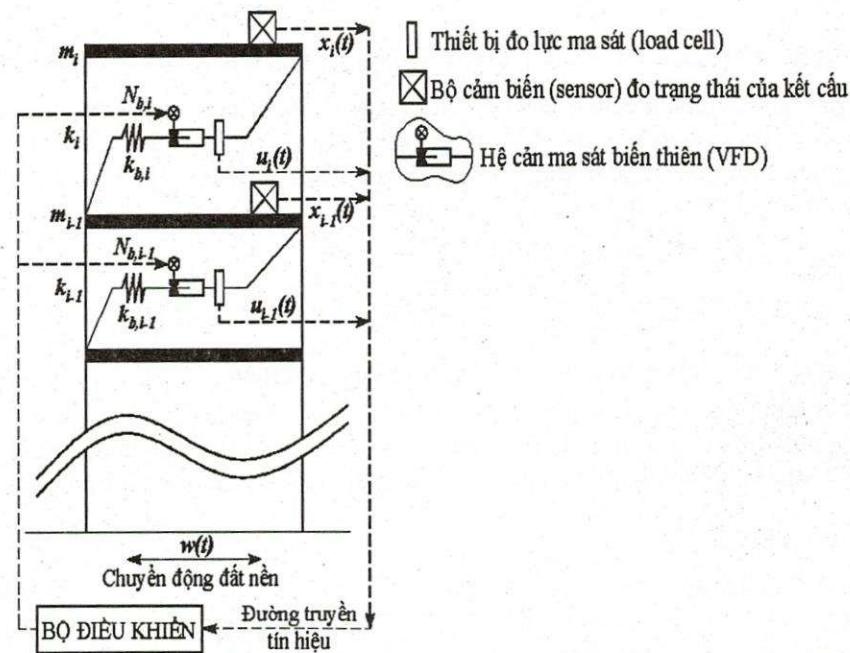
$$N(t) = N_{pre} + \frac{4EAd_{33}V(t)}{h} \quad (1)$$

trong đó:  $N_{pre}$  là lực ma sát được đặt trước trong hệ cản ma sát;  $E$  = mô đun đàn hồi Young của vật liệu áp điện;  $A$  = diện tích mặt cắt ngang của lớp vật liệu;  $h$  = bề dày mỗi lớp vật liệu áp điện;  $d_{33}$  = hệ số biến dạng của lớp vật liệu áp điện;  $V(t)$  = điện thế cung cấp vào vật liệu áp điện để gây ra biến dạng.

Khi kết cấu chịu động đất, phương trình chuyển động của kết cấu được mô tả trong không gian véctơ trạng thái như sau [2]:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{z}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{E} \cdot \mathbf{w}(t) \quad (2)$$

trong đó:  $\mathbf{z}(t)$ : diễn tả trạng thái của kết cấu bao gồm chuyển vị tương đối và vận tốc tương đối của các tầng so với đất nền;  $\mathbf{u}(t)$ : vector lực điều khiển được sinh ra bởi hệ cản ma sát biến thiên;  $\mathbf{w}(t)$ : vector gia tốc nền của trận động đất;  $\mathbf{A}$ : ma trận xác định đặc trưng của kết cấu bao gồm các ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận độ cứng của kết cấu;  $\mathbf{B}$  và  $\mathbf{E}$ : ma trận phân bố lực điều khiển và gia tốc nền.



Hình 1.Sơ đồ kết cấu được trang bị hệ cản ma sát biến thiên và hệ thống điều khiển [5].

### 3. XÁC ĐỊNH LUẬT ĐIỀU KHIỂN TRONG MÔ HÌNH ĐIỀU KHIỂN BẢN CHỦ ĐỘNG:

Vectơ lực pháp tuyến  $\mathbf{N}$  được tìm theo công thức sau:

$$N_i(t) = \text{sgn}[\hat{u}_i(t)] \frac{\hat{u}_i}{\mu_i} \quad (3)$$

$$\text{với: } \hat{\mathbf{u}}(t) = \hat{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{z}(t) \quad (4)$$

trong đó,  $\hat{\mathbf{u}}$  và  $\hat{\mathbf{F}}$  lần lượt là vector lực điều khiển và ma trận chứa thuật toán điều khiển kết cấu.  $(\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{r \times 1}, \hat{\mathbf{F}} \in \mathbb{R}^{r \times q})$  với r là tổng số lực điều khiển và q là tổng số bộ cảm biến được sử dụng cho việc điều khiển. Dấu “ $\hat{\phantom{x}}$ ” là dùng để chỉ đến sự điều khiển chủ động, ký hiệu  $\mathbb{R}^{a \times b}$  là một ma trận chứa toàn bộ là số thực và có a hàng và b cột.  $\mathbf{C}$  là ma trận chỉ ra vị trí của các bộ cảm ứng  $(\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{q \times 2n})$ .

