

# ỨNG DỤNG PHÉP BIẾN ĐỔI FOURIER ĐỔI VỚI XUNG ĐIỆN ÁP THAO TÁC

Hồ Văn Nhật Chương

Trường Đại Học Kỹ Thuật

(Bài nhận ngày 12/12 / 1998)

**TÓM TẮT:** Cho đến nay, trong lĩnh vực kỹ thuật điện áp cao cũng như trong lĩnh vực đo lường điện áp cao, khi nghiên cứu *phổ tần số* của xung điện áp cao người ta thường chỉ quan tâm nhiều đến dạng sóng xung điện áp sét mà không quan tâm đến xung điện áp thao tác (có chăng, chỉ duy nhất một dạng sóng 250/2500  $\mu s$ ) và sử dụng phép biến đổi Fourier thuận kinh điển thông qua hai phổ tần số: *phổ tần số biên độ* và *phổ tần số pha*. Bài báo này, lần đầu tiên, nghiên cứu *phổ tần số* dựa trên phép biến đổi Fourier ngược. Từ đó, nhận được một vài kết quả thú vị.

## 1. MỞ ĐẦU

Phù hợp với lý thuyết mạng điện tuyến tính [1], [2], [3], tác động của một hàm điện áp  $f(t)$  không liên tục có thể được thay thế bởi tổng của những số hạng vô hạn của các giao động điện áp sin và không sin dạng:

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty A(\omega) \cos(\omega t) d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty B(\omega) \sin(\omega t) d\omega, \quad (1)$$

ở đây:  $t$  - là thời gian;

$\omega$  - là tần số góc;

$A(\omega), B(\omega)$  - là các hàm được xác định như sau:

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos(\omega t) dt, \quad B(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \sin(\omega t) dt. \quad (2)$$

Trong đó:  $\frac{1}{\pi} A(\omega) d\omega$ ,  $\frac{1}{\pi} B(\omega) d\omega$  là biên độ và  $\cos \omega t$ ,  $\sin \omega t$  là hàm của argument  $\omega t$ . Dĩ nhiên hàm  $f(t)$  phải thỏa điều kiện Dirichlet.

Đặt  $F(\omega) = A(\omega) \cos \omega t + B(\omega) \sin \omega t$ ,  
biểu thức (1) viết lại:

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty F(\omega) d\omega. \quad (4)$$

Như vậy  $F(\omega)$  là *phổ tần số biên độ* của hàm điện áp  $f(t)$ .

2. Nghiên cứu phổ tần số – biên độ của xung điện áp thao tác không chu kỳ:

Như đã biết, biểu thức toán học đặc trưng dạng sóng xung điện áp thao tác không chu kỳ được sử dụng rộng rãi trong lĩnh vực kỹ thuật điện áp cao có dạng [4]:

$$f(t) = U \left( e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right), \quad (5)$$

Ở đây:  $U$  - là hằng số, có thứ nguyên là điện áp;

$\tau_1 > 0$ ,  $\tau_2 > 0$  - là các thêng số, có thứ nguyên là thời gian, xác định sự thay đổi của hàm  $f(t)$  theo thời gian.  $\tau_1 > \tau_2$ .

Với hàm điện áp  $f(t)$  (5), theo [5] các biểu thức (2) có thể viết lại:

$$A(\omega) = U \left( \frac{\tau_1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} - \frac{\tau_2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \right); \quad B(\omega) = U \left( \frac{\omega \tau_1^2}{1 + \omega^2 \tau_1^2} - \frac{\omega \tau_2^2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \right). \quad (6)$$

Do đó:

$$\begin{aligned} f(t) = & \frac{U}{\pi} \int_0^\infty \left( \frac{\tau_1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} - \frac{\tau_2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \right) \cos(\omega t) d\omega + \\ & + \frac{U}{\pi} \int_0^\infty \left( \frac{\omega \tau_1^2}{1 + \omega^2 \tau_1^2} - \frac{\omega \tau_2^2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \right) \sin(\omega t) d\omega. \end{aligned} \quad (7)$$

