

# VỀ MỘT KHẢ NĂNG PHÂN BIỆT GIỮA SIÊU DẪN CÓ ĐỐI XỨNG TẠO CẶP SÓNG $s$ VÀ SÓNG $d$

Hoàng Dũng<sup>(1)</sup>, Mai Xuân Lý<sup>(2)</sup>, D. Dominguez<sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup> Trường Đại học Khoa học Tự Nhiên, ĐHQG-HCM

<sup>(2)</sup> Viện Vật lý Warsaw, Viện Hàn lâm Khoa học Ba Lan

<sup>(3)</sup> Viện Vật lý Nguyên tử Bariloche, Rio Negro, Argentina

(Bài nhận ngày 24 tháng 7 năm 2003)

**TÓM TẮT:** Bằng phương pháp mô phỏng động học Langevin, chúng tôi đã khảo sát các hệ siêu dẫn mất trật tự có đối xứng tạo cặp sóng  $s$  và sóng  $d$  và chứng tỏ rằng sự phụ thuộc của điện trở suất phi tuyến  $\rho_2$  vào biên độ dòng ngoài  $I_0$  tuân theo qui luật hàm lũy thừa:  $\rho_2(I_0) \propto I_0^{-\alpha}$ . Sự khác biệt giữa hai loại siêu dẫn sóng  $s$  và sóng  $d$  thể hiện rất rõ qua giá trị của chỉ số  $\alpha$  trong miền dòng ngoài mạnh và độ tự cảm nhỏ nơi mà chỉ số  $\alpha$  của siêu dẫn sóng  $d$  cao hơn so với sóng  $s$ . Sự khác biệt này có thể xem như một tiêu chí để phân biệt hai loại siêu dẫn nói trên.

## 1. Đặt vấn đề

Đối xứng của hàm sóng cặp Cooper trong siêu dẫn nhiệt độ cao là vấn đề rất quan trọng và mang tính nguyên tắc trong vật lý siêu dẫn. Như đã biết, đối với các siêu dẫn kinh điển (siêu dẫn nhiệt độ thấp) khe năng lượng và hàm sóng cặp Cooper có đối xứng sóng  $s$  ( $s$ -wave symmetry). Còn đối với các siêu dẫn nhiệt độ cao thì ngày càng có nhiều bằng chứng thực nghiệm và lý thuyết cho thấy đối xứng tạo cặp trong những hệ này là đối xứng sóng  $d$  ( $d$ -wave symmetry) [1]. Giả thuyết này cho phép giải thích hiệu ứng Meissner thuận từ [2-4] mà các nhà thực nghiệm quan sát được trong các gốm siêu dẫn [5].

Tìm các tiêu chí cho phép phân biệt siêu dẫn sóng  $d$  với siêu dẫn sóng  $s$  là vấn đề được quan tâm đặc biệt trong thời gian gần đây. Một trong những cách phân biệt hai loại siêu dẫn này dựa trên kết quả đo sự phụ thuộc của hệ số hấp thụ vi sóng (microwave absorption)  $\Omega$  vào từ trường ngoài  $H$  [6,7]. Trong siêu dẫn sóng  $d$ ,  $\Omega(H)$  có cực đại tại  $H = 0$ , trong khi đối với siêu dẫn sóng  $s$  thì tại đó là một cực tiểu. Gần đây, Yamao và cộng sự [8] đã đo các điện trở suất tuyến tính  $\rho_0$  và phi tuyến  $\rho_2$  của  $\text{YBa}_2\text{Cu}_4\text{O}_8$  khi cho qua mẫu một dòng xoay chiều  $I_{ext}(t) = I_0 \sin(\omega t)$ .  $\rho_0$  và  $\rho_2$  là các hệ số trong khai triển của hiệu điện thế  $V(t)$  theo  $I_{ext}(t)$ :

$$V = \rho_0 I_{ext} + \rho_2 I_{ext}^3 + \dots \quad (1)$$

Cũng có thể biểu diễn  $\rho_0$  và  $\rho_2$  qua các họa âm (harmonics) bậc nhất  $V'_{\omega}$  và bậc ba  $V'_{3\omega}$  như sau

$$\rho_0 = V'_{\omega} / I_0, \quad \rho_2 = -4V'_{3\omega} / I_0^3, \quad (2)$$

$$V'_{n\omega} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} V(t) \sin(n\omega t) d(\omega t), \quad n = 1, 3$$

