CHỈNH HÓA MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH CHẬP BẰNG PHƯƠNG PHÁP CHẶT CỤT TÍCH PHÂN

Trần Thị Lệ[1], Phạm Hoàng Quân[2], Đinh Ngọc Thanh[1], Phạm Hoàng Uyên[1]
[1]Trường Đại Học Khoa Học Tự Nhiên – ĐHQG-HCM, [2]Đại Học Sư Phạm Tp. HCM
(Bài nhận ngày 22 tháng 10 năm 2002)

TÓM TẮT: *Một lớp phương trình tích chập xuất phát từ nhiều bài toán ngược quan trọng cho phương trình nhiệt được khảo sát. Tính không chỉnh của bài toán được chứng minh và nghiệm chỉnh hóa được xây dựng bằng phương pháp chặt cụt tích phân với các đánh giá sai số khác nhau tùy thuộc vào thông tin thêm trên tính trơn của nghiệm chính xác.*

1. Giới thiệu bài toán:

Nhiều bài toán ngược quan trọng cho phương trình nhiệt như bài toán nhiệt ngược thời gian, bài toán xác định phân bố nhiệt hay thông lượng nhiệt bề mặt lỗ khoan thăm dò từ đo đạc bên trong được quy về việc giải phương trình tích chập (xem [5,6])

$$\alpha * v = F, \tag{1}$$

với

$$(\alpha * v)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x-t)v(t)dt,$$

trong đó $v \in L^2(R)$ là ẩn hàm cần tìm, F và α là các hàm đã biết với $F \in L^2(R)$.

Trong khi F được thành lập từ dữ kiện của các bài toán cụ thể, chủ yếu nhận được do đo đạc thực tế, thì α được hình thành xuất phát từ nghiệm tổng quát của phương trình nhiệt với biến đổi Fourier có modun dạng :

$$|\hat{\alpha}(t)| = \frac{A}{|t|^{\beta}} \exp\left(-B|t|^{\gamma}\right) \tag{2}$$

trong đó A, B, β, γ là các hằng số dương, $0 \le \beta < 1$, và

$$\hat{\alpha}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x) e^{-itx} dx$$

Ngoài ra, các bài toán Stefan ngược một chiều khảo sát trong [1-4] được quy về việc khảo sát các phương trình tích phân Volterra loại 1. Phương trình tích phân nhận được là không chỉnh và được chỉnh hóa bằng cách chuyển phương trình tích phân này về dạng (1) với tính chất (2).

Trong phần còn lại, chúng tôi đi vào khảo sát chi tiết phương trình (1) với tính chất (2). Cụ thể, trong mục 2, chúng tôi khảo sát tính không chỉnh của bài toán (1-2) và ở mục 3, nghiệm chỉnh hóa của bài toán này được thiết lập với nhiều đánh giá sai số khác nhau.

Chú ý rằng, bằng phương pháp chỉnh hóa Tikhonov trên toán tử

$$A : L^2(R) \to L^2(R)$$
$$v \mapsto \alpha * v,$$

ta có thể xây dựng nghiệm chỉnh hóa cho phương trình Av = F dạng

$$v_{\varepsilon} = (I + A^* A)^{-1} F$$

với A* là toán tử liên hợp của toán tử A. Sai số giữa nghiệm chính xác và nghiệm chỉnh hóa này có bậc $\varepsilon^{1/2}$ khi sai số của dữ kiện đo không quá ε và với thông tin thêm là nghiệm chính xác phải thuộc về không gian $A^*\left(L^2(R)\right)$. Từ nhận xét rằng điều kiện nghiệm chính xác v_0 của bài toán thuộc về không gian $A^*\left(L^2(R)\right)$ tương đương với sự tồn tại nghiệm $w \in L^2(R)$ của phương trình

$$A^* w = v_0$$

và là điều kiện khó kiểm chứng, trong [1-6], các tác giả đã chỉnh hóa phương trình (1) bằng cách kết hợp phép chỉnh hóa Tikhonov với biến đổi tích phân Fourier. Cụ thể, nghiệm chỉnh hóa v_ε được xác định bởi đẳng thức :

$$v_\varepsilon(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\overline{\hat{\alpha}(s)}\hat{F}(s)e^{its}}{\varepsilon + |\hat{\alpha}(s)|^2} ds \qquad (3)$$

trong đó $\overline{\hat{\alpha}}$ để chỉ liên hợp của $\hat{\alpha}$ và ε là sai số giữa dữ kiện chính xác và dữ kiện đo.