và

$$\begin{aligned} F(\omega) = & U \left[ \left( \frac{\tau_1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} - \frac{\tau_2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \right) \cos \omega t \right] + \\ & + U \left[ \left( \frac{\omega \tau_1^2}{1 + \omega^2 \tau_1^2} - \frac{\omega \tau_2^2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \right) \sin \omega t \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Thông thường, *phổ tần số – biên độ* được khảo sát theo quan hệ với  $F(0)$ , trong đó  $F(0) = F(\omega)_{\omega \rightarrow 0}$ . Có nghĩa là:

$$\begin{aligned} F^*(\omega) &= \frac{F(\omega)}{F(0)} \\ &= (\tau_1 - \tau_2)^{-1} \left[ \left( \frac{\tau_1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} - \frac{\tau_2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \right) \cos \omega t + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\omega \tau_1^2}{1 + \omega^2 \tau_1^2} - \frac{\omega \tau_2^2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \right) \sin \omega t \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Cũng nên để ý rằng, trong lĩnh vực kỹ thuật điện áp cao cũng như trong lĩnh vực đo lường điện áp cao, tất cả các tài liệu (chẳng hạn [4], [5], [6], [7], [8],...) khi nghiên cứu

đến *phổ tần số* của xung điện áp thường chỉ quan tâm đến dạng sóng xung điện áp sét mà không quan tâm nhiều đến xung điện áp thao tác (có chăng, chỉ duy nhất một dạng sóng 250/2500  $\mu s$  [4]) và sử dụng phép biến đổi Fourier thuận kinh điển thông qua hai *phổ tần số: phổ tần số biên độ và phổ tần số pha*.

Theo [9] và [10] thì thời gian đầu sóng  $T_{ns}$  của xung sẽ là:

$$200\mu s \leq T_{ns} \leq 300\mu s ; \quad (10)$$

và thời gian sóng  $T_s$ :

$$1000\mu s \leq T_s \leq 4000\mu s . \quad (11)$$

Như vậy, từ (10), (11) các thông số  $T_{ns}$ ,  $T_s$  - xác định dạng của sóng xung thao tác không chu kỳ chuẩn theo thời gian - sẽ cho một "họ" cặp thông số hoàn toàn khác với cặp thông số 250/2500  $\mu s$  mà trong tất cả các tài liệu đã thực hiện. Hơn nữa, bài báo này nghiên cứu phổ tần số - biên độ của sóng xung điện áp thao tác không chu kỳ chuẩn, thay đổi trong khoảng cho phép của [9] và [10] dựa trên biến đổi Fourier ngược  $F^*(\omega)$ . Các giá trị của các thông số  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ , tương ứng với một cặp thông số nào đó của  $T_{ns}$ ,  $T_s$  của sóng xung thao tác, được xác định với độ chính xác cao theo [11].

Để phân tích phổ tần số - biên độ  $F^*(\omega)$  và so sánh nó với phổ tần số của xung điện áp thường được thực hiện trong các tài liệu (xem [5]), cần phải xác định khái niệm đã biết về phổ tần số biên độ và phổ tần số pha của xung điện áp này.

Theo truyền thống, đối với một xung điện áp  $f(t)$  người ta xác định biến đổi Fourier thuận dưới dạng phức:

$$F(j\omega) = \int_0^\infty e^{-j\omega t} f(t) dt , \quad (12)$$

ở đây:  $F(j\omega) = a(\omega) + jb(\omega)$ . Như vậy, *phổ tần số biên độ* và *phổ tần số pha* của xung (bản chất là dựa vào biến đổi Fourier thuận) lần lượt sẽ là  $F_0(\omega) = |F(j\omega)| / |F(j\omega)|_{\omega=0}$  và  $\varphi(\omega) = \arctan[b(\omega)/a(\omega)]$ .

