KHẢO SÁT DAO ĐỘNG CỦA TRỤC DAO PHAY CẦU KHI GIA CÔNG

Nguyễn Tuấn Kiệt, Lê Khánh Điền
Khoa Cơ khí, trường Đại học Bách Khoa - Đại học Quốc Gia TP. HCM
(Bài nhận ngày 08 tháng 02 năm 2002, hoàn chỉnh sửa chữa ngày 29 tháng 4 năm 2002)

TÓM TẮT: *Bài báo nhằm khảo sát dao động tự do của trục dao phay ngón trong môi trường liên tục vô hạn bậc tự do với mục đích xác định tần số riêng nhằm tránh cộng hưởng và nâng cao chất lượng gia công cơ.*

I. Đặt vấn đề:

Các mục đích của bài toán khảo sát động lực học bao gồm:
- Xác định các nguyên nhân sinh ra chuyển động.
- Quan hệ giữa lực và chuyển vị.
- Dao động của hệ thống máy, trục dao và phôi.

Trong phạm vi chuyên đề này, ta chỉ nghiên cứu về dao động tự do của dụng cụ cắt, xác định tần số riêng nhằm tránh cộng hưởng cho hệ thống, nâng cao chất lượng khi gia công.

II. Mô hình khảo sát:

Dao và trục chính của đa phần các máy CNC có dạng trục đứng (máy 3 trục) hay xiên (máy 5 trục). Để phù hợp với mô hình cắt và thuận tiện cho việc thí nghiệm tại xưởng với máy phay CNC Portbridge hiện có, ta chọn mô hình trục phay đứng với dao cầu dùng gia công tinh hay gia công các chi tiết phức tạp như trên hình 1 trang sau:

Trục dao có thể chia làm 5 đoạn như sau:

a/- Đầu dao là hình bán cầu, có bán kính R, gọi Z là số răng.

b/- Thân dao hình trụ.

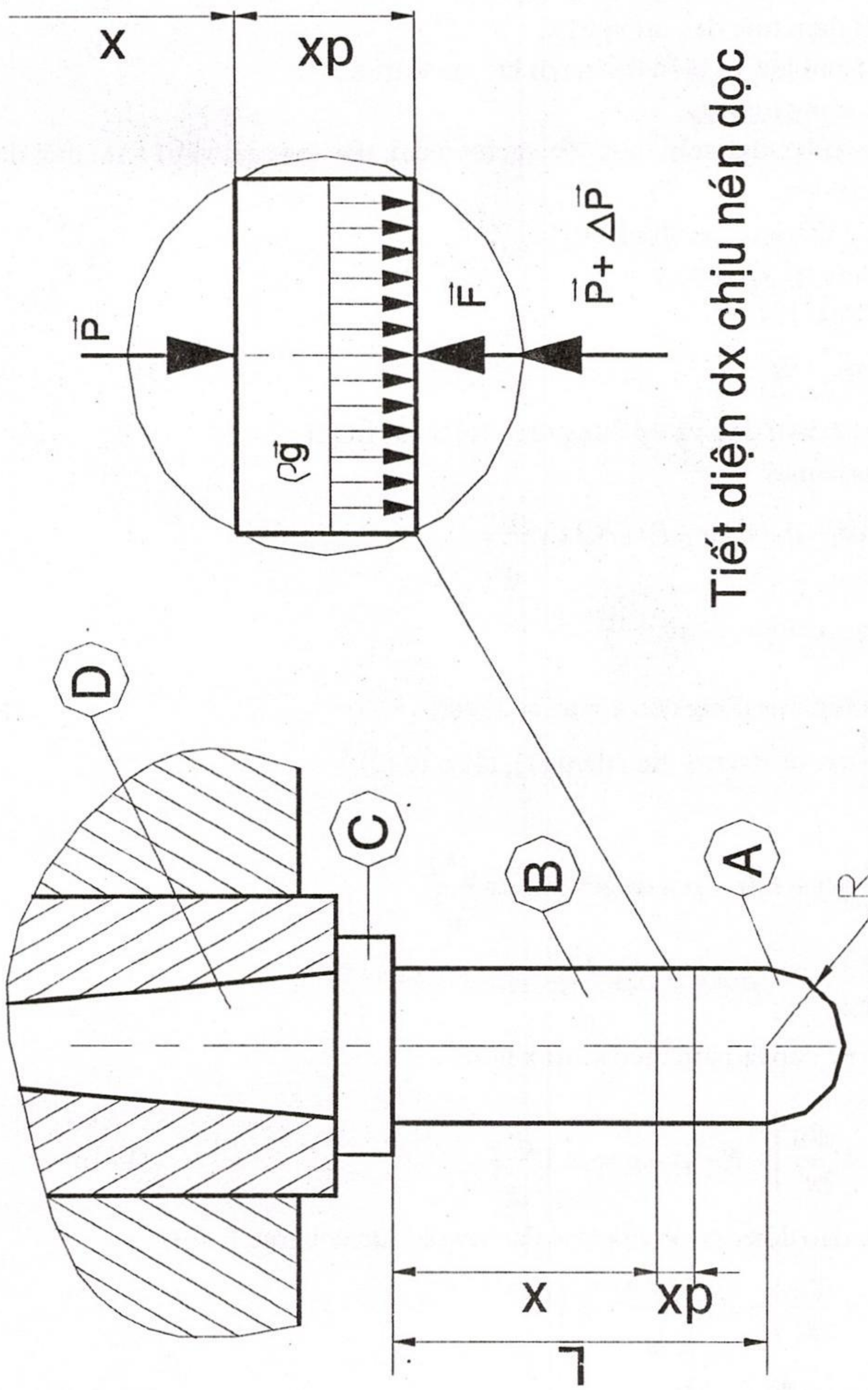
c/- Mặt bích đuôi và phần kẹp thay dao.