Từ (4), nếu ta thiết lập được ma trận chứa thuật toán điều khiển  $\hat{F}$  thì vấn đề của bài toán xem như được giải quyết.  $\hat{F}$  có thể là luật điều khiển tổng quát bất kỳ của hệ điều khiển bán chủ động. Trong bài báo này,  $\hat{F}$  được xác định theo mô hình điều khiển sử dụng trực tiếp dữ liệu đầu ra như sau [4] :

$$\hat{F} = \mathbf{B}_2^{-1} \left[ \Phi_{2c} \cdot \text{diag}(\lambda_i)_c - \mathbf{A}_2 \cdot \Phi_c \right] \cdot (\mathbf{C} \cdot \Phi_c)^{-1} \quad (5)$$

trong đó:  $\text{diag}(\lambda_i)_c$  và  $\Phi_c$  là ma trận đường chéo chứa trị riêng và vectơ riêng, chữ “c” trong công thức để chỉ ra các đại lượng này là của điều khiển;  $\mathbf{A}_2 \in \mathbb{R}^{r \times 2n}$ ,  $\mathbf{B}_2 \in \mathbb{R}^{r \times r}$  và  $\Phi_{2c} \in \mathbb{R}^{r \times q}$  là phần dưới của ma trận  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  và  $\Phi_c$  liên quan đến lực điều khiển.

#### 4. TÌM ĐÁP ÚNG CỦA KẾT CẤU ĐƯỢC TRANG BỊ HỆ CÂN MA SÁT BIẾN THIÊN

Xét phương trình chuyển động của kết cấu trong không gian trạng thái (2), nếu phương trình được rời rạc hóa trong miền thời gian sao cho các lực tác động và lực điều khiển là hằng số trong mỗi bước thời gian thì đáp ứng của hệ trong bước thời gian tiếp theo sẽ phụ thuộc vào bước thời gian trước đó như sau [2]:

$$\mathbf{z}[k+1] = \mathbf{A}_d \cdot \mathbf{z}[k] + \mathbf{B}_d \cdot \mathbf{u}[k] + \mathbf{E}_d \cdot \mathbf{w}[k] \quad (6)$$

$$\text{trong đó: } \mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A} \cdot \Delta t}; \quad \mathbf{B}_d = \mathbf{A}^{-1} (e^{\mathbf{A} \cdot \Delta t} - \mathbf{I}) \mathbf{B}; \quad \mathbf{E}_d = \mathbf{A}^{-1} (e^{\mathbf{A} \cdot \Delta t} - \mathbf{I}) \mathbf{E};$$

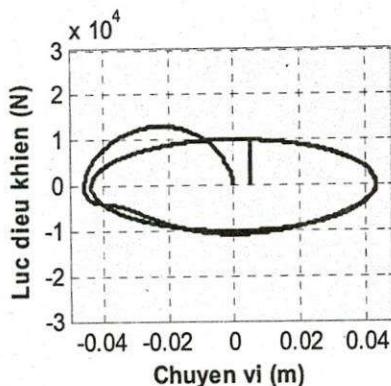
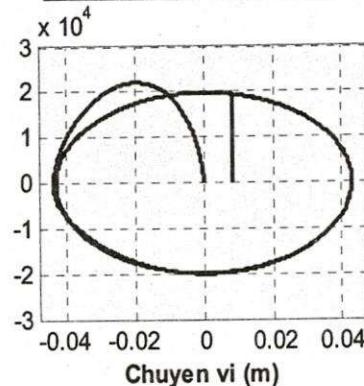
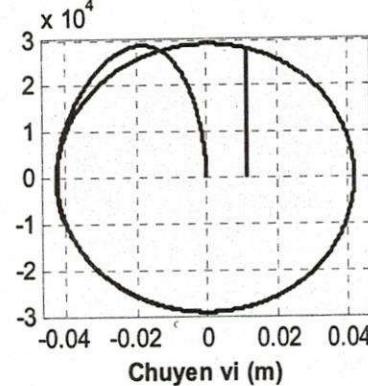
$t = k \cdot \Delta t$ ,  $k$  là bước thời gian thứ  $k$ ,  $\Delta t$  là mỗi bước thời gian.