Khi đó, sai số giữa nghiệm chính xác và nghiệm chỉnh hóa có bậc thay đổi từ $\left[\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right]^{-1}$ đến $\varepsilon^{1/2}$ tùy thuộc vào thông tin thêm về độ trơn của nghiệm chính xác.

Cuối cùng, với nhận xét rằng trong tính toán thực tế trên máy tính, giá trị vế trái của (3) sẽ được xấp xỉ bằng một tích phân chặt cụt dạng

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-a}^{a} \frac{\overline{\hat{\alpha}(s)}\hat{F}(s)e^{its}}{\varepsilon + |\hat{\alpha}(s)|^2} ds$$

và trong bài báo này, chúng tôi tiếp nối các công trình [3-4] bằng cách xây dựng nghiệm chỉnh hóa dưới dạng tích phân chặt cụt

$$v_a(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-a}^{a} \frac{\hat{F}(s)e^{its}}{\hat{\alpha}(s)} ds$$

trong đó tham số a sẽ được chọn tùy thuộc vào sai số của dữ kiện cũng như các giả thuyết trên tính trơn của nghiệm chính xác.

2. Khảo sát tính không chỉnh :

Tính không chỉnh của bài toán (1-2) được khẳng định bằng kết quả sau :

Mệnh đề 1 : *Bài toán (1-2) là không chỉnh :*

i) *Với* $F \in L^2(R)$ *cho trước, bài toán (1-2) không luôn luôn tồn tại nghiệm* $v \in L^2(R)$.

ii) *Nghiệm của (1-2), nếu có, thì duy nhất.*

iii) *Nghiệm* $v \in L^2(R)$ *của (1-2), nếu tồn tại duy nhất, không phụ thuộc liên tục theo dữ kiện* $F \in L^2(R)$.

Chứng minh :

i) Bằng cách lấy biến đổi Fourier hai vế của (1), ta được

$$\hat{\alpha}.\hat{v} = \hat{F} \qquad (3)$$

Do đó, với dữ kiện $F(t) = 2\alpha(t) \in L^2(R)$, đẳng thức (3) cho $\hat{v} = 2 \notin L^2(R)$ và do đó (1-2) không tồn tại nghiệm $v \in L^2(R)$.

ii) Do (1) là một phương trình tuyến tính theo ẩn hàm v, ta chỉ cần chứng tỏ phương trình thuần nhất , với vế phải $F \equiv 0$ chỉ có nghiệm tầm thường, $v = 0$. Thật vậy, khi $F \equiv 0$, (3) cho $\hat{\alpha}.\hat{v} = 0$ và vì

$$|\hat{\alpha}(t)| = \frac{A}{|t|^{\beta}} \exp\left(-B|t|^{\gamma}\right) \neq 0 \text{ h.h.}$$

Ta suy ra $\hat{v} = 0$ h.h. và do đó $v = 0$ trong $L^2(R)$. Vậy bài toán (1-2) có nhiều nhất một nghiệm.

iii) Lấy $v_n \in L^2(R)$ sao cho

$$\hat{v}_n(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < n \\ \dfrac{n}{t^{5/4}} & \text{khi } t \geq n \end{cases}$$

thì $\hat{v}_n(t) \in L^1(R) \cap L^2(R)$ và do đó $v_n(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{v}_n(s).e^{its} ds \in L^1(R) \cap L^2(R)$. Đặt $F_n = \alpha * v_n$, ta được

$$\|v_n\|_2 = \|\hat{v}_n\|_2 = \frac{2\sqrt{n}}{3} \to +\infty \text{ khi } n \to +\infty \text{ và}$$

$$\|F_n\|_2 = \|\hat{F}_n\|_2 = \left\|\widehat{\alpha * v_n}\right\|_2 = \|\hat{v}.\hat{\alpha}_n\|_2 < \frac{A}{(2\beta + 3/2)^{1/2}} \frac{1}{n^{\beta+3/4}} \to 0 \text{ khi } n \to +\infty$$

Vậy nghiệm của bài toán (1-2), nếu tồn tại duy nhất, không phụ thuộc liên tục theo dữ kiện.