Với  $f(t)$  là (5) thì (12) trở thành:

$$F(j\omega) = U \left[ \left( \frac{\tau_1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} - \frac{\tau_2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \right) - j \left( \frac{\omega \tau_1^2}{1 + \omega^2 \tau_1^2} - \frac{\omega \tau_2^2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \right) \right], \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{hay } F_0(\omega) &= \frac{F(j\omega)}{F(j\omega)_{\omega=0}} = a(\omega) + jb(\omega) = \\ &= (\tau_1 - \tau_2)^{-1} \left[ \left( \frac{\tau_1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} - \frac{\tau_2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \right) - j \left( \frac{\omega \tau_1^2}{1 + \omega^2 \tau_1^2} - \frac{\omega \tau_2^2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

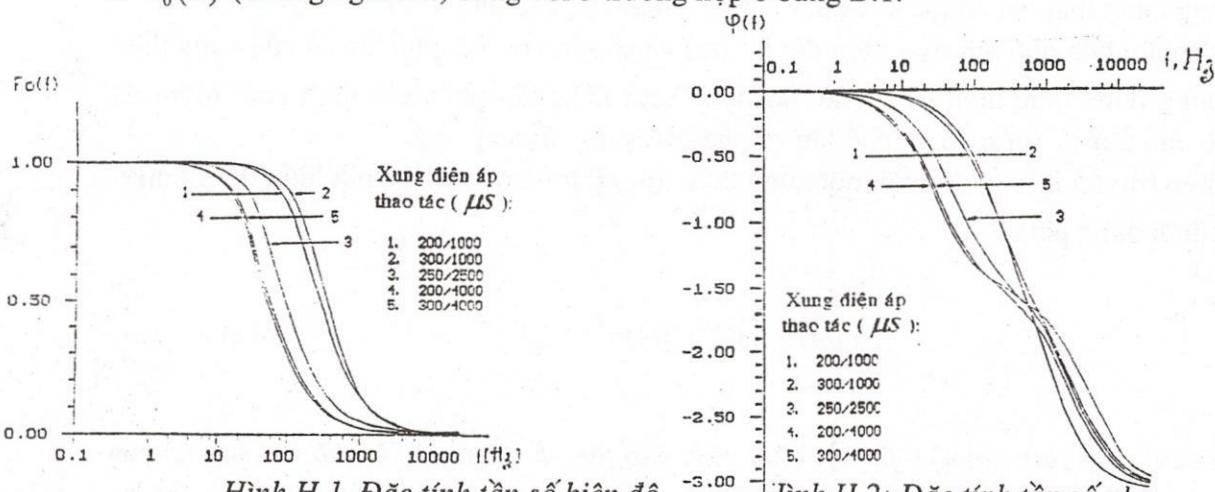
Tính toán  $F^*(\omega)$  theo tần số  $f = \omega/2\pi$  được thực hiện trên máy tính đối với các cặp thông số  $T_{ns}$ ,  $T_s$ . Trong bảng B.1 chỉ ghi lại các cặp thông số tiêu biểu:

Bảng B.1: Các cặp thông số tính toán tiêu biểu

| TT | $T_{ns} (\mu s)$ | $T_s (\mu s)$ | $\tau_1 (\mu s)$ | $\tau_2 (\mu s)$ |
|----|------------------|---------------|------------------|------------------|
| 01 | 200              | 1000          | 1052,0838291533  | 68,4256957759    |
| 02 | 300              | 1000          | 782,7149882987   | 144,9524592988   |
| 03 | 250              | 2500          | 3155,0154904611  | 62,4829004246    |
| 04 | 200              | 4000          | 5423,5299759135  | 40,5431925653    |
| 05 | 300              | 4000          | 5238,9298352746  | 68,2027173159    |

Mỗi một cặp thông số  $T_{ns}$ ,  $T_s$ , chúng tôi tính  $F^*(\omega)$  trong vùng tần số  $0 \leq f \leq 30000 Hz$  với bước nhảy  $1 Hz$  ứng với 3 trường hợp  $t = T_{ns}$ ,  $T_{ns}/2$  và  $T_s$ . Đối với  $F_0(\omega)$  và  $\varphi(\omega)$  cũng được tính trong vùng tần số nêu trên với bước nhảy  $1 Hz$ .

Trên hình H.1 và hình H.2, xây dựng họ đường cong phổ tần số biên độ  $F_0(\omega)$  và phổ tần số pha  $\varphi(\omega)$  theo (14) trong 5 trường hợp ở bảng B.1. Trên hình H.3, hình H.4 và hình H.5 xây dựng họ đường cong phổ tần số - biên độ  $F^*(\omega)$  (9) (đường liền nét) và  $F_0(\omega)$  (đường ngắt nét) cũng với 5 trường hợp ở bảng B.1.