$\mathbf{u}$  được xác định bằng phương pháp “hiệu chỉnh lực cân bằng” [3], tức là, ở mỗi bước thời gian, ta giả sử các VFD đều ở trạng thái “dính” rồi sau đó dần dần hiệu chỉnh trạng thái và lực ma sát của mỗi VFD cho đến khi tất cả đều thỏa mãn điều kiện giả thiết về trạng thái.

#### 5. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

##### 5.1. Hệ một bậc tự do:

Số liệu về đặc trưng kết cấu:  $k = 29.991(kN/cm)$ ,  $m = 5000kg$ ,  $c = 0.1225(kN.s/cm)$  (lấy  $\xi = 5\%$ ), độ cứng của hệ giằng chứa VFD:  $k_b = 3.k = 89.974(kN/cm)$ , tham số điều khiển  $\zeta$  được lấy lần lượt: 0.15; 0.30; 0.4. Tần số góc điều khiển trong công thức (11) được lấy bằng tần số góc riêng của kết cấu:  $\omega = \sqrt{k/m} = 24.491(rad/s)$ . Các điều kiện ban đầu của kết cấu:  $x(0) = \dot{x}(0) = 0$ . Tải động đất:  $w(t) = 0.5g \sin(2\pi t)(m/s^2, s)$  với  $g = 9.81(m/s^2)$ . Thời gian phân tích là 5s và bước thời gian là  $\Delta t = 0.001s$ .

*Chu trình trễ của VFD:*Hình 2.  $\zeta = 0.15$ Hình 3.  $\zeta = 0.30$ Hình 4.  $\zeta = 0.45$ 

**Nhận xét:** Năng lượng tiêu tán trong 1 chu kỳ của VFD bằng diện tích của hình tròn trên. Khi  $\zeta$  được chọn càng lớn thì diện tích của chu trình trễ càng lớn, do đó VFD tiêu tán càng năng lượng nhiều. Ý nghĩa của tham số điều khiển  $\zeta$  cũng giống như hệ số cản trong thông số về động lực học của kết cấu ( $\zeta$  càng lớn thì dao động tắt càng nhanh hay nói cách khác là vật liệu tiêu tán năng lượng càng nhiều).

**5.2. Hệ nhiều bậc tự do**

Xét kết cấu khung 3 tầng của tòa nhà mẫu [7]. Các đặc điểm động lực học của kết cấu được xác định theo mô hình sàn tuyệt đối cứng (shear building):

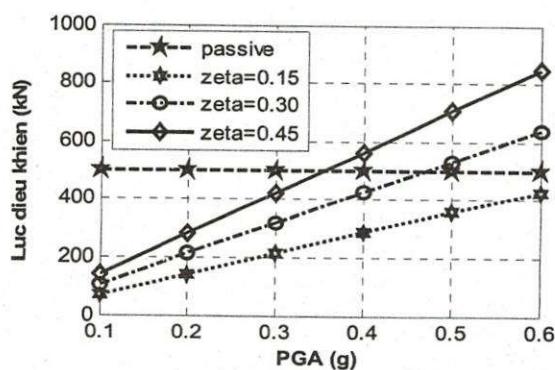
$$\text{Các ma trận khối lượng, cản và độ cứng: } \mathbf{M}_s = \begin{bmatrix} 4.78 & 0 & 0 \\ 0 & 4.78 & 0 \\ 0 & 0 & 5.18 \end{bmatrix} \times 10^5 \quad (\text{kg})$$

$$\mathbf{D}_s = \begin{bmatrix} 8.6979 & -2.8402 & 0 \\ -2.8402 & 4.3796 & -1.5394 \\ 0 & -1.5394 & 1.5394 \end{bmatrix} \times 10^5 \left( \frac{\text{N.s}}{\text{m}} \right);$$

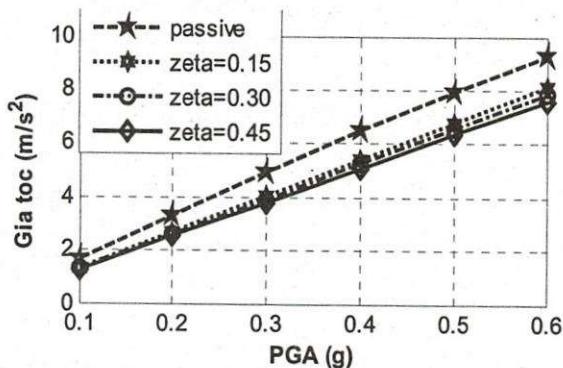
$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} 2786 & -1393 & 0 \\ -1393 & 2786 & -1393 \\ 0 & -1393 & 1393 \end{bmatrix} \times 10^5 \quad \left( \frac{\text{N}}{\text{m}} \right)$$