Thực nghiệm cho thấy  $\rho_2$  có một cực tiểu sâu tại  $T = T_p$  và tại đây  $\rho_2$  phụ thuộc vào biên độ dòng ngoài  $I_0$  theo quy luật hàm lũy thừa

$$\rho_2(I_0) = \left| V'_{3\omega}(T_p) / I_0^3 \right| \propto I_0^{-\alpha} \quad (3)$$

với  $\alpha \approx 1.1$ . Kết quả thực nghiệm này đã được chúng tôi giải thích [9,10] trên cơ sở mẫu siêu dẫn sóng  $d$ . Câu hỏi đặt ra ở đây là liệu có thể phân biệt siêu dẫn sóng  $d$  với siêu dẫn sóng  $s$  thông qua việc đo  $\rho_2$  và  $\alpha$ ? Trong bài này chúng tôi chứng minh rằng sự khác biệt giữa hai loại siêu dẫn trên thể hiện rất rõ qua giá trị của chỉ số  $\alpha$  trong miền dòng ngoài mạnh và độ tự cảm nhỏ nơi mà chỉ số  $\alpha$  của siêu dẫn sóng  $d$  cao hơn so với sóng  $s$ . Vì thế có thể xem sự khác biệt này như một tiêu chí để phân biệt hai loại siêu dẫn nói trên.

## 2. Các phương trình cơ bản

Các siêu dẫn granular thường được mô tả như một mạng gồm các đảo siêu dẫn, tương tác với nhau thông qua các cầu Josephson (Josephson junctions)[11]. Hamiltonian của hệ trong từ trường ngoài đồng nhất hướng dọc theo trục z có dạng [3,4]

$$\mathcal{H} = - \sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - A_{ij}) + \frac{1}{2L} \sum_p (\Phi_p - \Phi_p^{ext})^2, \quad (4)$$

$$\Phi_p = \frac{\phi_0}{2\pi} \sum_{\langle ij \rangle}^p A_{ij}, \quad A_{ij} = \frac{2\pi}{\phi_0} \int_i^j \vec{A}(\vec{r}) d\vec{r} \quad (5)$$

trong đó  $\theta_i$  là pha của thông số trật tự tại đảo siêu dẫn thứ  $i$ ,  $\vec{A}$  là thế thăng giáng tại mỗi liên kết,  $\phi_0$  là lượng tử từ thông,  $J_{ij}$  là năng lượng tương tác Josephson giữa các đảo  $i$  và  $j$ . Thông số  $L$  là độ tự cảm của mỗi ô cơ sở (có diện tích  $S$ ) trong mạng. Tổng thứ nhất được lấy theo các cặp lân cận gần nhất. Tổng thứ hai lấy theo tất cả các ô cơ sở trong mạng. Biến lấy tổng là biến pha  $\theta_i$  tại mỗi đảo và biến gauge  $A_{ij}$  tại mỗi liên kết.  $\Phi_p$  là từ thông toàn phần qua ô cơ sở thứ  $p$ , còn  $\Phi_p^{ext}$  là từ thông do từ trường ngoài gửi qua ô cơ sở thứ  $p$ :  $\Phi_p^{ext} = HS$  nếu ô cơ sở nằm trong mặt phẳng trục  $xy$  và bằng 0 nếu theo các hướng khác.

Đối với siêu dẫn sóng  $s$ , năng lượng tương tác Josephson  $J_{ij}$  luôn luôn dương và nhận các giá trị ngẫu nhiên trong khoảng từ 0 đến  $2J$ . Đối với siêu dẫn sóng  $d$  đại lượng  $J_{ij}$  được giả thiết là có thể nhận một trong hai giá trị  $J$  hoặc  $-J$  với xác suất như nhau. Cần nhấn mạnh rằng Hamiltonian (4) cho phép mô tả nhiều hiện tượng động học trong các vật liệu siêu dẫn, chẳng hạn hiệu ứng nhớ [12], hấp thụ vi sóng [7], điện trở suất xoay chiều [9,10], hiệu ứng bù trừ [13], chuyển pha sang trạng thái vortex glass [14].