■

3. Nghiệm chỉnh hóa bài toán (1-2) bằng phương pháp chặt cụt tích phân.

Trở lại với bài toán (1-2). Do đẳng thức (3), nghiệm v của bài toán, nếu tồn tại, thỏa đẳng thức :

$$\hat{v}(t) = \hat{F}(t)\left(\hat{\alpha}(t)\right)^{-1} \tag{4}$$

Khi đó, $\hat{F}(t).\left(\hat{\alpha}(t)\right)^{-1} \in L^2(R)$, và nghiệm v được xác định bởi công thức

$$v(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{v}(s) e^{its} ds = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{F}(s).\left(\hat{\alpha}(s)\right)^{-1} e^{its} ds$$

Bằng cách chặt cụt tích phân vế phải một cách thích hợp, ta nhận được nghiệm chỉnh hóa của (1-2). Sai số giữa nghiệm chỉnh hóa và nghiệm chính xác được đánh giá tùy thuộc vào thông tin thêm trên nghiệm chính xác. Ta có

Định lý 2 :

Giả sử nghiệm chính xác v_0 của (1-2) tương ứng với F_0 ở vế phải nằm trong $L^2(R)$ và thỏa :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{v}_0(s)|^2 |s| ds \leq \frac{E^2}{A}$$

và $|F - F_0|_2 < \varepsilon$, $|\cdot|_2$ *chuẩn trong* $L^2(R)$

Khi đó tồn tại nghiệm chỉnh hóa v của (1-2) sao cho

$$|v - v_0|_2 \leq C\left\{\ln\left[\frac{E^2}{\varepsilon^2}\left(\ln\frac{E}{\varepsilon}\right)^{-1/\gamma}\right]\right\}^{-1/2\gamma}$$

Chứng minh :

Với mỗi $\varepsilon > 0$, sao cho $\varepsilon < \min\left\{Ee^{-4}, Ee^{-2(\beta+B)}\right\}$. Đặt

$$a = \sqrt[\gamma]{\frac{1}{2(\beta+B)} \ln \frac{E^2/\varepsilon^2}{\ln^{1/\gamma} E/\varepsilon}} \quad (a \geq 1)$$

và

$$v(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-a}^{a} \hat{F}(s)\left(\hat{\alpha}(s)\right)^{-1} e^{its} ds, \tag{5}$$

Ta có :

$$|v - v_0|_2^2 = |\hat{v} - \hat{v}_0|_2^2 = \int_{|s|\leq a} \left|\frac{\hat{F}(s) - \hat{F}_0(s)}{\hat{\alpha}(s)}\right|^2 ds + \int_{|s|\geq a} |\hat{v}_0(s)|^2 ds$$

$$\leq \frac{1}{|\hat{\alpha}(a)|^2} \left|\hat{F} - \hat{F}_0\right|_2^2 + \frac{1}{a} \int_{|s|\geq a} |\hat{v}_0(s)|^2 . |s| ds$$

$$\leq \frac{1}{A} e^{2\beta a^\gamma} . e^{2Ba^\gamma} \varepsilon^2 + \frac{1}{a}\frac{E^2}{A} \leq \frac{1}{A} e^{2(\beta+B)a^\gamma} \varepsilon^2 + \frac{1}{a}\frac{E^2}{A} \leq \frac{E^2}{A}\left[e^{2(\beta+B)a^\gamma} \frac{\varepsilon^2}{E^2} + \frac{1}{a}\right]$$

$$\leq \frac{E^2}{A}\left(\frac{1}{\ln^{1/\gamma} \frac{E}{\varepsilon}} + \frac{1}{\sqrt[\gamma]{\frac{1}{2(\beta+B)} \ln \frac{E^2/\varepsilon^2}{\ln^{1/\gamma}\left(E/\varepsilon\right)}}}\right) = \frac{E^2}{A} \frac{\left(1 + \sqrt[\gamma]{\beta+B}\right)\sqrt[\gamma]{2}}{\sqrt[\gamma]{\ln \frac{E^2/\varepsilon^2}{\ln^{1/\gamma}\left(E/\varepsilon\right)}}}$$