Để đánh giá ảnh hưởng của hệ cản VFD đến sự giảm chấn cho công trình, trận động đất ElCentro được thay đổi độ lớn gia tốc nền từ  $PGA = 0.1g$  đến  $PGA = 0.6g$  ( $PGA$ : gia tốc đỉnh) và so sánh sự thay đổi tham số  $\zeta$  đến sự điều khiển kết cấu, VFD chỉ đặt ở tầng I. Tầng I yếu tố gia tốc và lực điều khiển là quan trọng, tầng 3 yếu tố chuyển vị và gia tốc là quan trọng. Lực điều khiển trong trường hợp điều khiển bị động được lấy theo tham số

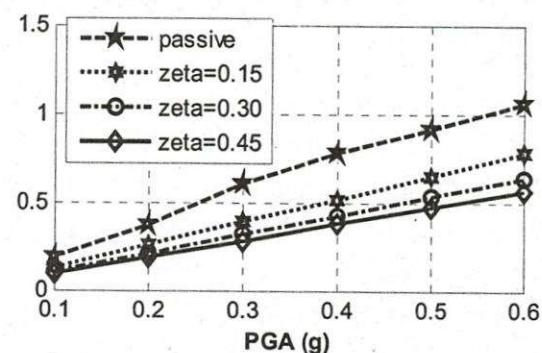
$$r = \frac{\mu N_0}{W} = 0.1 \text{ hay } u = 500\text{kN} \quad (W: \text{trọng lượng tầng I}).$$