d/- Phần chuôi cône: ăn cone Morse với lổ trục chính, ta chỉ xét phần console của trục dao.

Tất cả các phần trên đều console, và phần thân máy được xem như là cứng vững tuyệt đối thì mô hình dao và trục chính có dạng như một dầm console thẳng đứng, có ngàm cố định ở đầu trên, gọi:

A(x) là tiết diện của dao tại vị trí x trong hệ trục Ox có chiều dương hướng xuống như hình vẽ.

Trong khi gia công trục dao chịu nén, uốn và xoắn. Ta xét theo [1] từng trường hợp chịu ứng suất và kết quả là cộng tác dụng của các trường hợp chịu lực trên.



Hình 1: Kết cấu dao phay ngón có đầu hình cầu

III. Dao động do nén dọc trục dao:

A. Khảo sát:

Ta xem như trục, dao đang làm việc trong miền đàn hồi với các giá trị sau:

- E: module đàn hồi Young của vật liệu.
- A(x): Tiết diện trục dao tại vị trí x.
- P và dP là nội lực và biến thiên nội lực tại vị trí x .
- g: gia tốc trọng trường.
- F(x,t): ngoại lực tính trên một đơn vị chiều dài, tác dụng tại ví trí x tại thời điểm t.
- σ: ứng suất dọc.
- ρ: khối lương riêng của dụng cụ
- u: chuyển vị tại vị trí x.

Theo trang 150 [1] ta có:

Nội lực $P = \sigma A = EA\,\frac{\partial u}{\partial x}$ (1)

Xét trên hình.2 dưới đây và áp dụng định luật Newton II

$\Sigma F = ma = mu''$

$$(P + dP) + Fdx - \rho.A.dx.g - P = \rho.A.dx.\frac{d^2u}{dt^2}$$

$$dP + Fdx - \rho.A.dx.g = \rho.A.dx.\frac{d^2u}{dt^2} \qquad (2)$$

Trong đó gia tốc dao động dọc $a = u'' = d^2u/dt^2$

Với $dP = \frac{\partial P}{\partial x}dx$ và P được tính theo (1), ta có từ (2):

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x}\left(EA\frac{\partial u}{\partial x}\right)dx + Fdx - \rho.A.dx.g = \rho.A.dx.\frac{d^2u}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x}\left(EA\frac{\partial u}{\partial x}\right) + F - \rho.A.g = \rho.A.\frac{d^2u}{dt^2}$$