Nhằm mô tả tính dẫn điện của hệ, chúng tôi dùng mô hình RSJ (resistively shunted junction) [3,11]. Trong mô hình này ngoài dòng Josephson còn có sự đóng góp của dòng điện bình thường với điện trở  $R$  và dòng nhiễu Langevin  $\eta_{ij}(t)$  giữa các đảo siêu dẫn:

$$I_{ij} = \frac{2e}{\hbar} J_{ij} \sin \theta_{ij} + \frac{\hbar}{2eR} \frac{d\theta_{ij}}{dt} + \eta_{ij}(t) \quad (6)$$

Dòng nhiễu  $\eta_{ij}(t)$  thỏa hệ thức tương quan Gauss

$$\langle \eta_{ij}(t) \eta_{ij}(t') \rangle = \frac{2kT}{R} \delta_{i,i'} \delta_{j,j'} \delta(t-t') \quad (7)$$

Để tiện ta đưa vào một số kí hiệu như sau: vị trí của mỗi đảo được xác định bởi véctơ  $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ ; véctơ mạng là  $\mu = \hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ ; liên kết giữa hai đảo  $i$  và  $j$  được mô tả bởi véctơ  $\mathbf{n} + \mu$ ; vị trí ô cơ sở thứ  $p$  được xác định bởi véctơ  $\mathbf{n}$  và  $\mu$ . Từ (4) – (7) có thể thiết lập hệ **phương trình động học Langevin** cho các biến  $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j - A_{ij}$  [3,11]

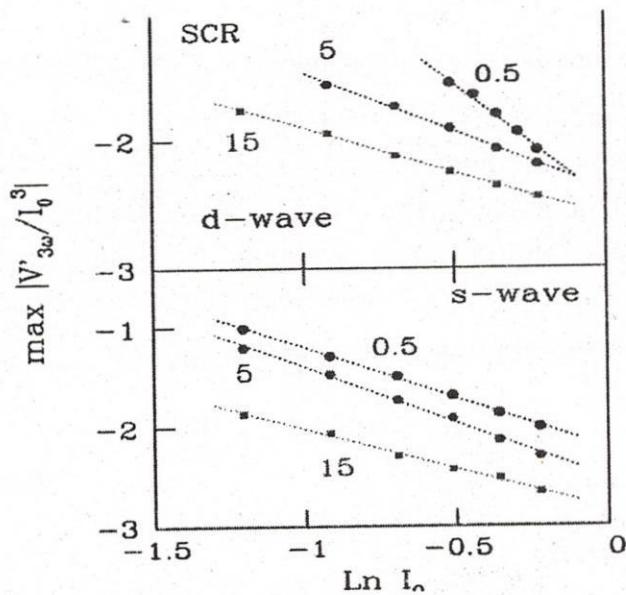
$$\frac{\hbar}{2eR} \frac{d\theta_\mu(\vec{n})}{dt} = -\frac{2e}{\hbar} J_\mu(\vec{n}) \sin \theta_\mu(\vec{n}) - \delta_{\mu,y} I_{ext} - \frac{\hbar}{2eL} \Delta_v^+ [\Delta_v^+ \theta_\mu(\vec{n}) - \Delta_\mu^+ \theta_v(\vec{n})] - \eta_\mu(\vec{n}, t) \quad (8)$$

Trong (8) có đưa vào toán tử tiến  $\Delta_\mu^+ \theta_v(\mathbf{n}) = \theta_v(\mathbf{n} + \mu) - \theta_v(\mathbf{n})$  và toán tử lùi  $\Delta_\mu^- \theta_v(\mathbf{n}) = \theta_v(\mathbf{n}) - \theta_v(\mathbf{n} - \mu)$ . Để tiện sau đây sẽ tính các đại lượng vật lý trong hệ đơn vị quy ước: dòng điện theo  $I_J = 2eJ/\hbar$ , thời gian theo  $\tau = \phi_0/2\pi JR$ , hiệu điện thế theo  $RI_J$ , nhiệt độ theo  $J/k_B$  và độ tự cảm theo  $\phi_0/2\pi J$ .