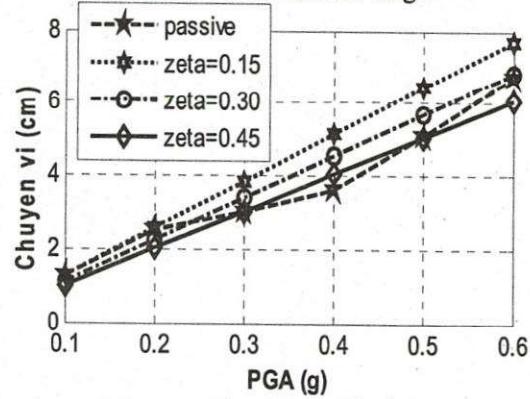
Hình 5.Lực điều khiển lớn nhất



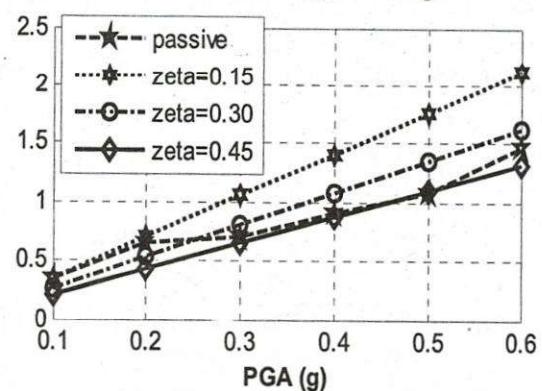
Hình 6.Gia tốc lớn nhất tầng I



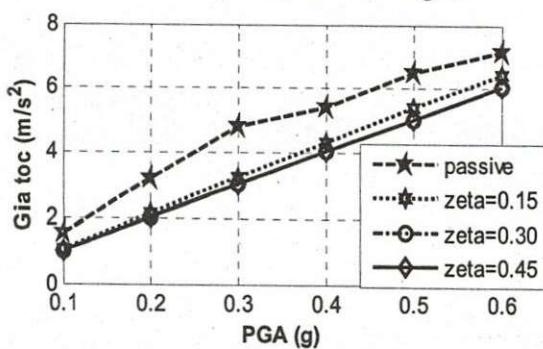
Hình 7.Gia tốc trung bình tầng I



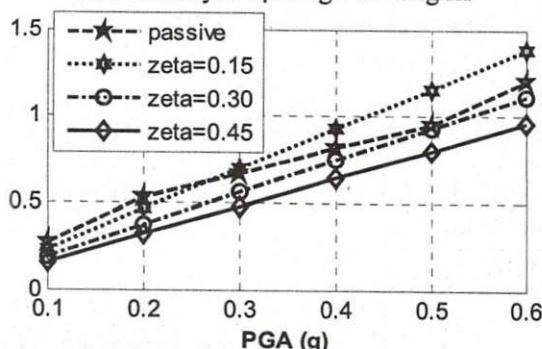
Hình 8.Chuyển vị lớn nhất tầng III



Hình 9.Chuyển vị trung bình tầng III



Hình 10.Gia tốc lớn nhất tầng III



Hình 11.Gia tốc trung bình tầng III

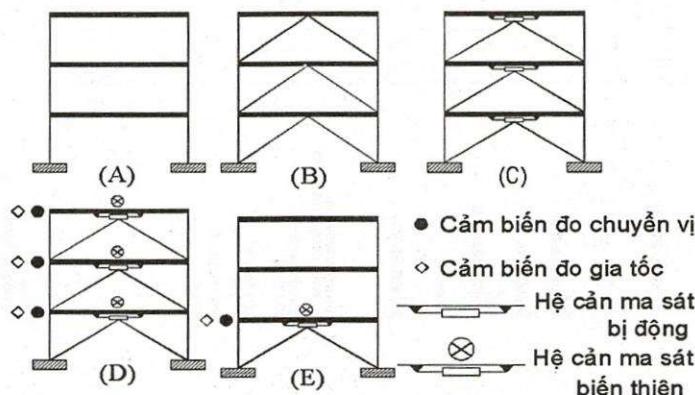
**Nhận xét:**

Điều khiển bị động luôn cho đáp ứng về gia tốc (trung bình và lớn nhất) lớn hơn điều khiển bán chủ động (semi-active) (hay hiệu quả giảm chấn kém hơn) (Hình 6 → Hình 11) ngay khi cả lực ma sát của FD được điều khiển bằng bị động nhỏ hơn lực ma sát của VFD được điều khiển bằng bán chủ động. Đây là nhược điểm chính của hệ cản ma sát được điều khiển bằng bị động và nhược điểm này đã được VFD khắc phục.

Sự phụ thuộc đáp ứng của kết cấu sử dụng VFD về chuyển vị hay gia tốc (lớn nhất và trung bình) vào PGA là tuyến tính. Hơn nữa,  $\zeta$  càng lớn thì mức độ giảm chấn càng tăng (điều này cũng đã được chứng minh bằng chu trình trễ của VFD ở phần trên).

Để đánh giá đầy đủ hơn mức độ hiệu quả của VFD, ta cần xét kết cấu được thiết kế ở nhiều dạng khác nhau như sau:

- (A) Khung không giằng và không có thiết bị tiêu tán năng lượng.
- (B) Khung có giằng nhưng không có thiết bị tiêu tán năng lượng.
- (C) Khung với 3 hệ cản ma sát được điều khiển bị động.
- (D) Khung với 3 hệ cản ma sát biến thiên được điều khiển bán chủ động.
- (E) Khung với 1 hệ cản ma sát biến thiên được điều khiển bán chủ động.