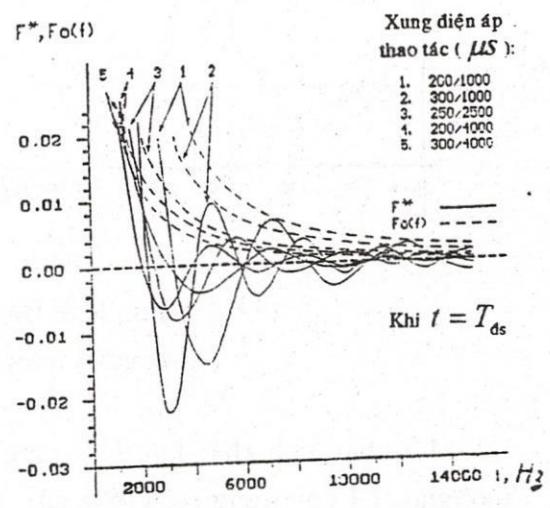
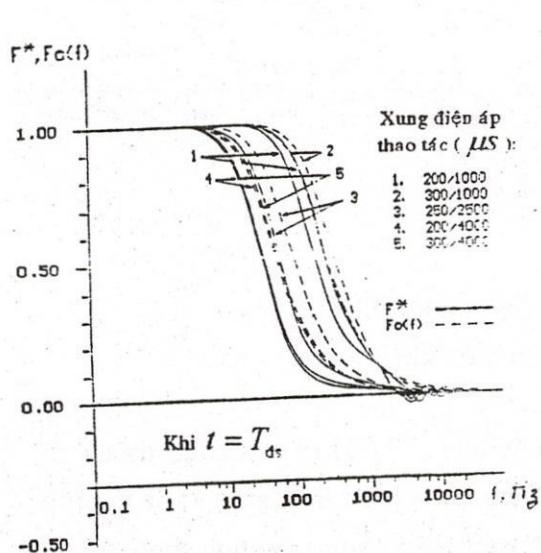
Theo đó, chúng tôi nhận thấy rằng tất cả các đường cong  $F^*(\omega)$  xuất phát từ 1 và giảm dần khi tần số tăng. Ở bất kỳ tại một tần số nào đó, luôn luôn nhận được quan hệ:

$$F^*(\omega) < F_0(\omega). \quad (15)$$

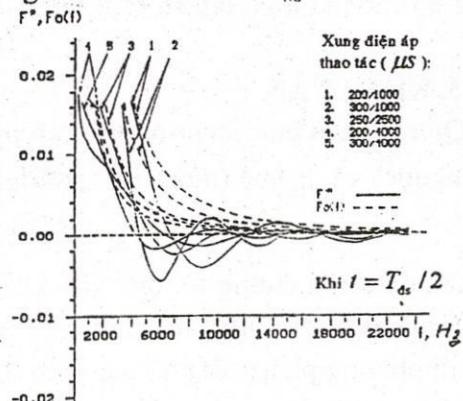
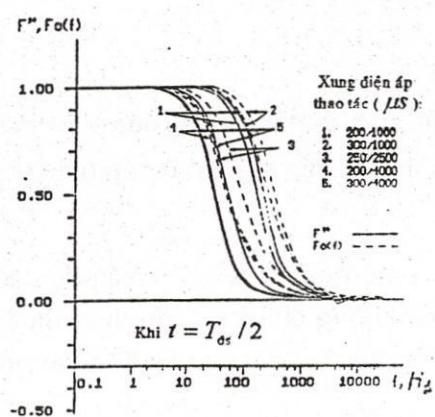
Ngoài ra, các đường cong  $F^*(\omega)$  luôn luôn có đặt tính dao động và tiến dần về zero khi tần số tăng trong vùng tần số  $f \geq 2 kHz$  (Hình H.3 ứng với  $t = T_{ns}$ );  $f \geq 100 Hz$  (Hình H.4 ứng với  $t = T_{ns}/2$ ) và  $f \geq 4 kHz$  (Hình H.5 ứng với  $t = T_s$ ). So sánh các độ lệch cực đại của các dao động này (từ zero và theo giá trị tuyệt đối) với các giá trị của  $F_0(\omega)$  tại một tần số nào đó, (15) có thể viết lại:

$$|F^*(\omega)| < F_0(\omega). \quad (16)$$

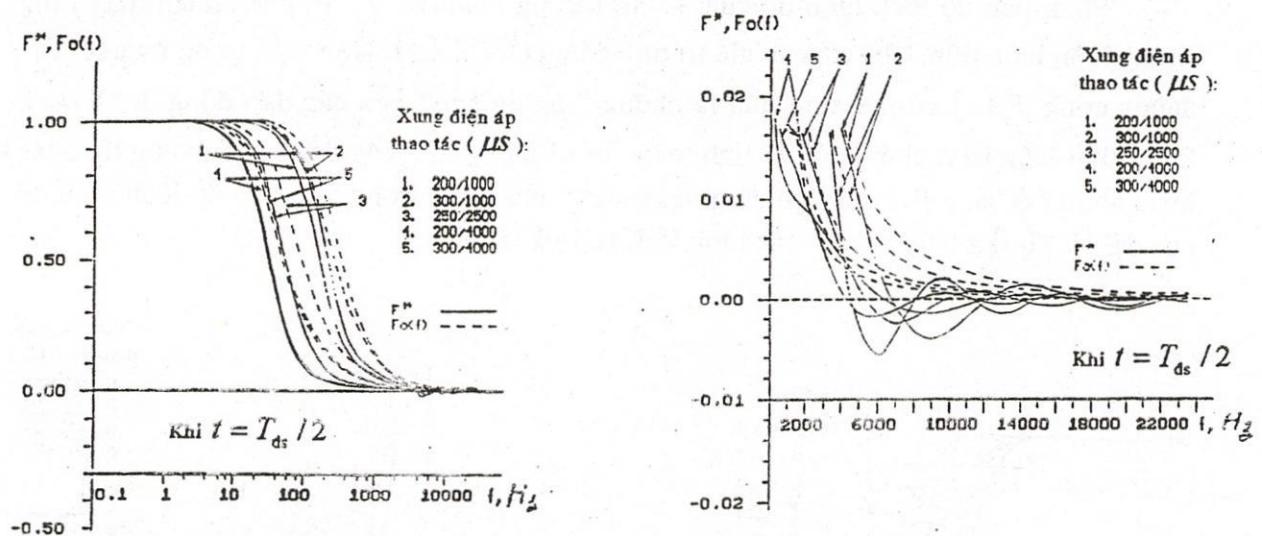
Phân tích độ lệch biên độ của  $F^*(\omega)$  trong phạm vi  $F^*(\omega) > 0$ , nhận thấy rằng chúng luôn luôn tiệm cận với các giá trị tương ứng của  $F_0(\omega)$ . Như vậy, trong thực tế, các đường cong  $F_0(\omega)$  có thể xem như là những “đường bao” của các dao động  $F^*(\omega) > 0$ . Để có kết luận này, chúng tôi đã tính toán với số lượng lớn các dạng sóng xung thao tác khác nhau (ở bảng B.1 chỉ là những dạng sóng tiêu biểu) trong vùng có độ lệch biên độ cực đại  $|F^*(\omega)| \geq 0,001$  (xem các hình H.3, H.4 và H.5).



Hình H.3. Đặc tính tần số – biên độ  $F^*(\omega)$   
ứng với 5 dạng sóng xung tiêu biếu khi  $t = T_{ns}$ .



Hình H.4. Đặc tính tần số – biên độ  $F^*(\omega)$   
ứng với 5 dạng sóng xung tiêu biếu khi  $t = T_{ns}/2$ .



Hình H.5. Đặc tính tần số – biên độ  $F^*(\omega)$   
ứng với 5 dạng sóng xung tiêu biểu khi  $t = T_s$ .

Một phân tích khác khi để ý rằng trong biểu thức của  $F^*(\omega)$  (9) có chứa thông số thời gian  $t$  [còn trong biểu thức của  $F_0(\omega)$  (14) không chứa biến thời gian  $t$ ]. Khi tăng thời gian  $t$  thì các dao động họa tần ( $\cos \omega t, \sin \omega t$ ) xuất hiện càng sớm hơn theo tần số và biên độ của các dao động này có giá trị lớn hơn.