Vậy

$$|v - v_0|_2 \leq C\left\{\ln \frac{E^2}{\varepsilon^2}\left(\ln \frac{E}{\varepsilon}\right)^{-1/\gamma}\right\}^{-1/2\gamma}$$

với $C = E\sqrt{\frac{\left(1+\sqrt[\gamma]{\beta+B}\right)\sqrt[\gamma]{2}}{A}}$ và định lý đã được chứng minh. ∎

Nếu tăng thêm tính trơn của nghiệm chính xác, sai số nhận được có bậc tương tự như trường hợp nghiệm chỉnh hóa nhận được khảo sát bằng phép chỉnh hóa Tikhonov liên kết với biến đổi Fourier trong [1-6]

Định lý 3 :

Giả sử nghiệm v_0 *của (1) tương ứng với* F_0 *ở vế phải nằm trong* $L^2(R)$ *và thỏa :*

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{v}_0(s)|^2 (s)^{3\gamma} ds \leq \frac{E^2}{A}$$

và với

$$|F - F_0|_2 < \varepsilon.$$

Khi đó, tồn tại nghiệm chỉnh hóa v *của (1) sao cho :*

$$|v - v_0|_2 \leq C\left(\ln \frac{E}{\varepsilon}\right)^{-1}$$

Chứng minh :

Với mỗi $\varepsilon > 0$, sao cho $\varepsilon \leq \min\left\{E.e^{-4}, E.e^{-2(\beta+B)}\right\}$, đặt

$$a=\left(\frac{1}{\beta+B}\ln\frac{E/\varepsilon}{\ln\left(E/\varepsilon\right)}\right)^{1/\gamma}$$

và

$$v(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-a}^{a}\hat{F}(s)\left(\hat{\alpha}(s)\right)^{-1}e^{its}ds$$

Chú ý rằng $\operatorname{supp}\hat{v}\subset[-a,a]$ và do định lý Plancherel's, ta có :

$$|v-v_0|_2^2=|\hat{v}-\hat{v}_0|_2^2=\int_{|s|\le a}\left|\frac{\hat{F}(s)-\hat{F}_0(s)}{\hat{\alpha}(s)}\right|^2ds+\int_{|s|\ge a}|\hat{v}_0(s)|^2ds$$

$$\le\frac{1}{|\hat{\alpha}(a)|^2}|\hat{F}-\hat{F}_0|_2^2+\frac{1}{(\sqrt{a})^3}\int_{|s|\ge a}|\hat{v}_0(s)|^2.\left(\sqrt{|s|}\right)^3ds\le\frac{1}{A}a^{2\beta}\exp\left(2Ba^{\gamma}\right)\varepsilon^2+\frac{1}{a^{3\gamma}}.\frac{E^2}{A}$$

$$\le\frac{1}{A}e^{2(\beta+B)a^{\gamma}}\varepsilon^2+\frac{1}{a^{3\gamma}}.\frac{E^2}{A}\le\frac{E^2}{A}\left[e^{2(\beta+B)a^{\gamma}}\frac{\varepsilon^2}{E^2}+\frac{1}{a^{3\gamma}}\right]\le\frac{E^2}{A}\left[\frac{1}{\ln^2\left(E/\varepsilon\right)}+\frac{1}{a^{3\gamma}}\right]$$

$$\le\frac{E^2}{A}\frac{1}{\ln^2\left(E/\varepsilon\right)}\left[1+(\beta+B)^3\right]$$

Suy ra

$$|v-v_0|_2\le C\left(\ln\frac{E}{\varepsilon}\right)^{-1}$$

trong đó $C=\frac{E}{\sqrt{A}}\sqrt{1+(\beta+B)^3}$ Và định lý đã được chứng minh. ∎

Trong các kết quả sau, chúng tôi đưa ra những thông tin thêm trên nghiệm chính xác cho phép các đánh giá sai số có bậc là lũy thừa của sai số dữ kiện.