Hình 12. Các dạng khác nhau của kết cấu có hoặc không có hệ cản ma sát

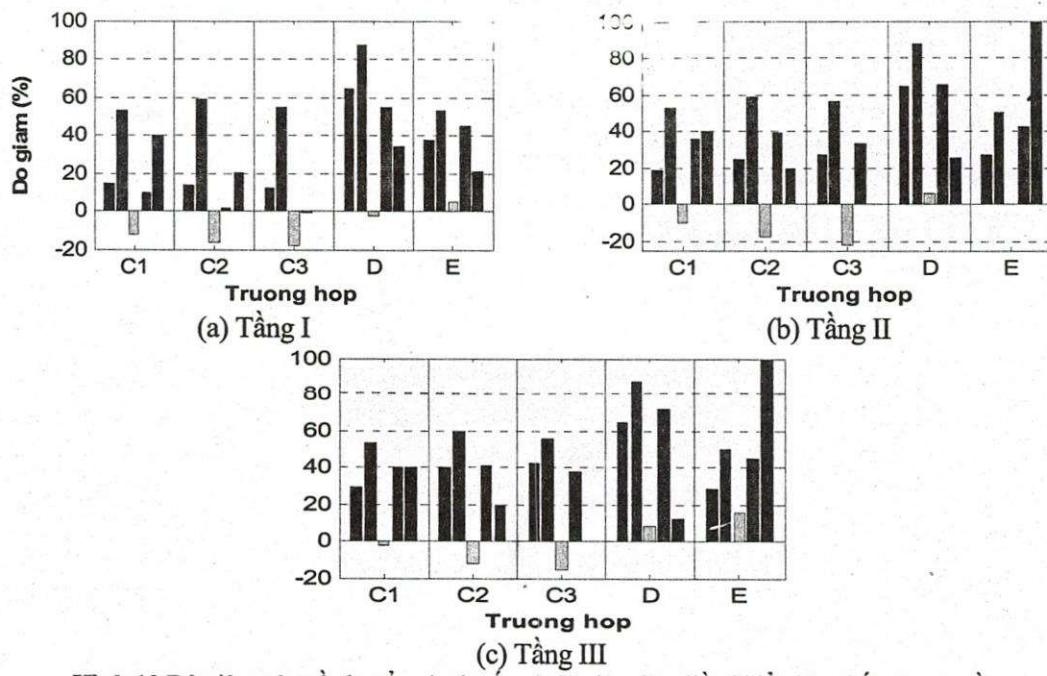
Tải trọng động đất ElCentro với PAG=0.348g được ta sử dụng để phân tích các trường hợp A, B, C, D và E (Hình 12), trường hợp D có 6 cảm biến để đo chuyển vị và gia tốc, trong khi đó trường hợp E chỉ cần 2 cảm biến để đo chuyển vị và gia tốc. Độ cứng của hệ giằng trong trường hợp B được lấy  $= \frac{k_i}{3} = 432(kN/cm)$ , độ cứng này cũng là độ cứng của hệ giằng được sử dụng để giữ hệ cản ma sát trong trường hợp C. Trong trường hợp C, hệ cản ma sát được điều khiển bị động với tham số  $r$  thay đổi: 0.06; 0.08 ; 0.10 [6]. Còn trường hợp D và E được điều khiển với tham số  $\zeta = 0.3$

Số liệu đáp ứng của các trường hợp (A), (B), (C), (D) và (E)

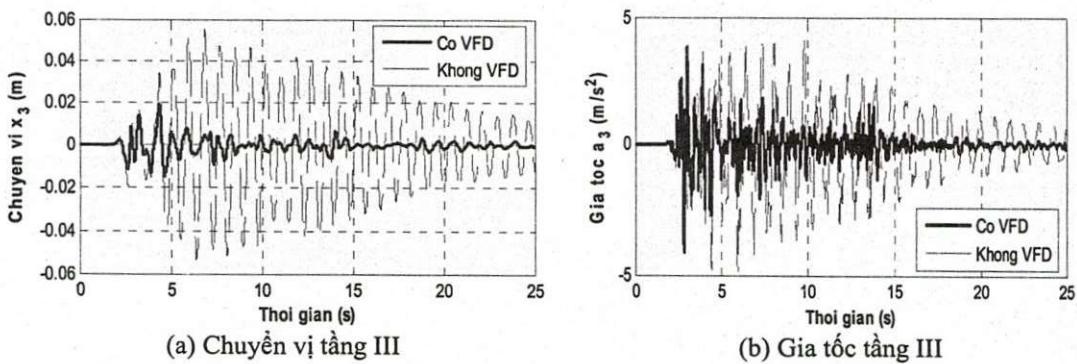
TH	Loại điều khiển	Số thiết bị điều khiển	Tham số điều khiển	Chuyển vị trung bình (cm)			Gia tốc trung bình ( $m/s^2$ )		
				Tầng 1	Tầng 2	Tầng 3	Tầng 1	Tầng 2	Tầng 3
A		—	—	0.8413	1.4998	1.8965	0.6785	0.9602	1.1699
B		3 hệ giằng	—	0.4814	0.8751	1.1100	0.6243	0.7588	0.9203
C <sub>1</sub>	Bị động	3 FD	$r = 0.06$	0.3953	0.7050	0.8878	0.6135	0.6183	0.7050
C <sub>2</sub>			$r = 0.08$	0.3459	0.6190	0.7733	0.6683	0.5815	0.6892
C <sub>3</sub>			$r = 0.10$	0.3817	0.6604	0.8369	0.6864	0.6435	0.7329
D	Bán chủ động	3 VFD	$\zeta = 0.30$	0.1097	0.1895	0.2476	0.3057	0.3321	0.3283
E	Bán chủ động	1 VFD	$\zeta = 0.30$	0.3976	0.7405	0.9451	0.3714	0.5501	0.6415