A tiết diện trục dao là hàm theo vị trí x nên

$$E\left(\frac{\partial A}{\partial x}.\frac{\partial u}{\partial x} + A.\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) + F - \rho.A.g = \rho.A.\frac{d^2u}{dt^2} \qquad (3)$$

Phương trình dao động tự do của trục dao (ngoại lực dọc trục F = 0)

$$E\left(\frac{\partial A}{\partial x}.\frac{\partial u}{\partial x} + A.\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) = \rho.A\left(\frac{d^2u}{dt^2} + g\right)$$

$$C^2\left(\frac{1}{A}.\frac{\partial A}{\partial x}.\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) = \frac{d^2u}{dt^2} + g \qquad (4)$$

Trong đó $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ = hằng số.

Các phương trình (3), (4) là các phương trình bậc 2 theo 2 biến độc lập là vị trí x và thời gian t. Vì bậc cao nhất của các phương trình trên là 2 nên ta cần xác định 2 điều kiện biên và 2 điều kiện ban đầu để tìm lời giải của chuyển vị u(x,t).

Điều kiện đầu lúc t = 0:

Chuyển vị u(x,0) = 0

Vận tốc $\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 0$

Điều kiện biên tại x = 0 tại ngàm độ cứng vững cao nên:

Chuyển vị u(0,t) = 0

Vận tốc $\frac{\partial u}{\partial t}(0,t) = 0$

B. Giải phương trình:

Phương trình (4) có thể giải bằng phương pháp biến số phân ly, đặt U(x) và T(t) là 2 hàm đơn biến, đặt:

u(x,t) = U(x).T(t)

Ta có các vi phân:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = T\frac{\partial U}{\partial x} \quad , \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = T\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = U\frac{\partial T}{\partial t} \quad , \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = U\frac{\partial^2 T}{\partial t^2}$$

Thay thế các vi phân trên vào (4) ta có:

$$c^2\left(\frac{1}{A}.\frac{\partial A}{\partial x}.T\frac{\partial U}{\partial x} + T\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) = U\frac{d^2U}{dt^2} + g$$

$$\frac{c^2}{U}\left(\frac{1}{A}.\frac{\partial A}{\partial x}.\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) = \frac{1}{T}\frac{d^2T}{dt^2} + \frac{g}{UT} \qquad (5)$$

Nếu xem gia tốc trọng trường g không đáng kể để bài toán được đơn giản hơn thì:

$$\frac{c^2}{U}\left(\frac{1}{A}.\frac{\partial A}{\partial x}.\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) = \frac{1}{T}\frac{d^2T}{dt^2} \qquad (6)$$

Theo [1] thì (6) là phương trình vi phân của 2 biến phân ly độc lập x và t và có thể đặt :

$$\frac{c^2}{U}\left(\frac{1}{A}.\frac{\partial A}{\partial x}.\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) = \frac{1}{T}\frac{d^2T}{dt^2} = a = \text{hằng số}$$

Tách thành 2 hệ phương trình:

$$\frac{c^2}{U}\left(\frac{1}{A}.\frac{\partial A}{\partial x}.\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) = a \qquad (7)$$

$$\frac{1}{T}\frac{d^2T}{dt^2} = a \qquad (8)$$

$$(7) \Rightarrow \left(\frac{1}{A}.\frac{\partial A}{\partial x}.\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) - \frac{aU}{c^2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{1}{A}.\frac{\partial A}{\partial x}.\frac{\partial U}{\partial x}-\frac{aU}{c^2}=0 \qquad (9)$$

Xét các phần cán và chuôi (đoạn a, b) trên hình 1 có tiết diện A = hằng số nên $\frac{\partial A}{\partial x}=0$, đồng thời theo (1) thì hằng số a luôn luôn âm nên đặt a= $-\omega^2$, ta có:

$$(9)\Rightarrow \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\omega^2 U}{c^2}=0 \qquad (10)$$

Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân (10) có dạng

$$U(x)=(C_1\cos(\frac{\omega x}{c})+C_2\sin(\frac{\omega x}{c}))(C_3\cos(\omega t)+C_4\sin(\omega t)) \qquad (11)$$

Với các điều kiện biên U(0) = 0 tại đầu ngàm, ta xác định được hằng số $C_1 = 0$

U(l)=0 do đầu dao không có chuyển vị khi không chịu lực trong dao động tự do nên $C_2\sin(\frac{\omega l}{c})=0$.