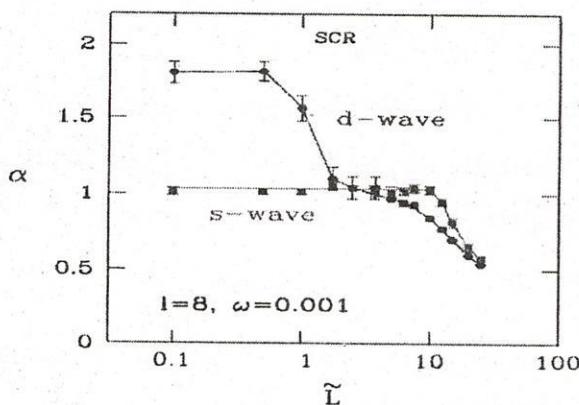
### 3.Kết quả

Hệ phương trình vi phân (8) được giải bằng thuật toán Runge-Kutta bậc hai. Tùy thuộc vào giá trị  $I_0$  và  $\omega$  mà số mẫu dùng cho việc lấy trung bình biến thiên từ 5 đến 800. Số bước chạy từ  $10^5 - 5 \times 10^5$  với bước thời gian  $\Delta t = 0.05$ . Chúng tôi thực hiện các mô phỏng trên mạng lập phương kích thước  $l \times l \times l$  với  $l = 8$  và 12. Trong [10], kết quả tính toán cho thấy đối với cả hai loại siêu dẫn sóng  $s$  và sóng  $d$  tại  $T = T_p$  điện trở suất phi tuyến  $\rho_2$  đều phụ thuộc vào biên độ dòng ngoài  $I_0$  theo quy luật hàm lũy thừa (3) đặc trưng bởi chỉ số  $\alpha$ . Trong miền dòng ngoài yếu ( $I_0 \leq 0.1$ ) ta có  $\alpha_{d-wave} \approx \alpha_{s-wave} \approx 0.5 \pm 0.1$ . Sự khác biệt giữa siêu dẫn sóng  $s$  và sóng  $d$  chỉ thể hiện qua chỉ số  $\alpha$  trong miền dòng ngoài mạnh ( $I_0 > 0.1$ ). Hình 1 mô tả sự phụ thuộc của  $\rho_2$  tại  $T_p$  vào  $I_0$  và độ tự cảm  $\tilde{L}$  trong miền dòng ngoài mạnh. Ta nhận thấy nếu như chỉ số  $\alpha$  của siêu dẫn sóng  $s$  hầu như không thay đổi khi tăng  $\tilde{L}$  từ 0.5 đến 15, thì đối với siêu dẫn sóng  $d$  giá trị  $\alpha$  lại thay đổi đáng kể.

Hình 2 là sự phụ thuộc của chỉ số  $\alpha$  cho siêu dẫn sóng  $s$  và sóng  $d$  vào độ tự cảm  $\tilde{L}$  trong miền dòng ngoài mạnh. Ta thấy trong miền  $\tilde{L}$  lớn,  $\alpha_{sw}$  và  $\alpha_{dw}$  khác nhau không nhiều. Thế nhưng trong miền  $\tilde{L}$  nhỏ thì  $\alpha_{d-wave} > \alpha_{s-wave}$ . Như vậy, bằng phép đo điện trở  $\rho_2$  cùng chỉ số  $\alpha$  hoàn toàn có thể phân biệt được siêu dẫn sóng  $d$  với siêu dẫn sóng  $s$ .



Hình 1: Sự phụ thuộc của  $\rho_2$  (hay  $|V'_{3\omega}(T_p)/I_0^3|$ ) tại  $T_p$  vào biên độ dòng ngoài  $I_0$  và độ tự cảm  $\tilde{L}$  trong miền dòng ngoài mạnh. Các thông số được chọn như sau: độ tự cảm  $\tilde{L} = 0.5, 5$  và  $15$ , kích thước hệ  $l = 8$ , tần số  $\omega = 0.001$ .