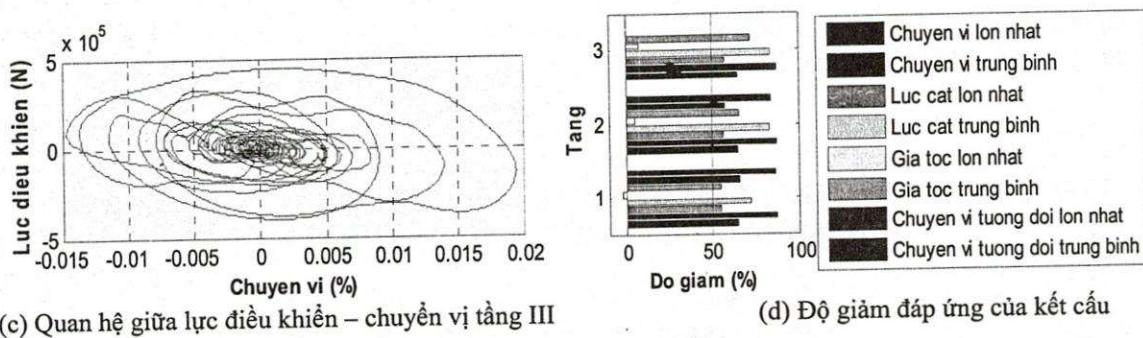
Chuyen vi lon nhat
Chuyen vi trung binh
Gia loc lon nhat
Gia loc trung binh
Luc dieu khien lon nhat

Trường hợp	Loại điều khiển	Số thiết bị điều khiển	Tham số điều khiển	Chuyển vị lớn nhất (cm)			Gia tốc lớn nhất ( $m/s^2$ )			Lực điều khiển lớn nhất (kN)		
				Tầng 1	Tầng 2	Tầng 3	Tầng 1	Tầng 2	Tầng 3	Tầng 1	Tầng 2	Tầng 3
A		-	-	2.5069	4.1965	5.5268	4.7944	3.5453	4.1489	-	-	-
B		3 hệ giằng	-	2.2064	3.5928	4.3614	5.4886	4.3153	5.2794	-	-	-
C <sub>1</sub>	Bị động	3 FD	$r = 0.06$	2.1345	3.4138	3.8947	5.3853	3.8987	4.2369	281.35	281.35	304.89
C <sub>2</sub>			$r = 0.08$	2.1675	3.1524	3.3377	5.5628	4.1695	4.6574	375.13	375.13	406.53
C <sub>3</sub>			$r = 0.10$	2.1914	3.0625	3.1894	5.6668	4.3256	4.8034	468.92	468.92	508.16
D	BCĐ	3 VFD	$\zeta = 0.30$	0.8862	1.4817	1.9436	4.9135	3.3438	3.8233	306.60	348.72	447.21
E		1 VFD	$\zeta = 0.30$	1.5655	3.0434	3.9511	4.5689	3.5564	3.5145	371.27	-	-



Hình 13. Độ giảm của về chuyển vị, gia tốc và độ giảm lực điều khiển lớn nhất của các tầng





Hình 14.Đáp ứng của kết cấu (trường hợp (D)) dưới tải động đất ElCentro

**Nhận xét:**

Ghi chú: độ giảm lực điều khiển lớn nhất được so sánh với lực điều khiển lớn nhất trong 5 trường hợp ( $C_{0.06}$ ,  $C_{0.08}$ ,  $C_{0.10}$ , D, E) là trường hợp  $C_{0.10}$ .

Các trường hợp  $C_{0.06}$ ,  $C_{0.08}$ ,  $C_{0.10}$  trong điều khiển bị động cho đáp ứng âm về gia tốc lớn nhất (tức là làm tăng gia tốc lớn nhất 0), nguyên nhân là do khả năng giảm gia tốc của hệ cản ma sát là có hạn. Đối với hệ cản ma sát được điều khiển bị động, cách để làm tăng hiệu quả độ giảm gia tốc là ta phải giảm lực ma sát điều khiển lớn nhất, nhưng khi giảm lực ma sát điều khiển lớn nhất thì sẽ làm giảm mức độ hiệu quả đổi với chuyên vị.

Trường hợp E điều khiển bằng VFD (với  $\zeta = 0.30$ ) cho mức độ hiệu quả giảm chấn gần bằng trường hợp  $C_{0.10}$  nhưng lực điều khiển chỉ bằng 40% so với trường hợp  $C_{0.10}$ , do đó, ta có thể sử dụng 1 VFD điều khiển bán chủ động thay cho việc sử dụng cả 3 FD ở điều khiển bị động vì lý do kiến trúc nào đó.

Nếu ta chỉ cần mức độ hiệu quả là chấp nhận được thì việc sử dụng 1 VFD ở tầng I (ở trường hợp E) so với 3 VFD (ở trường hợp D) là ta đã giảm được chi phí lắp đặt cũng như chi phí vận hành do số lượng VFD giảm đi.