Định lý 4 :

Giả sử nghiệm chính xác v_0 của (1) tương ứng với F_0 ở vế phải nằm trong $L^2(R)$ và thỏa:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|\hat{v}_0(s)|^2e^{\delta|s|^{\gamma}}ds\le\frac{E^2}{A},\delta\ge0 \text{ là hằng số}$$

và với

$$|F-F_0|_2<\varepsilon.$$

Khi đó, tồn tại nghiệm chỉnh hóa v của (1) sao cho

$$|v-v_0|_2\le C\left(\frac{\varepsilon}{E}\right)^{\frac{\delta}{2B+2\beta+\delta}}$$

Chứng minh :

Với mỗi $\varepsilon>0$ sao cho $\varepsilon\le\min\left\{E.e^{-4},E.e^{-2(\beta+B)}\right\}$, đặt $a=\left(\frac{2}{2B+2\beta+\delta}\ln\frac{E}{\varepsilon}\right)^{1/\gamma}$. Ta có :

$$|v-v_0|_2^2\le\frac{1}{A}e^{2(B+\beta)a^{\gamma}}\varepsilon^2+\frac{1}{\delta a^{\gamma}}\frac{E^2}{A}$$

$$\leq \frac{E^2}{A} e^{\delta a^{\gamma}} \left[e^{(2B+2\beta+\delta)a^{\gamma}} \frac{\varepsilon^2}{E^2} + 1 \right] \leq 2\frac{E^2}{A}\left(\frac{E}{\varepsilon}\right)^{\frac{2\delta}{2B+2\beta+\delta}}$$

Vậy

$$|v - v_0|_2 \leq C\left(\frac{\varepsilon}{E}\right)^{\frac{\delta}{2B+2\beta+\delta}}$$

trong đó $C = \frac{\sqrt{2}E}{\sqrt{A}}$ và định lý đã được chứng minh. ■

Cuối cùng, ta cũng nhận được đánh giá sai số bậc $\sqrt{\varepsilon}$ như đối với nghiệm chỉnh hóa xây dựng tổng quát bằng phép chỉnh hóa Tikhonov nhưng với điều kiện trên nghiệm chính xác dễ kiểm chứng hơn

Định lý 5 :

Giả sử nghiệm chính xác v_0 *của (1) tương ứng với* F_0 *ở vế phải nằm trong* $L^2(R)$ *và thỏa*

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{2k|t|^{2\gamma}} |\hat{v}_0(t)|^2 dt \leq \frac{E^2}{A}$$

và với

$$|F - F_0|_2 < \varepsilon.$$

Khi đó, tồn tại nghiệm chỉnh hóa v *của (1) sao cho*

$$|v - v_0|_2 \leq C\sqrt{\varepsilon}.$$

Chứng minh :

Với mỗi $\varepsilon > 0$, sao cho $\varepsilon \leq \min\left\{E.e^{-2k}, E.e^{-\frac{2(B+\beta)^2}{k}}\right\}$, đặt

$$a = \left(\frac{1}{2k}\ln\frac{E}{\varepsilon}\right)^{1/2\gamma}.$$

và đặt

$$v(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-a}^{a} \hat{F}(s)(\hat{\alpha}(s))^{-1} e^{its} ds$$

Với lưu ý rằng $(k+1)\sqrt{2a} \leq 2ak$, ta có

$$|v - v_0|_2^2 = \int_{|s|\leq a} \left|\frac{\hat{F}(s) - \hat{F}_0(s)}{\hat{\alpha}(s)}\right|^2 ds + \int_{|s|\geq a} |\hat{v}_0(s)|^2 ds$$

$$\leq \frac{1}{|\hat{\alpha}(a)|^2}\varepsilon^2 + \frac{1}{e^{2ka^{2\gamma}}} \int_{|s|\geq a} |\hat{v}_0(s)|^2 e^{2k|s|^{2\gamma}} ds \leq \frac{1}{A} a^{2\beta} e^{2Ba^{\gamma}} \varepsilon^2 + \frac{1}{e^{2ka^{2\gamma}}} \frac{E^2}{A}$$

$$\leq \frac{1}{A}\left[e^{2ka^{2\gamma}}\varepsilon^2 + \frac{E^2}{e^{2ka^{2\gamma}}}\right] \leq \frac{1}{A}\left[e^{2ka^{2\gamma}}\varepsilon^2 + \frac{E^2}{e^{2ka^{2\gamma}}}\right] \leq \frac{1}{A}\left[\frac{E}{\varepsilon}\varepsilon^2 + \frac{E^2}{E/\varepsilon}\right] \leq \frac{2}{A}E\varepsilon$$