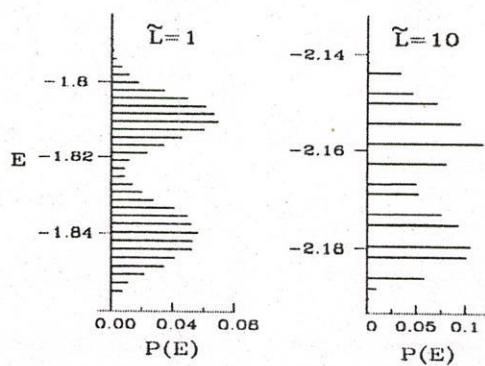
Hình 2: Sự phụ thuộc của chỉ số  $\alpha$  cho siêu dẫn sóng s và sóng d vào độ tự cảm  $\tilde{L}$  trong miền dòng ngoài mạnh. Kích thước hệ  $l = 8$ , tần số  $\omega = 0.001$ .

Để giải thích sự phụ thuộc nói trên, ta cần xét đến ảnh hưởng qua lại giữa bên là các thăng giáng nhiệt (thermal fluctuations) và bên kia là độ phức tạp, gồ ghề của cấu trúc năng lượng hệ (roughness of the energy landscape) [7]. Với mục đích ấy, chúng tôi đã khảo sát sự phụ thuộc của roughness of the energy landscape vào độ tự cảm  $\tilde{L}$  (là đại lượng đặc trưng cho hiệu ứng chấn). Do số cực tiểu năng lượng địa phương tăng rất nhanh theo quy luật mũ khi tăng số đảo siêu dẫn (hay tăng kích thước hệ  $l$ ) nên chúng tôi chỉ mô phỏng cho  $l$  đủ nhỏ. Trên hình 3 là lược đồ hàm phân bố  $P(E)$  của các cực tiểu năng lượng địa phương cho hai giá trị  $\tilde{L} = 1$  và  $10$  khi chọn  $l = 6$ . Để thấy số cực tiểu trong trường hợp  $\tilde{L} = 1$  nhiều hơn hẳn so với khi  $\tilde{L} = 10$ .

Để mô tả độ phức tạp, gồ ghề của cấu trúc năng lượng, chúng tôi đưa vào thông số  $\delta$

$$\delta = \frac{\sqrt{\langle E_{lm}^2 \rangle - \langle E_{lm} \rangle^2}}{\langle E_{lm} \rangle} \quad (9)$$

với  $E_{lm}$  là năng lượng tại cực tiểu địa phương, ngoạic  $\langle \dots \rangle$  chỉ phép lấy trung bình theo các cực tiểu. Đối với các lược đồ trên hình 3,  $\delta = 0.007$  khi  $\tilde{L} = 10$  và  $\delta = 0.012$  khi  $\tilde{L} = 1$ , nghĩa là  $\delta$  giảm 1.7 lần khi  $\tilde{L}$  tăng gấp mươi. Như vậy  $\tilde{L}$  càng lớn (hay hiệu ứng chấn càng mạnh) thì  $\delta$  càng nhỏ. Ở giới hạn  $\tilde{L}$  lớn, thăng giáng nhiệt trở nên áp đảo, energy landscape trở “bằng phẳng” hơn, sự khác biệt giữa siêu dẫn sóng d và sóng s do đó sẽ càng ít đi, vì vậy  $\alpha_{d\text{-wave}} \approx \alpha_{s\text{-wave}}$ . Ngược lại, ở giới hạn  $\tilde{L}$  nhỏ (hiệu ứng chấn yếu) độ phức tạp, gồ ghề của cấu trúc năng lượng lại đóng vai trò quan trọng nên  $\alpha_{d\text{-wave}} > \alpha_{s\text{-wave}}$ .



Hình 3: Lược đồ hàm phân bố  $P(E)$  của các cực tiểu năng lượng địa phương cho  $\tilde{L} = 1$  và  $10$ . Giá trị tương ứng của  $\delta$  là  $0.007$  và  $0.012$ . Kích thước hệ  $l = 6$ .