Vì U(x) là nghiệm tổng quát nên C_2 không thể triệt tiêu do đó:

ω.l/c = kπ, k là số nguyên dương k = 1, 2, 3 ... Vậy ω là một dãy tần số theo k gọi là dãy tần số riêng hay tần sô đặc trưng ω_k riêng.

Khi k = 1 ta có tần số riêng cơ sở :

Vậy tần số đặc trưng $\omega_k=\frac{k\pi c}{l}$ và tần số riêng cơ sở $\omega_1=\frac{\pi}{l}\sqrt{\frac{E}{\rho}}$

Theo [2] thì:

-Module đàn hồi của vật liệu dao là thép hợp kim khoảng E = $2,2.10^{-5}$ N/cm^2 = $2,2.10^{-1}$ N/m^2.

-Khối lượng riêng dụng cụ thép ρ = 7,8 Kg/dm^3 = $7,8.10^3$ Kg/m^3.

-Chiều dài phần trụ của dao cầu Φ20 là l = 156 mm.

Khi đó tần số cơ sở của phần thân trụ dao trong dao động dọc là:

$$\omega_1=\frac{\pi}{l}\sqrt{\frac{E}{\rho}}=\omega_1=\frac{3.1416}{0,156}\sqrt{\frac{2,2.10^{-1}}{7,8.10^3}}=0.1069\frac{rad}{s}$$

IV Dao động xoắn trục dao:

A. Khảo sát:

Ta xem như trục, dao đang làm việc trong miền đàn hồi với các giá trị sau:

- G: module trượt của vật liệu.
- J(x): là moment cực trục dao tại vị trí x.
- M và dM là moment xoắn nội lực và biến thiên moment nội lực tại vị trí x .
- g: gia tốc trọng trường.
- m(x,t) là moment ngoại lực tác dụng tại ví trí x tại thời điểm t.
- ρ: Khối lương riêng của dụng cụ.
- θ: chuyển vị xoắn tại vị trí x.

Theo [1] ta có:

Moment xoắn nội lực $M = GJ(x)\ \frac{\partial \theta}{\partial x}$ (12)

Xét trên hình 2 dưới đây và áp dụng moment cho chuyển động quay

$\Sigma M = J\theta''$

$$(M + dM) + mdx - M = I_0.dx.\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$dM + mdx = I_0.dx.\frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{13}$$

Trong đó gia tốc dao động xoắn $\theta'' = d^2\theta/dt^2$

Với $dM = \dfrac{\partial M}{\partial x}dx$ và M được tính theo (1), ta có từ (2):

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x}\left(GJ(x)\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)dx + mdx = I_0.dx.\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x}\left(GJ(x)\frac{\partial\theta}{\partial x}\right) + m = I_0.\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

J(x) là moment cực trục dao là hàm theo vị trí x nên

$$G\left(\frac{\partial J}{\partial x}.\frac{\partial\theta}{\partial x} + J.\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}\right) + m = I_0\frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{14}$$

Phương trình dao động tự do của trục dao (ngoại lực dọc trục F=0)

$$G\left(\frac{\partial J}{\partial x}.\frac{\partial\theta}{\partial x} + J.\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}\right) = \rho.J.\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$c^2\left(\frac{1}{J}.\frac{\partial J}{\partial x}.\frac{\partial\theta}{\partial x} + \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{15}$$

Trong đó $c = \sqrt{\dfrac{G}{\rho}}$ = hằng số.

Các phương trình (14), (15) là các phương trình bậc 2 theo 2 biến độc lập là vị trí x và thời gian t. Vì bậc cao nhất của các phương trình trên là 2 nên ta cần xcác định 2 điều kiện biên và 2 điều kiện ban đầu để tìm lời giải của chuyển vị θ(x,t).