Vậy

$$|v - v_0| \leq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{A}}\sqrt{E}\sqrt{\varepsilon}$$

và định lý đã được chứng minh. ■

Cuối cùng, lưu ý rằng bằng cách xây dựng nghiệm chỉnh hóa v bằng cách chặt cụt tích phân nêu trên, giá trị của v được hoàn toàn xác định bằng giá trị tại một dãy các điểm rời rạc trong R và điều này có ý nghĩa quan trọng trong việc tính toán bằng máy tính khi mà dữ kiện nhận được là các phép đo tại những điểm rời rạc. Khi đó, bằng cách đưa ra các giải thuật tính toán thích hợp, người ta có thể tính giá trị của nghiệm chỉnh hóa v tại các điểm rời rạc và nội, ngoại suy giá trị của v tại các điểm khác

Định lý 6 :

Với v *như trong định lý 1, 2, 3 thì* v *sẽ được biểu diễn bởi chuỗi số như sau :*

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} v\left(\frac{n\pi}{a}\right)\frac{\sin(ta - n\pi)}{ta - n\pi} \tag{6}$$

Chuỗi (6) hội tụ trong $L^2(R)$.

Chứng minh :

Do $\operatorname{supp}\hat{v} \subset [-a, a]$, ta có :

$$\hat{v}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_\gamma e^{\frac{-in\pi t}{a}}$$

với

$$c_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\pi}{a}\int_{-a}^{a}\hat{v}(t')e^{\frac{in\pi t'}{a}}dt' = \frac{\pi}{a}v\left(\frac{n\pi}{a}\right)$$

Vì vậy

$$\hat{v}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\pi}{a}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} v\left(\frac{n\pi}{a}\right)e^{\frac{-in\pi t}{a}}$$

và chuỗi (6) hội tụ trong L^2.

Từ đó suy ra

$$v(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-a}^{a}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\pi}{a}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} v\left(\frac{n\pi}{a}\right)e^{\frac{-in\pi s}{a}}e^{its}ds = \frac{1}{2a}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} v\left(\frac{n\pi}{a}\right)\int_{-a}^{a}e^{\frac{-in\pi s}{a}+its}ds$$

$$= \frac{1}{2a}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} v\left(\frac{n\pi}{a}\right)\int_{-a}^{a}e^{is\left(t-\frac{n\pi}{a}\right)}ds = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} v\left(\frac{n\pi}{a}\right)\frac{\sin(ta - n\pi)}{ta - n\pi}$$

Vậy định lý đã được chứng minh. ■

REGULARIZATION OF A CLASS OF CONVOLUTIONAL EQUATIONS BY THE METHOD OF TRUNCATED INTEGRATION

Tran Thi Le, Pham Hoang Quan, Dinh Ngoc Thanh, Pham Hoang Uyen

ABSTRACT:

A class of convolutional equations from important inverse problems for the heat equations is considered. The problem is ill-posed and regularized solutions are constructed by the method of truncated integration. Under the appropriate information on the smoothness of the exact solution, some error estimates are derived.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] D. D. Ang, Alain Pham N.D. and D. N. Thanh, *An Inverse Stefan Problem : Identification Of Boundary Value*, Journal of Computational Mathematics, **66** (1996) 75 – 84.

[2] D. D. Ang, Alain Pham N.D. and D. N. Thanh, *Regularization Of An Inverse Stefan Problem*, Journal of Differential and Integral Equations, vol. **9**, (1996), 371 – 380.

[3] N. Cam, P. H. Quan, *Regularization Of A One Dimensional Inverse Stefan Problem By The Method Of Truncated Integration*, Journal - Science and Technology Development (to appear).

[4] N. Cam và P. H. Quân, *Xác định thông lượng nhiệt bề mặt cho bài toán Stefan ngược một chiều bằng phương pháp chặt cụt tích phân*, Thông tin khoa học ĐHSP Tp. HCM, (to appear).

[5] T. T. Le and M. P. Navarro, *More on surface temperature determination from borehole measurements : Regularization and error estimates*, Int. J. of Math. and Math. Sci. (1995).

[6] T. T. Le and M. P. Navarro, *More on surface temperature determination*, Proceedings, Int. Conf. Appl. Analysis, Hanoi, 1993.

[7] N. V. Nhan and N. Cam, *The Backward heat equation : Regularization by analytic functions*, Abstract, International Conference on Complex analysis and Applications, Hanoi September 24 –26 (1998), 9.