#### 4. Kết luận

Bằng phương pháp mô phỏng động học Langevin, chúng tôi đã khảo sát các hệ siêu dẫn mất trật tự có đối xứng sóng  $s$  và sóng  $d$  và chứng tỏ rằng sự phụ thuộc của điện trở suất phi tuyến  $\rho_2$  vào biên độ dòng ngoài  $I_0$  tuân theo qui luật hàm lũy thừa:  $\rho_2(I_0) \propto I_0^{-\alpha}$ . Sự khác biệt giữa hai loại siêu dẫn sóng  $s$  và sóng  $d$  thể hiện rất rõ qua giá trị của chỉ số  $\alpha$  trong miền dòng ngoài mạnh và độ tự cảm nhỏ nơi mà chỉ số  $\alpha$  của siêu dẫn sóng  $d$  cao hơn so với sóng  $s$ . Sự khác biệt này có thể xem như một tiêu chí để phân biệt hai loại siêu dẫn nói trên.

*Chúng tôi chân thành cảm ơn TS. Hoàng Lê Minh và NCLAB, TS. Dương Anh Đức và bộ môn Công nghệ phần mềm đã cho phép sử dụng máy tính trong thời gian dài để thực hiện công trình này.*

### A POSSIBILITY OF DISCRIMINATION BETWEEN SUPERCONDUCTORS WITH $s$ - AND $d$ -WAVE PAIRING SYMMETRY

Hoang Zung<sup>(1)</sup>, Mai Suan Li<sup>(2)</sup>, D. Dominguez<sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup> University of Natural Sciences, Ho Chi Minh City

<sup>(2)</sup> Institute of Physics, Polish Academy of Sciences, Warsaw, Poland

<sup>(3)</sup> Centro Atomico Bariloche, Rio Negro, Argentina

**ABSTRACT:** The superconductors with  $s$ - and  $d$ -wave pairing symmetries are studied by the Langevin dynamics simulations. The current amplitude dependence of nonlinear resistivity at the peak position is found to be a power law:  $\rho_2(I_0) \propto I_0^{-\alpha}$ . The pronounced difference between  $s$ - and  $d$ -wave superconductors is clearly seen in the strong current and weak screening regime where the value of  $\alpha$  for  $d$ -wave superconductors is higher than that for the  $s$ -wave systems. This difference may be considered as a criteria for discrimination between superconductors with  $s$ - and  $d$ -wave pairing symmetries.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] D. J. van Harlingen, Rev. Mod. Phys. **67**, 515 (1995); C. C. Tsuei and J. R. Kirley, Rev. Mod. Phys. **72**, 969 (2000).
- [2] M. Sigrist and T. M. Rice, J. Phys. Soc. Jpn. **61**, 4283 (1992); Rev. Mod. Phys. **67**, 503 (1995).
- [3] D. Dominguez, E. A. Jagla and C. A. Balseiro, Phys. Rev. Lett. **72**, 2773 (1994).
- [4] H. Kawamura and M. S. Li, Phys. Rev. B **54**, 619 (1996).
- [5] P. Svelindh *et al.*, Physica (Amsterdam) **162C-164C**, 1365 (1989); W. Braunisch *et al.*, Phys. Rev. Lett. **68**, 1908 (1992).

- [6] W. Braunisch *et al.*, Phys. Rev. B **48**, 4003 (1993); M. Sigrist, Nature (London) **396**, 110 (1998).
- [7] M. S. Li, Phys. Rev. B **64**, 144501 (2001); D. Dominguez *et al.*, Physica C, **235-240**, 3283 (1994).
- [8] T. Yamao *et al.*, J. Phys. Soc. Jpn. **68**, 871 (1999).
- [9] M. S. Li and D. Domiguez, Phys. Rev. B **62**, 14554 (2000).
- [10] M. S. Li, Hoang Zung, D. Domiguez, Phys. Rev. Lett. **88**, 257004 (2002); Hoang Zung and M. S. Li, Proceedings of the Fourth German - Vietnamese Seminar on Physics and Engineering, Dresden, Germany, 5 - 9 June 2001, p32-35.
- [11] D. Dominguez and J. V. Jose, Phys. Rev. B **53**, 11 692 (1996).
- [12] M. S. Li, P. Norblad, H. Kawamura, Phys. Rev. Lett. **86**, 1339 (2001).
- [13] M. S. Li, Phys. Rev. B **60**, 118 (1999); Ch. Heinzel *et al.*, Phys. Rev. B **48**, 3445 (1993).
- [14] Hoang Zung, Ziep Quang Vinh, M. S. Li, Physica C, **388-389**, 639 (2003).