Điều kiện đầu lúc t = 0:

Chuyển vị $\theta(x,0) = 0$

Vận tốc $\dfrac{\partial\theta}{\partial t}(x,0) = 0$

Điều kiện biên tại x = 0 tại ngàm độ cứng vững cao nên

Chuyển vị $\theta(0,t) = 0$

Vận tốc $\dfrac{\partial\theta}{\partial t}(0,t) = 0$

B. Giải phương trình:

Phương trình (15) có thể giải bằng phương pháp biến số phân ly, đặt Φ (x) và T(t) là 2 hàm đơn biến, đặt:

$\theta(x,t) = \Phi(x).T(t)$

Ta có các vi phân:

$$\frac{\partial\theta}{\partial x}=T\frac{\partial\Phi}{\partial x} \quad , \quad \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}=T\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\Phi\frac{\partial T}{\partial t} \quad , \quad \frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}=\Phi\frac{\partial^2 T}{\partial t^2}$$

Thay thế các vi phân trên vào (4) ta có:

$$c^2\left(\frac{1}{J}.\frac{\partial J}{\partial x}.T\frac{\partial\Phi}{\partial x}+T\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)=\Phi\frac{d^2\Phi}{dt^2}$$

$$\frac{c^2}{\Phi}\left(\frac{1}{J}.\frac{\partial J}{\partial x}.\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)=\frac{1}{T}\frac{d^2T}{dt^2} \qquad (16)$$

Theo [1] thì (16) là phương trình vi phân của 2 biến phân ly độc lập x và t nên ta có thể đặt:

$$\frac{c^2}{\Phi}\left(\frac{1}{J}.\frac{\partial J}{\partial x}.\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)=\frac{1}{T}\frac{d^2T}{dt^2}=a=\text{hằng số}$$

Tách thành 2 hệ phương trình:

$$\frac{c^2}{\Phi}\left(\frac{1}{J}.\frac{\partial J}{\partial x}.\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)=a \qquad (17)$$

$$\frac{1}{T}\frac{d^2T}{dt^2}=a \qquad (18)$$

$$(17)\Rightarrow\left(\frac{1}{J}.\frac{\partial J}{\partial x}.\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)-\frac{a\Phi}{c^2}=0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{1}{J}.\frac{\partial J}{\partial x}.\frac{\partial\Phi}{\partial x}-\frac{a\Phi}{c^2}=0 \qquad (19)$$

Xét các phần cán và chuôi (đoạn a, b) trên hình 1 có tiết diện tròn, J = hằng số nên $\frac{\partial J}{\partial x}=0$, đồng thời theo [1] thì hằng số a luôn luôn âm nên đặt $a=-\omega^2$, ta có:

$$(19)\Rightarrow \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\omega^2\Phi}{c^2}=0 \qquad (20)$$

Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân (20) có dạng

$$\Phi(x)=C_1\cos\left(\frac{\omega x}{c}\right)+C_2\sin\left(\frac{\omega x}{c}\right) \qquad (21)$$

Với các điều kiện biên $\Phi(0)=0$ đầu ngàm, ta xác định được hằng số $C_1=0$

$\Phi(l)=0$ (đầu dao không chuyển vị khi không chịu lực trong dao động tự do) nên $C_2\sin\left(\frac{\omega l}{c}\right)=0$.

Vì $\Phi(x)$ là nghiệm tổng quát nên C_2 không thể triệt tiêu do đó:

$\omega.l/c=k\pi$, với k là số nguyên dương k = 1, 2, 3 ...

Vậy ω là một dãy tần số theo k gọi là dãy tần số riêng hay tần số đặc trưng ω_k riêng k = 1 ta có tần số riêng cơ sở:

Tần số đặc trưng riêng $\omega_k = \frac{k\pi c}{l}$ và tấn số riêng cơ sở $\omega_1 = \frac{\pi}{l}\sqrt{\frac{G}{\rho}}$

Theo [2] thì:

-Module trượt của vật liệu dao là thép hợp kim khoảng G=8,1.10^{-4}N/cm^2=8,1N/m^2

-Khối lượng riêng ρ=7,8Kg/dm^3=7,8.10^{3}Kg/m^3

-Chiều dài phần trụ của dao cầu Φ20 là l=156mm

Khi đó tần số cơ sở của phần thân trụ dao trong dao động xoắn là:

$$\omega_1 = \frac{\pi}{l}\sqrt{\frac{G}{\rho}} = \omega_1 = \frac{3.1416}{0,156}\sqrt{\frac{8,1}{7,8.10^3}} = 0.6489\frac{rad}{s}$$