Nếu như ở điều khiển bị động, mức độ hiệu quả giảm chấn lớn nhất là không đổi (ứng với tham số  $r$  tối ưu) [6] thì ở điều khiển bán chủ động, mức độ hiệu quả giảm chấn là có thể thay đổi được nhờ vào việc thay đổi tham số  $\zeta$ .

**6. KẾT LUẬN**

Bài báo đã đưa ra thuật toán để điều khiển bán chủ động hệ cản ma sát biến thiên, tùy vào các yêu cầu về sự giảm đáp ứng (có thể là chuyên vị, gia tốc, lực cắt...) mà ta có thể có những thuật toán điều khiển tối ưu cho VFD, thuật toán này có thể chưa phải là thuật toán tối ưu để giảm các đáp ứng của kết cấu nhưng nhìn chung, qua những ví dụ minh họa, sự giảm đáp ứng của kết cấu sử dụng VFD là chấp nhận được.

Ví dụ số cũng chỉ ra ý nghĩa động lực học của tham số điều khiển  $\zeta$ , sự phụ thuộc của tham số điều khiển vào cường độ của trận động đất (hay gia tốc đỉnh) cũng như so sánh mức độ hiệu quả của hệ cản ma sát được điều khiển bị động và bán chủ động. Sự hạn chế về độ giảm đáp ứng của hệ cản ma sát bị động đã được VFD giải quyết tốt nhưng còn độ giảm gia tốc lớn nhất còn hạn chế.

Hệ cản ma sát bằng VFD cho hiệu quả cao đối với công trình chịu các trận động đất có cường độ lớn. Điều này mang lại ứng dụng lớn đối với ngành xây dựng của những quốc gia chịu động đất nhiều (như Mỹ, Nhật Bản...), còn đối với ngành xây dựng Việt Nam, các công trình xây dựng không cao lăm và chịu các trận địa chấn không lớn lăm [6] thì việc sử dụng

VFD mang ý nghĩa kiến trúc nhiều hơn, theo tác giả thì sử dụng hệ cản ma sát bị động hoặc sử dụng hệ điều khiển hỗn hợp là hợp lý hơn cả.

## **ASSESSMENT OF THE EFFICIENCY OF VARIABLE FRICTION DAMPER FOR SEISMIC PROTECTION OF BUILDING**

**Chu Quoc Thang<sup>(1)</sup>, Pham Nhan Hoa<sup>(2)</sup>**

(1) International University, VNU-HCM

(2)EMMC Programme

**ABSTRACT:** *The implementation of variable friction dampers (VFD) for vibration mitigation of seismic structures generally requires an efficient semi-active control method. In this paper, a semi-active model control method is proposed to determine the controllable clamping force of a variable friction damper. A comparative study was performed on a multiple DOF structure controlled by passive friction dampers, variable friction dampers in subsection numerical examples. Finally, this paper also provides preliminary conclusions of the advantages and disadvantages for friction dissipators.*

### **TÀI LIỆU THAM KHẢO**

- [1]. Genda Chen and Chaoqiang Chen, *Semiactive Control of the story Benchmark Building with piezoelectric friction dampers*, Asce Journal Of Engineering Mechanics © Asce, vol. 130, pp. 393–400, No. 4, April 1, (2004).
- [2]. Leonard Meirovitch, *Dynamics and control of structures*, John Wiley và Sons, (1990).
- [3]. Lyan-Ywan Lu, *Predictive control of seismic structures with semi-active friction dampers*, Earthquake Engng Struct. Dyn. 2004; 33:647–668.
- [4]. Lyan-Ywan Lu, *Seismic test of modal control with direct output feedback for building structures*, Structural Engineering and Mechanics, Vol 12, No. 6 (2001) 633-656.
- [5]. Lyan-Ywan Lu, Lap-Loi Chung and Ging-Long Lin, *A General Method for Semi-active Feedback Control of Variable Friction Dampers*, Journal of Intelligent Material Systems And Structures, Vol. 15 — May 2004.
- [6]. Pham Nhan Hoa, *Assessment of the Efficiency of Friction Dissipators for Seismic Protection of Buildings*, Thesis of EMMC, October, (2006).
- [7]. Y.Ohtori, R. E. Christenson, B. F. Spencer, *Benchmark Control Problems for Seismically Excited Nonlinear Buildings*, Journal Of Engineering Mechanics © Asce / April (2004).