Nghiên cứu các tính chất đặc thù của phổ của xung điện áp thao tác bằng phép biến đổi Fourier ngược cho phép giải thích hiện tượng dao động tiệm cận của hệ số tỷ lệ của hệ thống đo cao thế theo tần số [12].

### 3. KẾT LUẬN

a). Qua nghiên cứu nhận được quan hệ sau đây giữa phổ  $F^*(\omega)$  (dựa trên biến đổi Fourier ngược) và  $F_0(\omega)$  (dựa trên biến đổi Fourier thuận) của xung điện áp thao tác:

$$|F^*(\omega)| < F_0(\omega).$$

b). Lần đầu tiên chúng tôi đưa vào khảo sát khái niệm *phổ tần số - biên độ của biến đổi Fourier ngược* đối với các xung điện áp thao tác không chu kỳ. Điều này thuận tiện hơn so với phương pháp xét phổ dựa trên biến đổi Fourier thuận (sử dụng đến hai phổ chứ không phải một).

c). Qua nghiên cứu nhận thấy rằng phổ tần số - biên độ  $F^*(\omega)$  của sóng xung điện áp không chu kỳ có đặc tính dao động. Trong mặt phẳng dương của  $F^*(\omega)$ , có thể xem phổ tần số biên độ  $F_0(\omega)$  là “đường bao” của nó.

d). Với phổ của xung điện áp thao tác bằng phép biến đổi Fourier ngược cho phép giải thích hiện tượng dao động tiệm cận của hệ số tỷ lệ của hệ thống đo cao thế theo tần số.

## THE APPLICATION OF FOURIER TRANSFORMATION FOR SWITCHING VOLTAGE IMPULSES

Ho Van Nhat Chuong

**ABSTRACT:** At present, in field of high voltage engineering and of high voltage measurement, while studying frequency spectrum of high voltage impulse the forms of lightning are always interested more than switching impulse voltage (yes or no, only 250/2500  $\mu$ s form) and was applied direct Fourier transformation with two frequency spectra: amplitude- and phase- frequency spectra. This article, the first time, studied frequency spectrum of inverse Fourier transformation for high voltage non-periodic switching impulses and from this some interesting results were obtained.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Smeit V. Electrostatics and Electrodynamics., Moscow Energy Publishers., 604p., (1954).
- [2]. Neiman L. P. and Others. Fundamentals of Electrotechnique Theory. Tome 1. Leningrad Energy Publishers., 416p., (1981).
- [3] Neiman L. P. and Others. Fundamentals of Electrotechnique Theory. Tome 2. Leningrad Energy Publishers., 536p., (1981).
- [4]. Manfred Beyer, Wonfram Boeck, Klaus Moller, Waltz Zaengl. Hochspannungs-technik Theoretische und Praktische Grundlagen. Springer-Verlag, 555p., (1986).
- [5]. Riabov B. M. Measurements in high impulse voltage.- Leningrad Energy Publishers., 124p., (1983).
- [6]. Adolf J. Schwab. Hochspannungs Messtechnik Messgeräte und Messverfahren.- Springer- Verlag, Heidelberg.- 264p.- (1983).
- [7]. Oliveira O. B. and Others. Dynamic of Non - inductive Resistor for High Voltage Impulse Applications.- Ninth Intern. Symp. On high voltage ng., 4463.1 – 4463.3 p., Austria, Europe, (1995).
- [8]. J. Hallstrom, J. Piironen and M. Aro. Design of Shielded Resistive Reference Divider for Lightning Impulses.- Ninth Intern. Symp. On high voltage Eng., 4463.1 4463.3 p., Austria, Europe, (1995).
- [9]. Standard GOST 1516.2-76.
- [10]. IEC Publication 60-2: High Voltage Test Techniques.- Part 2.-Measuring Systems (1994 – 11).
- [11]. Brzhezitsky V.A., Ho Van Nhat Chuong. To the Calculation of Commutative Voltage Impulse Parameters. Technical Electrodynamics. N<sup>-</sup> 1., pp. 29-30., (1996).
- [12]. Brzhezitsky V.A. Frequency Characteristics Method Research. Proc. 8-th Intern Symp. On High Voltage Eng., Rep. 53 g., Yokohama. (1993).