V. Dao động uốn trục dao:

A. Khảo sát:

Gọi Q là lực cắt và M là moment nội lực uốn tại tiết diện đang xét ta có theo [1] :

Phương trình cân bằng lực tiết diện phân tố nhỏ:

$$-(Q+dQ)+f(x,t).dx-Q=\rho A(x).dx.\frac{d^2W}{dt^2}$$

Phương trình cân bằng moment: $(M+dM)+(Q+dQ)dx+f(x,t).dx.\frac{dx}{2}=M=0$ (22)

Với $dM=\frac{\partial M}{\partial x}dx$ và $dQ=\frac{\partial Q}{\partial x}dx$

Ta có thể viết gọn lại thành hệ phương trình như sau:

$$\Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial x}(x,t)+f(x,t)=\rho A(x).dx.\frac{d^2W}{dt^2}(x,t$$

$$\Rightarrow \frac{\partial M}{\partial x}(x,t)-Q(x)=0$$

Dùng quan hệ $Q=\frac{\partial M}{\partial x}$, đặt $c=\sqrt{\frac{EJ}{\rho A}}$ (23)

Phương trình dao dộng tự do của trục dao (ngoại lực dọc trục F=0) là

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EJ(x)\frac{\partial^2 W}{\partial^2 x}\right)-\rho A(x)\frac{\partial^2 W}{\partial^2 t}(x,t)=f(x,t) \quad (24)$$

Với tiết diện trục dao không đổi ta có:

$$EJ(x)\frac{\partial^4 W}{\partial^4 x}-\rho A\frac{\partial^2 W}{\partial^2 t}(x,t)=f(x,t) \quad (25)$$

Phương trình dao động tự do của trục này:

$$EJ(x)\frac{\partial^4 W}{\partial^4 x}-\rho A\frac{\partial^2 W}{\partial^2 t}(x,t)=0 \quad (26)$$

Các phương trình (25), (26) là các phương trình bậc 2 theo 2 biến độc lập là vị trí x và thời gian t. Vì bậc cao nhất của các phương trình trên là 2 nên ta cần xác định 2 điều kiện biên và 2 điều kiện ban đầu để tìm lời giải của w(x,t).

Điều kiện đầu lúc t=0 :

Chuyển vị w(x, 0)=0

Vận tốc $\frac{\partial W}{\partial t}(x,0) = 0$

Điều kiện biên tại x=0 phần ngàm vào lỗ cône coi như cứng vững tuyệt đối nên

Chuyển vị w(0,t)=0

Vận tốc $\frac{\partial W}{\partial t}(0,t) = 0$

B. Giải phương trình:

Phương trình (26) có thể giải bằng phương pháp biến số phân ly, nghiệm tổng quát của phương trình vi phân (26) có dạng

$$W(x) = C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x + C_3 \cosh \beta x + C_4 \sinh \beta x \qquad (27)$$

Phương trình (27) tương đối phức tạp hơn các phương trình (11) cho dao động nén dọc và phương trình (15) cho dao động xoắn, các hằng số C_1, C_2, C_3, C_4, xác định nhờ các điều kiện biên.

VI. Kết luận:

Khi tổng hợp 3 tình trạng chịu nén, xoắn và uốn theo nguyên lý công tác dụng, trục sẽ có 3 phương trình dao động riêng và một dãy tần số riêng rộng cho cả 3 loại dao động nén xoắn và uốn.

INVESTIGATION OF VIBRATION OF SPHERAL END MILLING CUTTING TOOL IN MACHINING

Nguyen Tuan Kiet & Le Khanh Dien
University of Technology -- Viet Nam National University HCMC

ABSTRACT: This paper investigates the vibration of spheral end milling cutting tool in machining of continuous systems –system of infinite degrees of freedom to specify natural frequency, the eigen value for performing the quality of machined surface.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Singiresu S. Rao, *Mechanical Vibration 3rd edition*, World student series 1995
[2] Hung V. Vu, *Dynamic systems* McGraw-Hill 1998
[3] Esfan Diari, R.S. *Applied Mathematics for Engineers*, Mc Graw _ Hill Newyork 1995